

Matematica Senza Frontiere

Soluzioni tratte dagli elaborati 2026 esemplificative dei punteggi assegnati, evidenziate durante le correzioni

MSF- Scuola superiore – classi seconda e terza

Esercizio n. 2 (5 punti) Senza il nove

Punti 5

Somma che ogni cifra può stare in una posizione (unità, decine, centinaia o migliaia) al massimo 6 volte. Possiamo moltiplicare per 6 ogni cifra in tutte e quattro le diverse posizioni, in questo modo:

$6 \cdot 1 = 6$	
$6 \cdot 3 = 18$	
$6 \cdot 5 = 30$	
$6 \cdot 7 = 42$	
$6 \cdot 10 = 60$	
$6 \cdot 30 = 180$	
$6 \cdot 50 = 300$	
$6 \cdot 70 = 420$	
$6 \cdot 100 = 600$	
$6 \cdot 300 = 1800$	
$6 \cdot 500 = 3000$	
$6 \cdot 700 = 4200$	
$6 \cdot 1000 = 6000$	
$6 \cdot 3000 = 18000$	
$6 \cdot 5000 = 30000$	
$6 \cdot 7000 = 42000$	

Adesso sommiamo tutti i risultati, per un totale di 106656.

Abbiamo 4 numeri dunque se a uno viene data una posizione fissa le possibili posizioni degli altri sono date da $3! = 6$

$$6 \cdot (1+3+5+7) \cdot (1+10+10^2+10^3) = 6 \cdot 16 \cdot 1111 = 106656$$

numero di volte che un dato numero compare in una data posizione = la somma di tutti i numeri per ogni potenza di dieci con cui compaiono = somma totale

Abbiamo provato a risolvere il problema con diversi metodi. Il metodo finale a cui siamo arrivati ci ha fornito una specie di formula che dopo prove con diversi numeri e diversa quantità di cifre ci ha dato sempre risultati giusti. Tramite una semplice somma e divisioni abbiamo ottenuto una formula che:

- richiede un numero composto tra il numero "1" ripetuto per ogni cifra (nel nostro caso 1357 ha 4 cifre), quindi 1111
- richiede la somma delle uniche cifre ripetute per ogni combinazione (nel nostro caso è uguale a 96)

Per trovare la somma finale basta moltiplicare i due numeri:

$$\begin{array}{r} 1111 \\ \cdot 96 \\ \hline 106656 \end{array}$$

Quindi la somma di tutte le combinazioni possibili dei numeri che compongono 1357 è 106656

risposta: 106656

Abbiamo calcolato quante fossero le combinazioni possibili e risultano 24:

1357	3157	5137	7135
1375	3175	5173	7153
1537	3517	5317	7315
1573	3571	5371	7351
1735	3715	5713	7513
1753	3751	5731	7531

In seguito abbiamo sommato il numero più piccolo e quello più grande e il risultato è 8888. La nostra teoria era che se avessimo sommato il secondo numero più grande del secondo più piccolo e così via per ogni coppia di numeri che segue questa regola sarebbe venuto lo stesso risultato. Confermata questa teoria abbiamo moltiplicato il risultato, ovvero 8888, per 12, cioè il numero di coppie. e abbiamo trovato il risultato: 106656.

SCRIVIAMO TUTTE LE COMBINAZIONI (sono 24). NOTIAMO CHE OGNI CIFRA DELLE MIGLIAIA, CENTINAIA, DECINE, UNITÀ COMPARE ESATTAMENTE 6 VOLTE, QUINDI PER CALCOLARE LA SOMMA SCRIVIAMO LA FORMULA:

$$S = 6(10^3h + 10^2h + 10h + h)$$

DOVE $h = 1+3+5+7$

LA RISPOSTA DUNQUE È 106656

Punti 4 (penalizzazione di 1 punto)

Escludendo il 9 i primi numeri dispari sono 1 3 5 7 questi quattro numeri possono essere scritti in ordine diverso (24 modi):

1357	3175
1375	3157
1537	3517
1735	3751
1573	3715
1753	

7531	5371
7513	5317
7315	5173
7351	5137
7153	5731
7135	5713

escludendo i 4 già forniti dal testo possono essere scritti in altri 20 modi.

la somma di tutti questi numeri è sempre 16 pk $1+5+7+3=16$ e cambiando ordine degli addendi il risultato non cambia.

Punti 3

Per ogni numero si può trovare il corrispondente con la seguente regola: dove prima c'era la cifra 1 si mette la cifra 7 e viceversa, mentre dove c'era la cifra 3 si mette la cifra 5 e viceversa. Ad esempio il numero 3157 corrisponde il numero 5731. Si noti che la corrispondenza è una relazione simmetrica e chiusa rispetto all'insieme ^{dei numeri} considerati. La somma di un numero con il suo corrispondente è 8888 che moltiplicata per il numero di corrispondenti/coppie (12) dà la somma di tutti i numeri dell'insieme ossia 106656.

ABBIAMO SCRITTO TUTTE LE POSSIBILI OPZIONI:

1357	1537	1573	1375	1735	1753
3157	3175	3517	3571	3751	3715
5713	5731	5173	5137	5371	5317
7315	7351	7135	7153	7513	7531

SOMMA TOT: 99.503

TOT: 100656

a) 1357	b) 3157	c) 5713	d) 7531
1375	3175	5137	7315
1537	3517	5317	7135
1573	3751	5731	7513
1735	3715	5173	7153
1753	3751	5713	7351
9330	20886	32662	37998

il nostro risultato è: 106 656

Punti 1

La somma di tutti i numeri è 106 656 perché abbiamo provato tutte le combinazioni sommate di numeri con le prime 4 cifre dispari usate solo una volta.

Abbiamo calcolato le possibili combinazioni delle prime 4 cifre dispari, ottenendo 24 numeri. Li abbiamo sommati tra loro e abbiamo ottenuto un risultato di 106.656.

