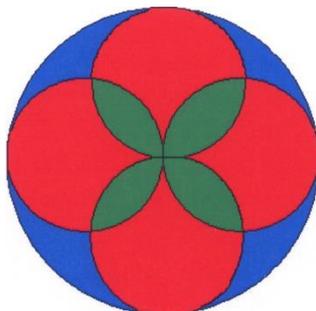


Scuola superiore – classi seconde e terze Competizione 7 marzo 2023

- *Durata della prova: 90 minuti.*
- *Usare un solo foglio risposta per ogni esercizio per il quale deve essere riportata una sola soluzione, pena l'annullamento.*
- *Risolvere l'esercizio n.1 nella lingua straniera preferita tra quelle proposte, pena l'annullamento della risposta.*
- *Attenzione alle richieste di spiegazioni o giustificazioni.*
- *Saranno esaminate tutte le risposte ragionate anche se incomplete.*
- *Si terrà conto dell'accuratezza della soluzione.*

Esercizio n. 1 (7 punti) Decorazione di una vetrata

Soluzione da redigere in francese o in inglese o in tedesco o in spagnolo con un minimo di 30 parole.



The stained glass window of a church's main facade has a rose window as the one in the figure in the Attachment 1, where letters R, V, and B stand for the colours red, green and blue, respectively.

Taking into consideration that 400 cm² of green (V) crystal have been used, how many squared centimetres of blue (B) crystal are necessary? Explain.

La fenêtre en vitrail de la façade principale d'une église a une rosace comme celle de l'image de la pièce jointe 1, où les lettres R, V et B représentent respectivement les couleurs rouge, vert et bleu.

En tenant compte que 400 cm² de cristal vert (V) ont été utilisés, combien de centimètres carrés de cristal bleu (B) sont-ils nécessaires ? Expliquez.

La vidriera de la ventana de la fachada principal de una iglesia tiene una roseta como la de la figura en el Anexo 1, donde las letras R, V y B representan los colores rojo, verde y azul, respectivamente.

Teniendo en cuenta que se han utilizado 400 cm² de cristal verde (V), ¿cuántos centímetros cuadrados de cristal azul (B) son necesarios? Explique su respuesta.

Das Fenster aus Bleiglas der Hauptfassade einer Kirche hat ein Rosettenfenster wie das in der Abbildung im Anhang 1, bei dem die Buchstaben R, V und B für die Farben Rot, Grün und Blau stehen. Es wurden 400 cm² grünes (V) Bleiglas verwendet.

Wie viele Quadratzentimeter blaues (B) Bleiglas wurden benötigt? Erklärt eure Überlegungen.

Esercizio n. 2 (5 punti) La crisi cambia le abitudini di spesa?

Un campione di 500 famiglie è stato intervistato sul tema della crisi; è emerso quanto segue:

- Il 65% di esse ha dichiarato di aver cambiato le proprie abitudini di spesa e di rivolgersi abitualmente al discount;
- 125 famiglie hanno dichiarato di non aver cambiato le proprie abitudini; è risultato che il 20% di esse si rivolge al discount.



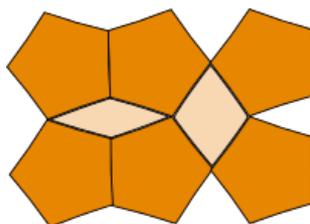
Rispondete alle seguenti domande motivando le vostre risposte:

- 1) **Qual è la probabilità che una famiglia scelta a caso appartenga all'insieme di quelle che effettuano la spesa al discount?**
- 2) **Quante famiglie hanno cambiato le proprie abitudini di spesa, ma non si rivolgono al discount?**
- 3) **Qual è la probabilità che una famiglia scelta a caso tra quelle che utilizzano il discount abbia dichiarato di non aver cambiato le proprie abitudini?**
- 4) **È plausibile l'affermazione che almeno il 15% delle famiglie non si rivolge al discount e non ha cambiato le proprie abitudini di spesa?**

Esercizio n. 3 (7 punti) Pavimentazione

Vittorio, titolare di una fabbrica di laterizi, ha avuto l'idea di produrre delle mattonelle aventi la forma di pentagoni regolari uguali e di rombi uguali, naturalmente aventi lo stesso lato dei pentagoni, in modo da utilizzarli nel rivestimento dei pavimenti.

