Matematica Senza Frontiere Junior

Scuola secondaria primo grado – classe terza

Competizione 26 febbraio 2019

Proposta di soluzioni

Esercizio n. 1 (7 punti) **Canestro!**

altezza = “larghezza” braccia   h = 1,96 m

“spalle” = 1/4 • 1,96 m l_s = 0,49 m

“testa + collo” = 1/6 • 1,96 m ≈ 0,33 m

lunghezza braccio = (1,96 m – 0,49 m) **:** 2 l_b ≈ 0,74 m

altezza del giocatore col braccio alzato = 1,96 m – 0,33 m + 0,74 m   H ≈ 2,37 m

Poiché il canestro è posto a un'altezza di 3,05 m, il salto deve essere di almeno 0,68 m.

Esercizio n. 2 (10 punti) **Uno strano esagono**

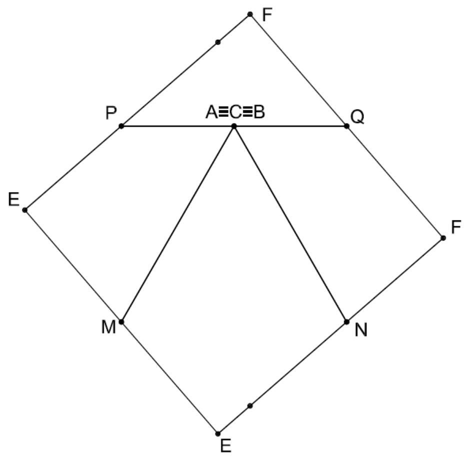
ABC è un triangolo rettangolo in C perché i suoi lati verificano la relazione del teorema di Pitagora.

In ciascuno dei vertici A, B, C convergono 4 angoli di cui 2 retti ➔ i triangoli ABC e DAI, ABC e BEF verificano tutti la proprietà letta da Maria e, quindi, tutti questi triangoli hanno superficie di 24 cm^2.

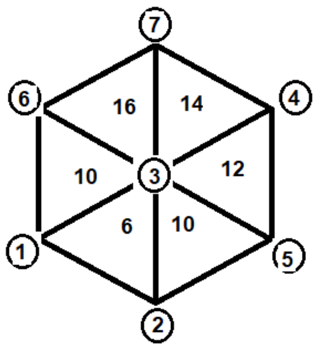
➔ $6^2 + 8^2 + 10^2 + 4 \cdot 24 = 296$ che in cm^2 è la misura dell’area dell’esagono considerato.

Esercizio n. 3 (5 punti) **Ruota, ruota!**

Si compone il seguente quadrato:



Esercizio n. 4 (7 punti) **Numeri al vertice**



La soluzione è unica come si può motivare, ad esempio, notando che la modifica dei numeri ai vertici di un qualsiasi triangolo non consente la corretta distribuzione degli altri numeri.

Esercizio n. 5 (10 punti) **Codice palindromo**

Dalle prime tre condizioni di deduce che il numero deve essere della forma *abcba*.

Dalla quarta condizione si ha che $a + c + a = b + b$.

Poiché il numero deve essere il più piccolo possibile, si prova a porre $a = 1$ e quindi il numero diventa *1bcb1* e si ha $2 + c = 2b$ (in particolare c è una cifra pari).

(*) Se si prova a porre $c = 0$ o $c = 2$, si ottiene rispettivamente $b = 1$ e $b = 2$, da escludere perché non sarebbe soddisfatta la terza condizione. Invece, con $c = 4$, si ha $b = 3$, ottenendo così il numero 13431 che soddisfa tutte le condizioni.

Con c = 6 e c = 8 si otterrebbero i numeri 14641 e 15851 che soddisfano le prime quattro condizioni, ma non l'ultima.

Oppure:

(*) Se si prova a porre b = 2 si ottiene c = 2, da escludere perché non sarebbe soddisfatta la terza condizione.

Invece con b = 3 si ha c = 4 ottenendo così il numero 13431che soddisfa tutte le condizioni.

Approfondimento

La condizione *d* implica che il numero sia divisibile per 11, ma non tutti i numeri divisibili per 11 soddisfano questa condizione. Un numero è, infatti, divisibile per 11 se la differenza (in valore assoluto) tra la somma delle cifre di posto dispari e la somma di quelle di posto pari dà come risultato 0, 11 o un multiplo di 11. Sostituendo la condizione *d* con la condizione *"è un numero divisibile per 11"*, la soluzione dell'esercizio sarebbe il numero 10901.

Esercizio n. 6 (7 punti) **Il traghetto non aspetta!**

Posto t il tempo calcolato in ore, 120 t = 100 (t + 36/60) ➔ t = 3 ore ➔ Distanza = 360 km.