- ① Abbiamo sommato tutte le prime cifre tra i numeri dati e poi abbiamo fatto la stessa cosa per le altre cifre

$$\begin{aligned} 1+3+5+7 &= 16 \\ 3+1+7+3 &= 14 \\ 5+5+1+1 &= 12 \\ 7+7+3+5 &= 22 \end{aligned}$$

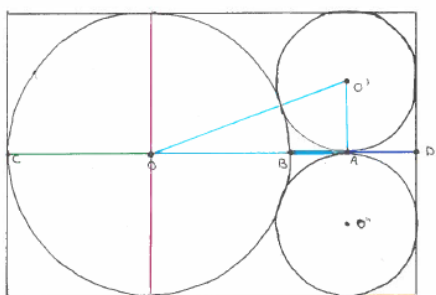
- ② Abbiamo sommato i risultati ottenuti dalla somma di tutte le cifre

- ③ Il risultato ottenuto è 64

Punti 0

Esercizio n. 5 (7 punti) Un pieno di tubi

Punti 7 - Risoluzione corretta e completa



calcolo lunghezza:

$$OA = \sqrt{OO_1^2 - O_1A^2} = \sqrt{(36-4)} \text{ cm} = \sqrt{32} \text{ cm} = 2\sqrt{8} \text{ cm} = 4\sqrt{2} \text{ cm}$$

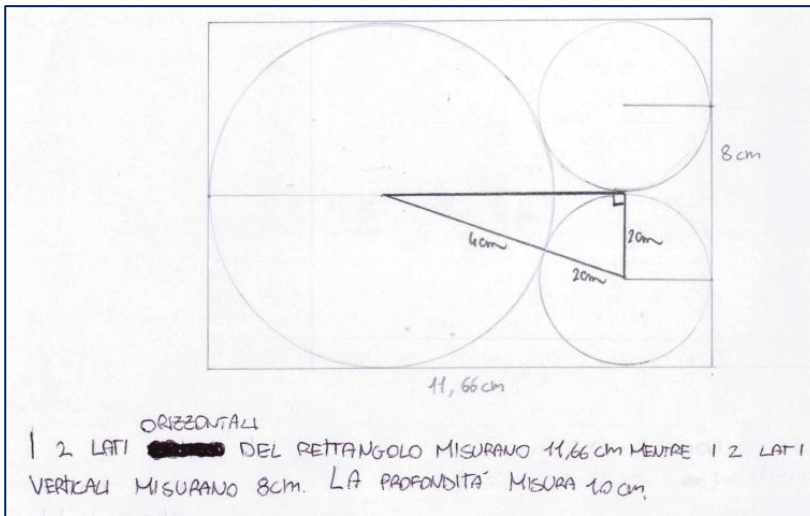
$$BA = OA - OB = (4\sqrt{2} - 4) \text{ cm}$$

$$CB + BA + AD = 8 \text{ cm} + (4\sqrt{2} - 4) \text{ cm} + 2 \text{ cm} = (4\sqrt{2} + 6) \text{ cm} = 11,66 \text{ cm}$$

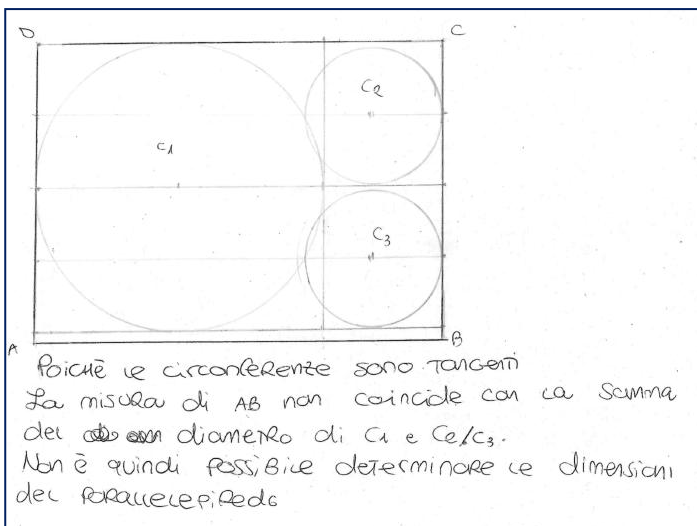
risultato

L'altezza è di 8 cm perché corrisponde al diametro della circonferenza di centro O, la lunghezza è di $(4\sqrt{2}+6)$ cm, calcolata attraverso l'utilizzo del triangolo OO_1A e il Teorema di Pitagora, infine la lunghezza è di 10 cm, dato fornito dal testo

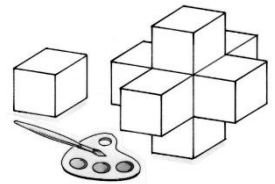
Punti 4 - Risoluzione limitata all'esplicitazione delle tre dimensioni riportate sulla scatola rappresentata con evidenza delle relazioni geometriche



Punti 0 - Risoluzione errata



Esercizio n. 6 (5 punti) Cubicolor



5pt

1-

2- Sono stati incollati 18 cubi rossi:

- Per ogni cubo abbiamo aggiunto 8 cubi;
- Per ogni cubo abbiamo aggiunto 8 cubi;
- Per ogni cubo abbiamo aggiunto 2 cubi;

Per capire quanti cubi aggiungere abbiamo tenuto conto anche della vista posteriore.
Abbiamo quindi eseguito il seguente calcolo:

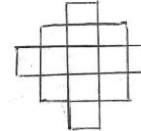
$$8 + 8 + 2 = 18$$

3- Per il calcolo delle facce, considerando che il solido ha 6 viste identiche e calcolando il numero di facce in una vista (13), abbiamo riscontrato il seguente risultato:

$$13 \cdot 6 = 78$$

Quindi il solido ha 78 facce visibili.