Disegna allora una porzione del pavimento ricoperto dalle mattonelle che ha in mente, in modo da dare l'idea di come queste debbano essere disposte:



Vittorio si rende subito conto che le mattonelle romboidali non possono essere uguali poiché sono di due tipi diversi. Non sa come calcolare le ampiezze degli angoli di queste mattonelle. Si rivolge allora a Gianni, il geometra alle sue dipendenze, e Gianni risolve la questione, calcolando per l'appunto le ampiezze di tali angoli.

Quali ampiezze ha trovato Gianni per gli angoli delle mattonelle romboidali? Giustificate la vostra risposta.

(Nota: come strumento per agevolare la soluzione vedasi Allegato 2).

Esercizio n. 4 (5 punti) Cene in compagnia

Alberta vive da sola, ma ama avere compagnia a cena. Per questo invita i suoi amici Guido, Carlo e Franco per la sera del 1° agosto.

Dopo quella volta i tre amici continuano ad accettare l'invito a cena di Alberta, ma lo fanno con cadenze diverse: Guido ogni 3 giorni, Carlo ogni 4 giorni, Franco ogni 6 giorni, ragione per cui non capita molto spesso che si trovino di nuovo tutti assieme.



- a) **Quando si verificherà questo evento per la prima volta dopo quel 1° agosto?**
- b) **C'è un giorno in cui Guido e Carlo si ritroveranno assieme a cena da Alberta, ma senza la presenza di Franco?**

Giustificate le vostre risposte.

Esercizio n. 5 (7 punti) Una circonferenza su una scacchiera

(Adattato da Martin Gardner – “Enigmi e giochi matematici”)



Premesso che il gioco degli scacchi si sviluppa su una scacchiera di 8x8 case, qui se ne considera una in cui il lato di ogni casa misura 2 cm.

Qual è la misura del raggio del cerchio più grande disegnabile sulla scacchiera in modo che la circonferenza passi interamente sulle case nere?

Giustificate la risposta specificando, anche, perché il raggio individuato da voi sia il massimo.

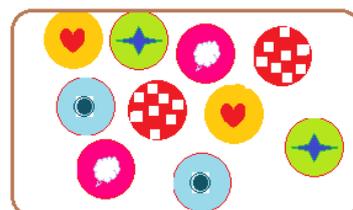
(Nota: come strumento per agevolare la soluzione vedasi Allegato 3).

Esercizio n. 6 (5 punti) Gli orecchini variegati

Michela non è molto ordinata e i suoi orecchini sono disposti alla rinfusa in un cassetto.

Si tratta di 5 paia di orecchini di uguale forma, ma decorati diversamente.

Precisamente, un paio di orecchini sono con il cuore, un paio con la nuvoletta, un paio con i coriandoli, un paio con la pallina e un paio con l'ottagono (vedi figura).



Michela estrae a caso un orecchino e, sempre a caso, ne estrae altri.

a) La probabilità che, non il secondo, ma il terzo orecchino estratto sia dello stesso disegno del primo è uguale alla probabilità che il secondo orecchino estratto sia dello stesso disegno del primo: è vero o è falso?

b) Qual è la probabilità che il primo e il secondo orecchino estratti abbiano entrambi un cuore?

Fornite esaurienti spiegazioni delle vostre risposte.

Esercizio n. 7 (7 punti) A precious equation

A Piazza Affari 3 amici commentano l'andamento delle quotazioni dell'oro negli ultimi undici giorni, come da listino:

Prezzo dell'oro in euro (EUR)

	Prezzo/grammo dell'oro	Prezzo/oz dell'oro
22/09/22	54,623	1.698,96
23/09/22	54,532	1.696,14
26/09/22	54,270	1.688,00
27/09/22	54,577	1.697,55
28/09/22	54,818	1.705,04
29/09/22	54,385	1.691,55
30/09/22	54,465	1.694,05
03/10/22	55,637	1.730,49
04/10/22	55,597	1.729,26
05/10/22	55,812	1.735,94
06/10/22	56,217	1.748,55

Marco, a corto di liquidità, è disposto a vendere solo se il rialzo della quotazione dal primo all'undicesimo giorno, è superiore al 3%; Luigi, al contrario, vuole acquistare, ma solo se la media delle quotazioni, nel periodo considerato, non supera i 1 700 euro per oncia (oz).

Annamaria non sa se vendere o acquistare ma, divertendosi con i dati a disposizione, con l'ausilio di un foglio elettronico, genera la seguente equazione:

$$Y = 1\,678,22 + 5,37 X$$

(dove Y rappresenta la quotazione in funzione di X/ giorni).