Esercizio n. 7 (10 punti) **Pari o dispari?**

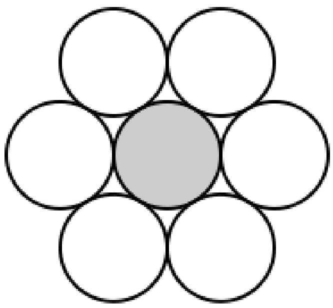
Ad esempio, se i tre numeri interi sono 5, 4 e 13, le differenze sono:
13 - 5 = 8 13 - 4 = 9 5 - 4 = 1
Il prodotto delle differenze è 72.

Continuando con varie terne si può notare che:

- se i numeri sono tutti pari lo sono anche le loro differenze e, quindi, il loro prodotto sarà pari
- se i numeri sono tutti dispari le loro differenze sono pari e, quindi, il loro prodotto sarà pari
- se alcuni numeri sono dispari una delle loro differenze è pari e, quindi, il loro prodotto sarà pari.

Esercizio n. 8 (5 punti) **Stretti stretti**

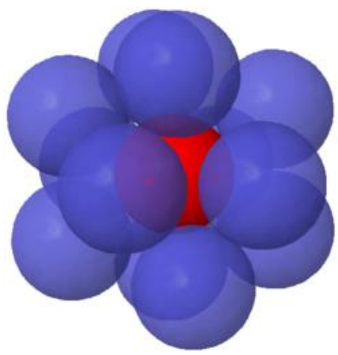
Il numero nel piano è 6, come si può dedurre dalla figura:



Approfondimento

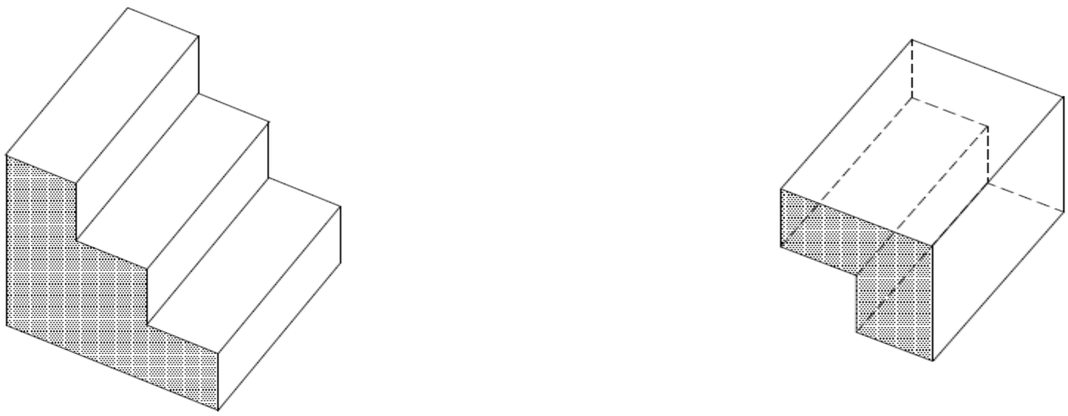
Problema esposto per la prima volta da Newton.

Tale numero, detto kissing number, può essere definito anche nello spazio "sostituendo" i cerchi con delle sfere (o in spazi di dimensioni maggiori utilizzando delle ipersfere). Il kissing number nello spazio a tre dimensioni è 12, ma la situazione è più difficile da visualizzare.



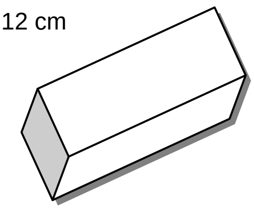
E' invariante rispetto alle dimensioni dell'elemento base (cerchio o sfera).

Esercizio n. 9 (10 punti) **Una scaletta da un cubo**



a)

Consideriamo la prima parte costituita da 6 parallelepipedi uguali aventi base 4 cm x 4 cm e altezza 12 cm



Superficie prima parte: $(12^2 \cdot 4 + 2 \cdot 4^2 \cdot 6)\ cm^2 = 768\ cm^2$

Superficie seconda parte: $(2 \cdot 4^2 \cdot 3 + 4 \cdot 8 \cdot 12)\ cm^2 = 480\ cm^2$

➔**R_1** $= \frac{8}{5}$

b)

Poiché il volume della prima parte misura $6(4^2 \cdot 12)\ cm^3$ e quello della seconda parte $3(4^2 \cdot 12)\ cm^3$ ➔ **$R_2 = 2$**

Esercizio n. 10 (7 punti) **A caccia del tesoro**