Cubi Rossi = 18
Viste dall'alto:



3pt

FACCE = 46

Esercizio n. 8 (5 punti) Numero autobiografico

Punti 5 (risoluzione corretta e completa. Anche se non richiesto apprezzabile la verifica delle condizioni)

1. DUE NUMERI POSSIBILI CON LE CONDIZIONI DELL'ESERCIZIO
SONO: 1210

- a: È PRESENTE 1 SOLO 0
- b: SONO PRESENTI 2 NUMERI 1
- c: C'È UN SOLO NUMERO 2
- d: NON SONO PRESENTI 3 PERCIÒ 0

2020

- a: SONO PRESENTI 2 NUMERI 0
- b: NON SONO PRESENTI NUMERI 1
- c: SONO PRESENTI 2 NUMERI 2
- d: NON SONO PRESENTI NUMERI 3

Punti 3 (Risoluzione corretta ma non completa, di interesse il percorso seguito dagli studenti)

Abbiamo preso come numero iniziale ~~3000~~ 3000 perché sono presenti tre zero, poi abbiamo visto che c'è il numero 3, siccome "d" indica il numero di 3 contenuti, abbiamo messo un 1 al posto della "d", ma adesso è presente un 1 quindi, abbiamo dovuto mettere il numero 1 al posto della "b" perché conti il numero di 1 presenti. Adesso il numero di 1 ~~è~~ è diventato due e la "c" diventa 1 così ~~due~~ abbiamo ottenuto il numero 3211, però gli ~~zero~~ "0" non ci sono più, quindi, al posto della "a" abbiamo dovuto scrivere 0, ma adesso il numero dei 3 è sceso a 0 quindi, il numero è diventato 0210, però, adesso ~~due~~ al posto della "d" c'è uno 0, abbiamo messo al posto della "a" un 1 quindi il numero è diventato 1210, perché è presente uno 0, sono presenti due 1, è presente un 2 e non è presente nessun 3.

Rappresentazione:

3000
3001
~~3010~~
3211
0210
1210

Punti 0 (Risoluzione errata, si evidenzia la non comprensione del testo)

a	b	c	d
0	3/6/7/8/9	4	3
	1/2/3		

0 → non si ripete
1 → si ripete 3 volte
2 → si ripete 4 volte
3 → si ripete 3 volte
4 → si ripete 2 volte
5 → si ripete 1 volta
6 → si ripete 1 volta
7 → si ripete 1 volta
8 → si ripete 1 volta
9 → si ripete 1 volta

RISPOSTA:

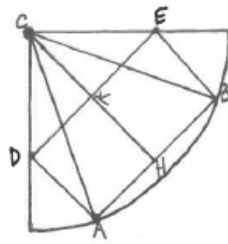
I possibili numeri

abcd sono

0543 o 0743.

Esercizio n. 9 (7 punti) **Delizie in mostra**

Punti 7 (soluzione mediante applicazione del Teorema di Pitagora)



$$DE \cong AB = 21 \text{ cm}$$

$$AD \cong BE = 11 \text{ cm}$$

$AC \cong BC$ PERCHÉ RAGGI DELLA MENSOLA

$\triangle ACB$ È ISOSCELE SU BASE AB

CH È ALTEZZA DI $\triangle ACB$

$KH \cong BE \cong DA = 11$ PERCHÉ PARALLELI

$$CA \cong CB = \sqrt{CH^2 + BH^2} \leadsto CH = KH + CK$$

CH È BISETRICE DELL'ANGOLO $\angle DCE \leadsto \angle KCE \cong \angle DCK = 45^\circ$

$\triangle KCE \cong \triangle KCD$ PER IL SECONDO CRITERIO DI CONGRUENZA

$$\angle CEK \cong \angle CDK = 180^\circ - (\angle KCE + \angle KCD) = 180^\circ - (90^\circ + 45^\circ) = 45^\circ$$

PER CUI $\triangle KCE \cong \triangle KCD$ SONO TRIANGOLI RETTANGOLI ISOSCELI

$$\angle CK \cong KE \cong KD \leadsto KE \cong KD = \frac{DE}{2} = \frac{21}{2} = 10,5 \text{ cm}$$

$$CA \cong CB = \sqrt{(CK + KH)^2 + BH^2} = \sqrt{(10,5 + 11)^2 + 10,5^2} = \sqrt{572,5} \approx 23,9 \text{ cm}$$

Punti 7

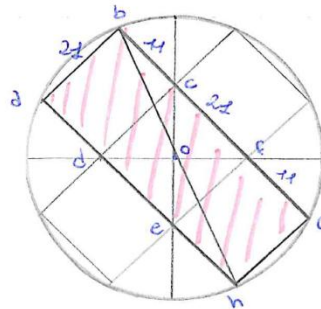
(soluzione usando proprietà della simmetria)

Dati:

$$b_{ab} = 21 \text{ cm}$$

$$h_{bc} = 11 \text{ cm}$$

$$r = r_{\text{mensola}}$$



Risoluzione

$$bg = bc + cf + fg = 11 \text{ cm} + 21 \text{ cm} + 11 \text{ cm} = 43 \text{ cm}$$

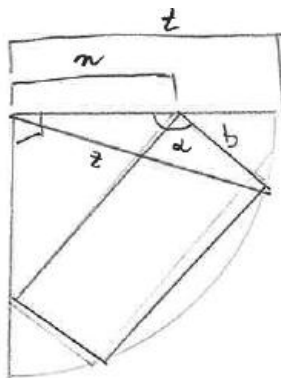
$$d = bh = \sqrt{bg^2 + ab^2} = \sqrt{43^2 \text{ cm} + 21^2 \text{ cm}} = 47,85 \text{ cm}$$

$$r = oh = \frac{d}{2} = \frac{bh}{2} = \frac{47,85 \text{ cm}}{2} = 23,93 \text{ cm}$$