Esprimete il vostro parere argomentato a proposito delle seguenti questioni:

- 1) **Marco riuscirà a vendere?**
- 2) **Luigi riuscirà ad acquistare?**
- 3) **Annamaria che cosa potrà dedurre?**

Fonte: Gold Price History in Euros (EUR) for the last 90 days
<https://www.bullion-rates.com/gold/EUR-history.htm>

Esercizio n. 8 (5 punti) Prato e fiori



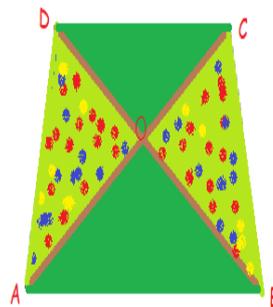
Una villa si affaccia sul lago con un grande giardino che deve essere piantumato; si decide di tenerlo in parte a prato e in parte coperto di portulaca multicolore.

Il giardino ha una forma che si può schematizzare con un trapezio isoscele ABCD le cui diagonali si incontrano in O.

Si sa che le parti a prato misurano rispettivamente AOB, 50 m^2 e DOC, 32 m^2 .

Quanto misurano le parti che si desidererebbero fiorite?

Riportate sul foglio risposta anche il vostro ragionamento.



Esercizio n. 9 (7 punti) Dobble fai da te anche con n simboli



Dobble è un gioco di società in cui si usano delle particolari carte rotonde come quelle mostrate in foto. La caratteristica principale delle carte di Dobble è che tutte le carte, prese a due a due, hanno in comune uno e un solo simbolo.

Su ciascuna carta i simboli sono tutti diversi tra loro.

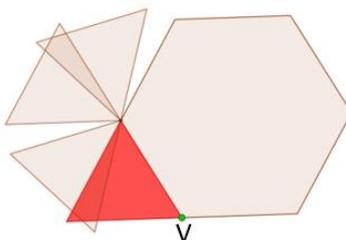
Valeria vuole inventare una versione semplificata del gioco, in cui su ogni carta compaiano solo tre simboli e in tutto il mazzo ogni simbolo compaia solo due volte.

- Qual è il numero di simboli di cui ha bisogno Valeria e da quante carte sarà composto il suo mazzo?
- Come cambierebbero le risposte alle precedenti domande se su ciascuna carta comparissero 4 simboli?
- Generalizzate il discorso al caso in cui su ciascuna carta compaiano esattamente n simboli, dove n è un numero naturale maggiore o uguale a 2.

Motivate le vostre risposte.

Esercizio n. 10 (10 punti) Tracce

Un triangolo equilatero ruota intorno ad un esagono di lato 10 cm, partendo dalla posizione "rossa".



Quanto è lungo il percorso del vertice V del triangolo quando sia il triangolo sia il punto ritornano nella posizione iniziale dopo un giro completo?

Giustificate la vostra risposta disegnando sul foglio risposta il percorso del vertice del triangolo.

Vedasi Allegato 4.

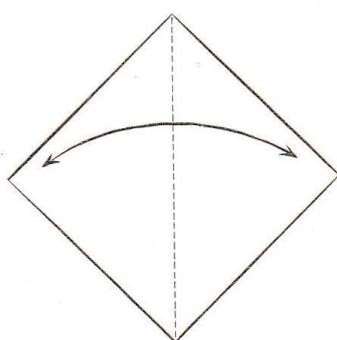
Speciale terze

Esercizio n. 11 (5 punti) Origami di base

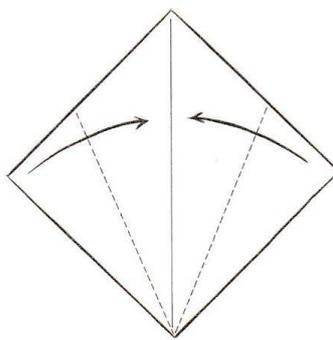


“Origami” è una forma d’arte visiva che permette di costruire bellissime sculture di carta, come quella in foto, attraverso piegature del foglio; il termine infatti, di origine giapponese, significa proprio “ori” = piegare, “kami” = carta.

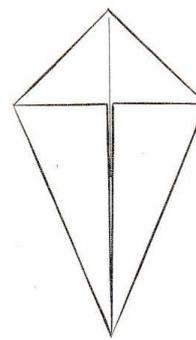
Prima di arrivare a delle sculture elaborate è necessario però imparare a costruire alcune forme di base, come quella ad aquilone riportata qui sotto.