Risposta:

il raggio di una mensola è uguale a : 23,93 cm

(soluzione con applicazione del teorema di Carnot)



$$2x^2 = 21^2 \text{ cm}$$

$$2x^2 = 441 \text{ cm}^2$$

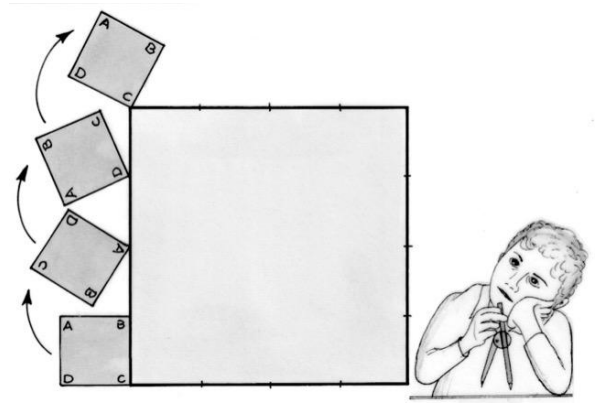
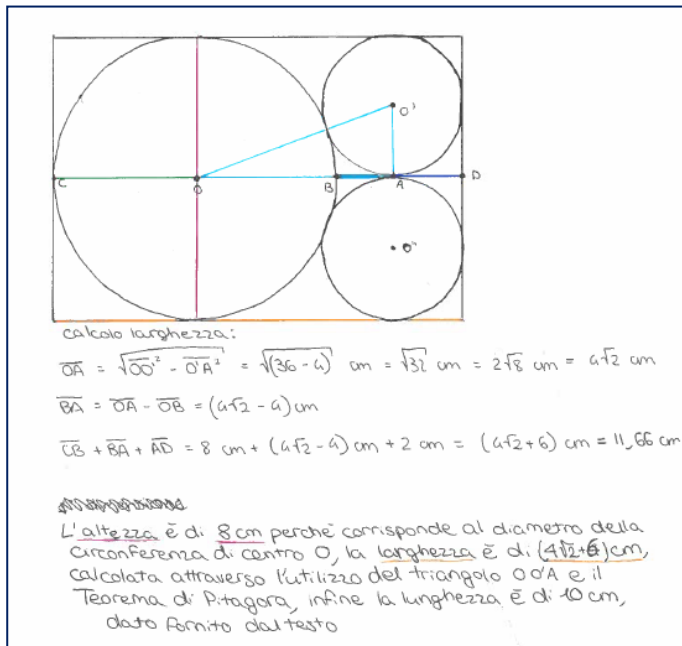
$$x^2 = 220,5 \text{ cm}^2$$

$$x = 14,85 \text{ cm}$$

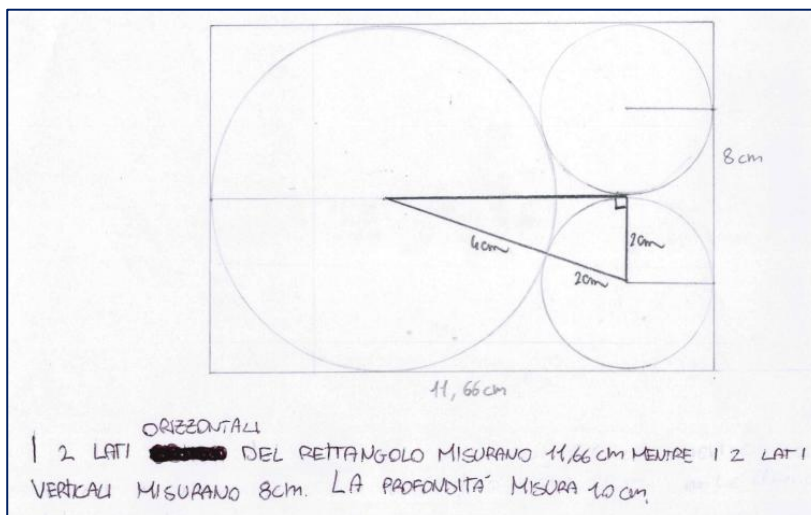
$$z = \sqrt{x^2 + b^2 - 2 \cdot ab \cdot \cos \alpha} = \sqrt{14,85^2 + 11^2 - 2 \cdot 14,85 \cdot 11 \cdot \cos 135} = 23,93 \text{ cm}$$

Esercizio n. 10 (10 punti) Il valzer del quadrato

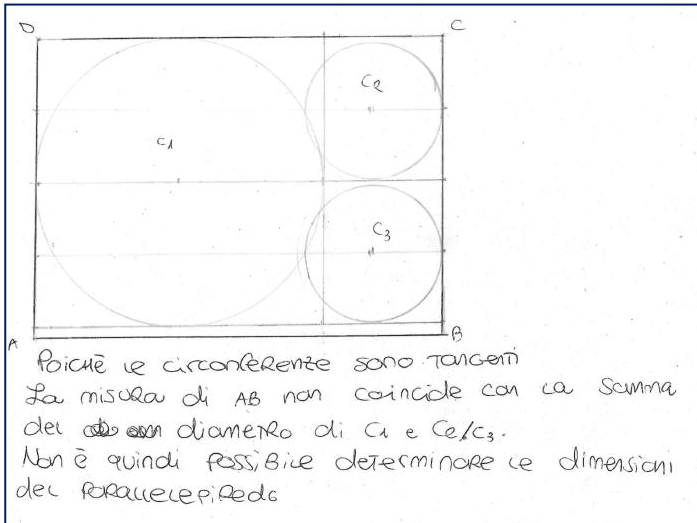
Punti 7 - Risoluzione corretta e completa



Punti 4 - Risoluzione limitata all'esplicitazione delle tre dimensioni riportate sulla scatola rappresentata con evidenza delle relazioni geometriche



Punti 0 - Risoluzione errata



MSF1- Scuola superiore – classi prime

Esercizio n. 2 (5 punti) Scoiattoli condominiali

Punti 5 - Risoluzione corretta e motivata (Risposta ben motivata in cui vengono considerati tutti i possibili valori di M e R, dopo aver fatto delle osservazioni ragionate)

per la prima ipotesi possiamo dire che il gruppo che si forma aggiungendo uno scoiattolo (M_2) è il doppio del gruppo che si forma togliendo suddetto scoiattolo (R_2) (quindi $M_2 = R_2 \cdot 2$). per la seconda ipotesi sappiamo che il gruppo che si forma unendo uno scoiattolo di M ad R (R_3) ha la stessa cardinalità del gruppo che si forma togliendo uno scoiattolo a M cedendolo a R (M_3) (quindi $M_3 = R_3$). Quindi, per la seconda ipotesi $M = R + 2$ (perché $M - 1 = R + 1$). ~~Quindi~~ Quindi abbiamo elencato varie possibilità con numeri minori di 10 perché con numeri troppo elevati non si sarebbe potuta verificare l'ipotesi una. Abbiamo inoltre eliminato le possibilità con coppie di numeri pari (2 e 4, 4 e 6, 6 e 8) perché M_2 può essere solo un numero pari (essendo il doppio di R_2) quindi M è dispari ($M_2 = M + 1$). Le possibilità ~~rim~~ di coppie rimaste sono 1 e 3, 3 e 5, 5 e 7, 7 e 9; l'unica coppia che rispetta entrambe le ipotesi è 5 e 7 ($5 + 1 = 7 - 1$ e $(5 - 1) \cdot 2 = 7 + 1$) quindi il numero di scoiattoli presenti nei gruppi M e R sono rispettivamente 7 e 5 e gli scoiattoli totali 12.

*ad M ** ad R

Punti 5 - Risoluzione corretta e motivata (Risposta motivata impostando e risolvendo un sistema di equazioni)

$$\begin{aligned} \bullet M + 1 &= 2(R - 1) \\ \bullet M - 1 &= R + 1 \end{aligned}$$

Dati:

$$\begin{aligned} M &= R + 2 \\ R &= M - 2 \end{aligned}$$

Risolviamo:

$$\begin{aligned} \bullet 2(M - 1) &= M + 1 \\ 2(M - 3) &= M + 1 \\ 2M - 6 &= M + 1 \\ 2M - M &= 6 + 1 \\ M &= 7 \end{aligned}$$

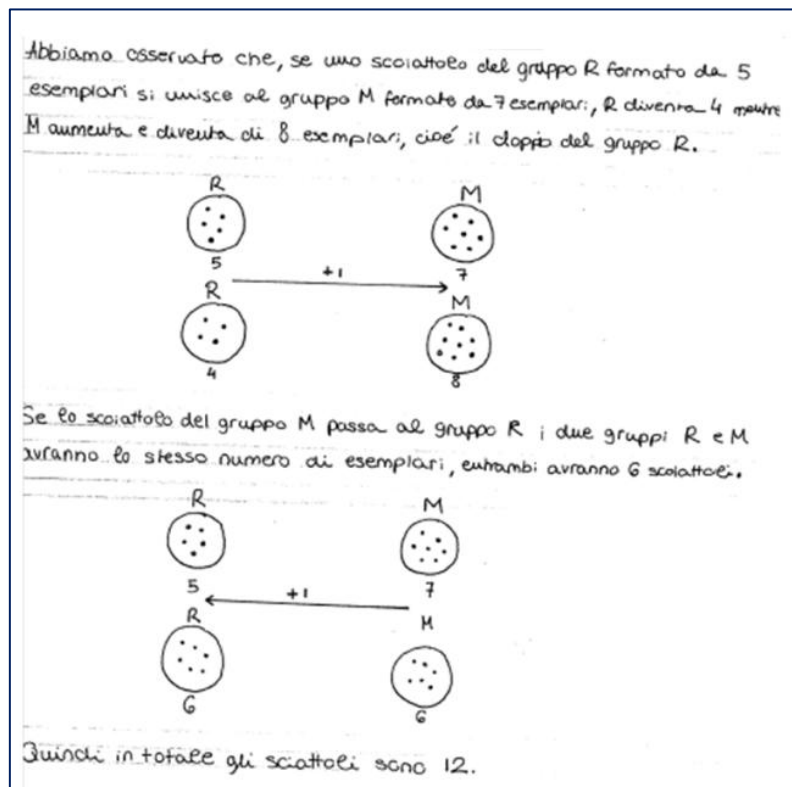
$$\begin{aligned} \bullet 2(R - 1) &= R + 2 + 1 \\ 2(R - 1) &= R + 3 \\ 2R - 2 &= R + 3 \\ 2R - R &= 2 + 3 \\ R &= 5 \end{aligned}$$

possiamo dire che gli scoiattoli in totale sono 12, in particolare $R = 5$ e $M = 7$, così che:

• se da R uno scoiattolo passa a M otteniamo $R = 4$ e $M = 8$,
 $8 = 2(4)$

• se invece da M uno scoiattolo passa a R otteniamo $R = 6$ e $M = 6$

Punti 4 - Risoluzione con risposta corretta e completa, ma con motivazione non pienamente esaustiva



Punti 3 - Risoluzione impostata correttamente, ma con risposta incompleta e/o motivazione non esaustiva

gli scoiattoli sono in totale 12
perché il gruppo M 7 e il gruppo R sono 5
se uno di R va in M diventa 8 e 4
invece se uno di M va in R diventa 6 e 6

Punti 3 - Risoluzione impostata correttamente, ma con risposta incompleta poiché mancante del numero totale di scoiattoli

DATI
2 famiglie di scoiattoli
M R

se uno scoiattolo da R si unisce a M $M = R \times 2$
se uno scoiattolo da M si unisce ad R $M = R$