BASE AD AQUILONE
FASE 1: Piegare e riaprite il foglio.



FASE 2: Piegare le punte laterali in corrispondenza della piega centrale.



base ad aquilone
finita

Detta ℓ la misura del lato del foglio quadrato da cui parte la costruzione, calcolate in funzione di ℓ l’area del quadrilatero a forma di aquilone. Spiegate il vostro ragionamento.

Esercizio n. 12 (7 punti) Per la festa di fine estate

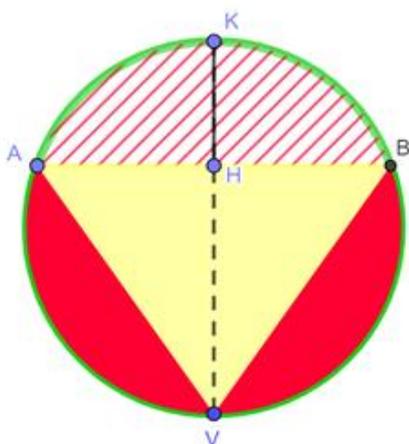


In preparazione di una cena di fine estate in Sardegna tra una decina di amici tutti molto golosi, matematici e non, Gabriella pensa di preparare un contenitore naturale per la confezione di gelato che ha comperato di circa 3 kg.

Utilizza un cocomero approssimativamente sferico, di raggio 5 u, a cui taglia la calotta superiore e scava l’interno a forma di cono lasciando parte della polpa del cocomero che verrà gustata separatamente a fine cena dopo il gelato.

Pensando al cocomero come una sfera le viene l’idea di chiedere a un suo nipote, che ama MSF, di individuare l’altezza della calotta da tagliare in modo che il volume del gelato contenuto nel cono sia 27π espresso in una unità congrua ma che lascia volutamente indeterminata.

Per agevolarlo gli presenta il seguente schema bidimensionale in cui ha rappresentato una sezione del cocomero (in cui VK è un diametro).



Gli chiede **di determinare:**

a) l’altezza HK della calotta in modo che il cono di diametro di base AB e vertice V abbia volume $27\pi u^3$ e venga lasciata la maggior quantità di polpa;

b) l’unità di misura u congrua per tale volume tenendo presente che, secondo Fonti commerciali di pubblicità di gelato artigianale, un litro di gelato misto ha una massa di 571 g;

illustrando con chiarezza i passaggi per gli amici non matematici.

Esercizio n. 13 (10 punti) **Il Borgorosso F. C.**

In un campionato di calcio la squadra del Borgorosso F.C. aveva realizzato solo 1 punto nelle prime 5 partite, ma alla fine del campionato, dopo averne disputate complessivamente 38, si classificò addirittura terza, realizzando una media di 2 punti a partita.



a) Quale fu la media punti a partita nelle 33 disputate successivamente alle prime 5 partite?

b) Non è nota la situazione “partite vinte – pareggiate – perse” dalla squadra a fine campionato, dopo aver disputato le 38 partite, ma in realtà di queste situazioni teoriche ce n’è più d’una. Provate a indicarne due, spiegando il ragionamento seguito.

[N.B.: in ogni partita, alla vittoria corrispondono 3 punti, al pareggio 1 punto, alla sconfitta 0 punti.]

Foglio risposta – Esercizio n.

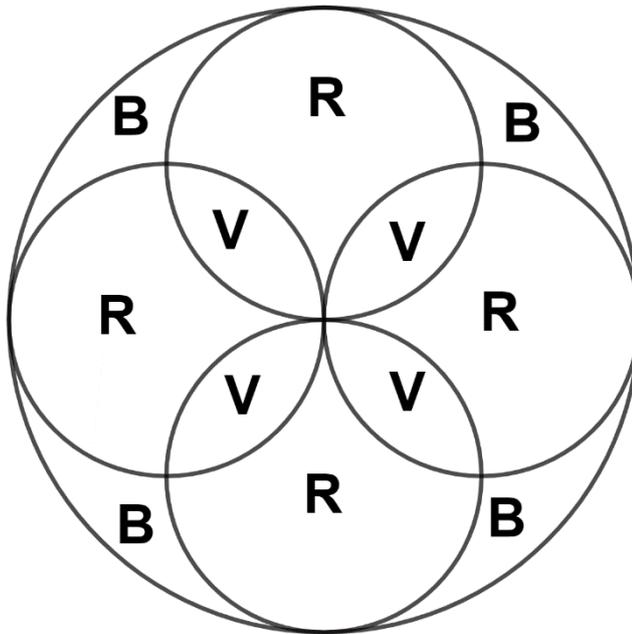
Completare Codice: MsF

--	--	--	--	--	--	--	--

Allegato 1 (Esercizio n. 1)