? numero scoiattoli iniziale di M e di R

SOLUZIONE
abbiamo dedotto che

- $M > R$
- M è dispari
- $M = R + 2$

quindi:

RISPOSTA
R = 5 scoiattoli
M = 7 scoiattoli

Diagramma di calcolo:

--- R --- M ---
5 7
00000 000000
→ 00000 10000000
↓ ↓
4 8 → $M = R \times 2$
8 = 4 × 2

→ 00000 000000
↓ ↓
6 6
 $M - 1 = R + 1$
 $7 - 1 = 5 + 1$
6 6

Punti 2 - Risoluzione impostata correttamente, ma con un errore di calcolo

Sia x il numero di scoiattoli di R e y il numero di scoiattoli di M, possiamo considerare le seguenti equazioni:

$$x + 1 = y - 1$$

quindi:

$$x - y = -2$$

o ~~y = x + 2~~

$$y + 1 = 2x$$

quindi:

$$\frac{y + 1}{2} = x$$

Chiuso: gli unici numeri che rispettano entrambe le equazioni sono 3 e 5.

Per trovare il numero totale degli scoiattoli dobbiamo sommare x e y:

$$x + y = n_{tot}$$

dove n_{tot} = il numero totale degli scoiattoli. Quindi:

$$5 + 2 = 8$$

Dunque il numero degli scoiattoli è 8.

Punti 1 - Risoluzione con risposta corretta, ma non motivata

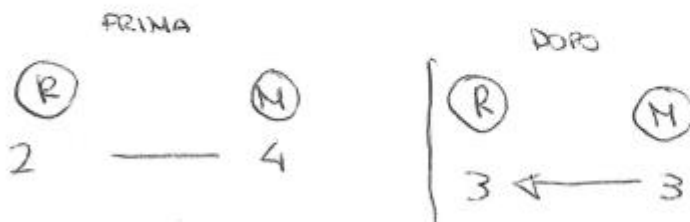
GLI SCIATTOLI IN TOTALE SONO 12:
NEL GRUPPO R CI SONO 5 SCIATTOLI
NEL GRUPPO M CI SONO 7 SCIATTOLI

Punti 0 - Risoluzione errata

Gli sciattoli totali sono 6:



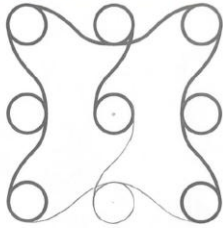
se gli sciattoli di R sono 3 e 1 va a M, in R sono 2 e in M sono 4, quindi il doppio.



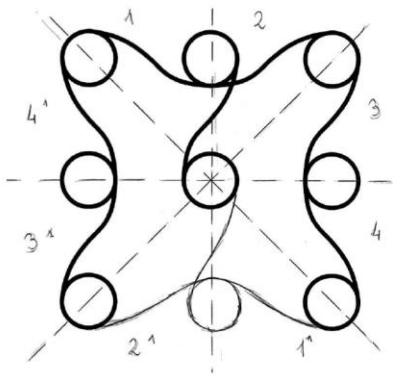
se gli sciattoli di M sono 4 e uno va a R diventano 3 e 3, quindi uguali.

Esercizio n. 8 (5 punti) Hotel Mediterraneo

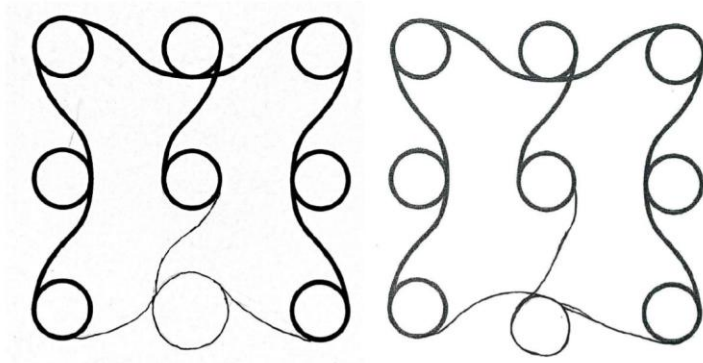
Punteggio 5: risoluzione corretta e curata



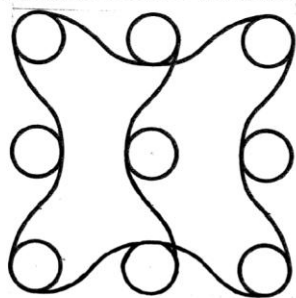
Idea "furba" per facilitare rappresentazione: dividere in "spicchi" la figura e concentrarsi sulle simmetrie di ciascuno spicchio (rette tratteggiate NON sono assi di simmetria):



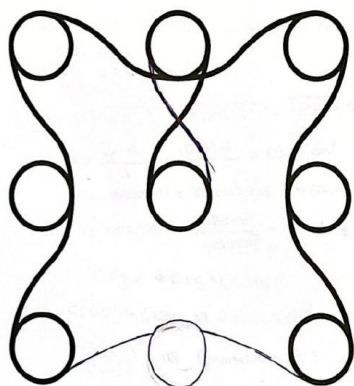
Punteggio 4: soluzione corretta ma priva di cura



Punteggio 3: posizioni del cerchietto e dei trattini corretti, ma orientazione errata del trattino verticale (quindi simmetria assiale con asse di simmetria orizzontale)