Completare Codice: MsF

--	--	--	--	--	--	--	--

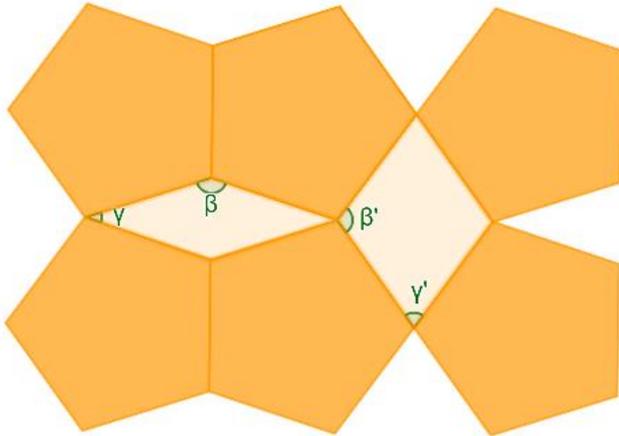


Allegato 2 (Esercizio n. 3)

Completare Codice:

MsF

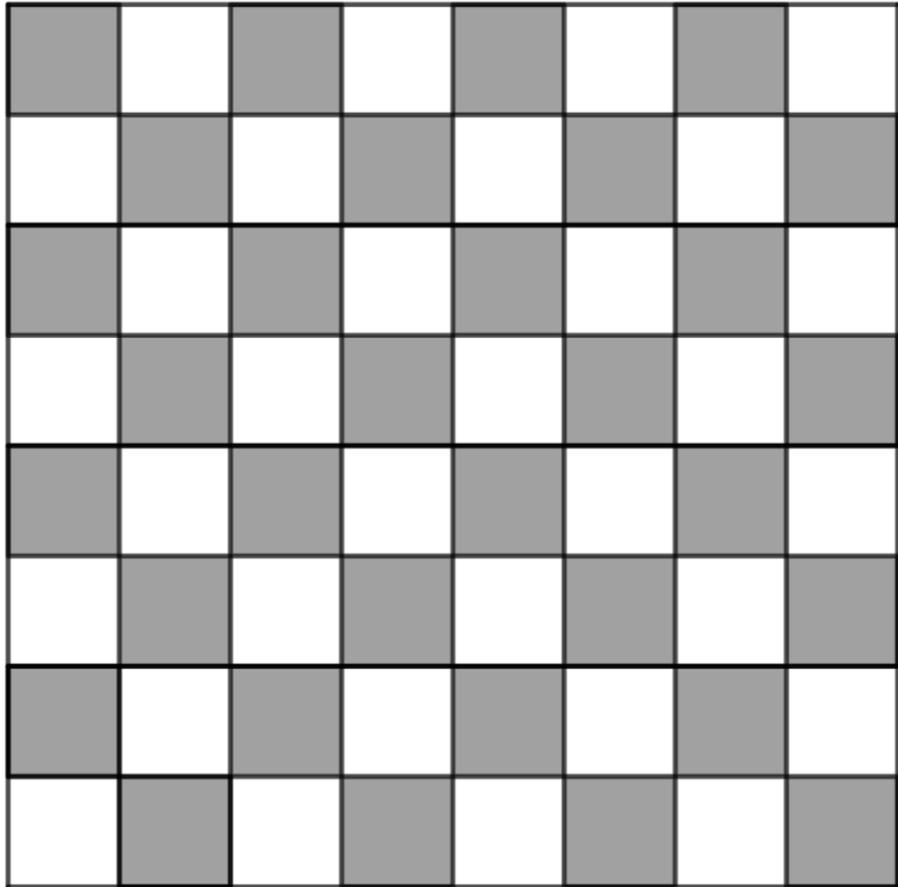
--	--	--	--	--	--	--	--



Allegato 3 (Esercizio n. 5)

Completare Codice: MsF

--	--	--	--	--	--	--	--



Allegato 4 (Esercizio n. 10)

Completare Codice: MsF

--	--	--	--	--	--	--	--