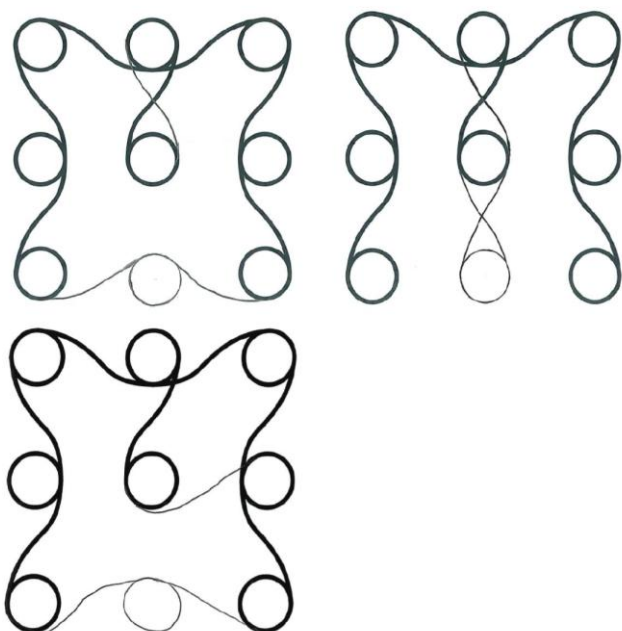


Punteggio 0: caso di punteggio 1, ma poca cura



-

Punteggio 1: casi con asse di simmetria verticale o diagonale



Esercizio n. 9 (10 punti) Auguri agli sposi

Si riporta dal brogliaccio dei correttori una riflessione tipo dopo aver testato criteri di valutazione prefigurati prima di esaminare a campione elaborati, proprio per adeguare la valutazione oggettivando una casistica:

punti 8, punteggio massimo assegnato: un tentativo di discussione

$$a = \sqrt{s^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{16^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2} = \sqrt{16^2 - 2^2} = \sqrt{256 - 4} = \sqrt{252} \approx 15,874 \text{ cm}$$

$$h = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{15,874^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2} = \sqrt{15,874^2 - 2^2} = \sqrt{251,98 - 4} = \sqrt{247,98} \approx 15,74 \text{ cm}$$

$$V = \frac{A_{\text{base}} \cdot h}{3} = \frac{16 \text{ cm}^2 \cdot 15,74 \text{ cm}}{3} = 83,94 \text{ cm}^3$$

CALCOLO QUANTITÀ DI RISO IN UNA PIRAMIDE:

$$1 \text{ kg} : 1250 \text{ cm}^3 = x : 83,94 \text{ cm}^3$$

$$x = \frac{1 \text{ kg} \cdot 83,94 \text{ cm}^3}{1250 \text{ cm}^3} = 0,067 \text{ kg} = 67 \text{ g}$$

CALCOLO PERSONE CHE VANNO AL MATRIMONIO:

$$90\% \text{ di } 120 = \frac{90}{100} \cdot 120 = 108$$

$$108 - 100 = 8 \rightarrow \text{persone che ipoteticamente non vogliono lanciare il riso}$$

CALCOLO DEI KG DI RISO DA COMPRARE:

quantità di Kg di riso in una piramide per numero persone che lanciano il riso

$$0,067 \text{ kg} \cdot 100 = 6,7 \text{ kg}$$

ANNA MARGHERITA DEVE COMPRARE UNA CONFEZIONE DA 5 kg DI RISO E 2 DA 1 kg, IN TOTALE 7 kg DI RISO.

$$7 \text{ kg} - 6,7 \text{ kg} = 0,3 \text{ kg} = 300 \text{ g} \rightarrow \text{grammi di riso che avanzano}$$

CALCOLO DEL NUMERO DI PERSONE CHE POTREBBERO LANCIARE TRA GLI 8 CHE NON VOGLIONO LANCIARE:

$$300 \text{ g} : 67 = 4,47$$

di riso che stanno in una piramide

conclusione:
tra le 8 persone, 4 hanno la possibilità di lanciare e 0,47 g che avanzano si possono buttare.

Matematica Senza Frontiere classe prima - Competizione 2025-2026

Altezza corretta, ma volume errato: volume o area? Punti 3 e Punti 4

$$AB = 4 \cdot 4 = 16 \text{ cm}^2$$

$$D = \frac{4 \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{5,65}{2} = 2,82 \text{ cm}$$

$$h = \sqrt{16^2 - 2,82^2} = \sqrt{256 - 7,95} = \sqrt{248} = 15,75 \text{ cm}$$

$$A_{\text{tot}} = \frac{16 \cdot 15,75}{2} = 126 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{conf}} = 126 \cdot 108 = 13608 \text{ cm}^2$$

$$\text{kg riso} = \frac{13608}{1250} \approx 11 \text{ kg}$$

2 confezioni di riso da 5 kg e una da 1 kg

PERCHÉ CON UN CHILLO DI RISO SI POSSONO
RIEMPIRE 5 ~~tonde~~ PIRAMIDI SECONDO QUESTI
CALCOLI:

$$V_{\text{PIRAMIDE}} = (4 \cdot 4) \cdot 15,75 = 252 \text{ cm}^3$$

QUANTE PIRAMIDI PUOI FARE CON UN ETHW?

1 PACCHETTO = 5 kg

\$4,405,250.00

PROBABILMENTE

A diagram of a square pyramid. The base is a square with side length l . The slant height of the pyramid is labeled sl . A dashed vertical line represents the height h from the apex to the center of the base.

$$sl = 16 \text{ cm}$$

confezioni di riso:

- 5 kg

$$\begin{aligned} & - 5 \text{ Kg} \\ & - 1 \text{ Kg} = 1250 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

$$h = \sqrt{16^2 - 2^2} = \sqrt{256 - 4} = \sqrt{252} = 15,88 \text{ cm}$$

$$Ab = 4^2 = 16 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{16 \cdot 15,88}{3} = 84,66 \text{ cm}^3$$

120 persone $\rightarrow$ 90% presenti

persone = $\frac{120}{100} \cdot 90 = 108$

riso di una piramide = $\frac{84,66}{1250} = 0,068 \text{ Kg}$

$$\text{riso totale} = \frac{9,143,3}{1250} = 7,3 \text{ Kg}$$

quindi bisogna prendere:

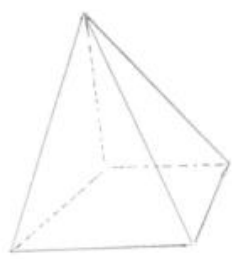
- 1 confezione da 5 Kg
- 3 confezioni da 1 Kg

confezioni di riso:

e approssimazione errata: punti 3



$Ab = 4^2 = 16 \text{ cm}^2$
 $h_s = \sqrt{16^2 - 2^2} = \sqrt{256 - 4} = \sqrt{252} = 15,9 \rightarrow 16 \text{ cm}$
 $h_s = h_{\text{PIRAMIDE}}$
 $V = \frac{Ab \cdot h}{3} = \frac{16 \cdot 16}{3} = \frac{256}{3} = 85,3 \rightarrow 86 \text{ cm}^3$
 $\downarrow$
 VOLUME UN TRIANGOLO DI RISO
 $V \text{ 1 Kg di RISO} = 1250 \text{ cm}^3$
 $1250 : 85 = 14,7 \rightarrow 14 \rightarrow$ NUMERO DI ~~TRIANGOLINI~~ ~~CONFEZIONI~~ IN UN KG DI RISO PERCIÒ;
 $100 : 14 = 7,1 \rightarrow$ NUMERO DI PACCHETTI DA COMPRARE
 CECILIA DOVREBBE COMPRARE
 1 PACCHETTO DA 5 Kg E 2 PACCHETTI DA UN Kg.



CONFEZIONI DA 1 E 5 Kg
 VOLUME DI 1 Kg DI RISO = 1250 cm^3
 $h = \sqrt{16^2 - 2^2} = \sqrt{256 - 4} = \sqrt{252} = 16 \text{ cm}$
 $V = \frac{Ab \cdot h}{3} = \frac{16 \cdot 16}{3} = \frac{256}{3} = 85 \text{ cm}^3$
 $85 \cdot 100 = 8500 \text{ cm}^3$
 $\frac{8500}{1250} = 6,8 \text{ Kg}$
 DEVE ACQUISTARE 6,8 Kg DI RISO
 DEVE PRENDERE 1 PACCO DA 5 Kg E 2 DA 1 Kg DI RISO

Mancano proprio le idee di base: punti 1

$$120 : 100 = x : 90 = \frac{120}{100} \cdot 90 = 108 \text{ persone presenti}$$

$$x = 108$$

$$108 - 100 = 8 \text{ persone che non lanciano il riso}$$

$$P_b = 4 \cdot 4 = 16 \text{ cm}$$

$$2P = 16 \cdot 2 = 32 \text{ cm}$$

$$A_b = 4 \cdot 4 = 16 \text{ cm}^2$$

$$A_l = \frac{32 \cdot 16}{2} = 256 \text{ cm}^2$$

$$a = \frac{A_l \cdot 2}{16} = \frac{256 \cdot 2}{16} = 32 \text{ cm}$$

$$h = \sqrt{16^2 + 2,8^2} = 16,2 \text{ cm}$$

$$V = \frac{16 \cdot 16,2}{3} = 86,4 \text{ cm}^3$$

$$1250 : 86,4 = 14,4 \text{ confezioni con 1 kg di riso}$$

$$1250 \cdot 7 = \frac{8750}{86,4} = 101,2 \text{ confezioni di riso con 7 kg di riso}$$

Applicazione errata teorema di Pitagora : punti 0

verranno realizzate. $\rightarrow 90\%$ di 120 $\rightarrow \frac{120}{100} \cdot 90 = 108$ piramidi

$$A_b = 4 \cdot 4 = 8$$

$$h = \frac{3V}{A_b}$$

$$r = \frac{4}{2} = 2 \text{ cm}$$

$$a = \sqrt{r^2 + c_1^2} = \sqrt{2^2 + 16^2} = \sqrt{16 + 256} = \sqrt{272} = 16,4$$

$$h = \sqrt{r^2 + c_2^2} = \sqrt{2^2 + 16,4^2} = \sqrt{4 + 268,96} = \sqrt{272,96} = 16,5$$

$$V = \frac{8 \cdot 16,5}{3} = \frac{132}{3} = 44 \text{ cm}^3$$

$$\rightarrow 44 \cdot 108 = 4.752 \text{ cm}^3$$

$$\frac{1250}{44} = 28,4 \text{ cm}^3$$

$$5 \text{ Kg} = 5000 \text{ cm}^3 \text{ di riso}$$

Risposta = Sarà necessario acquistare una confezione di riso da 5 Kg per poter confezionare 108 piramidi di cartoncino e ne avvanzeranno 248 gr.

Esercizio n. 10 (7 punti) **Trasferimento**

Punti 7 - Risoluzione corretta e giustificata in modo esaustivo (con individuazione della soluzione e dell'informazione mancante)

Aldo ha ragione perché Carlo si è dimenticato di dare un'informazione, ovvero quanti anni fa si sono trasferiti lui e sua sorella, poiché, avendo così il testo, le opzioni sono 2:

1. Maria e Carlo si sono trasferiti 1 anno fa, mentre Aldo 26 anni fa.

2. Maria e Carlo si sono trasferiti 2 anni fa, mentre Aldo 6 anni fa.

Inoltre i numeri da trovare sono 3 (tra cui 2 uguali), poiché Nat e sua sorella Sara si sono appena trasferite.

Per questo motivo, il testo detto da Carlo doveva essere: "I numeri, che esprimono gli anni interi trascorsi da quando ciascuno di noi tre si è trasferito, hanno per prodotto il numero del nostro tavolo, e inoltre, mia sorella Maria ed io siamo arrivati insieme 1 anno fa, ~~mentre~~ di conseguenza Aldo è qui da 26 anni."

Attrebbe essere scritto in questo modo oppure: "I numeri, che esprimono gli anni interi trascorsi da quando ciascuno di noi tre si è trasferito, hanno per prodotto il numero del nostro tavolo e, inoltre mia sorella Maria ed io siamo arrivati insieme 2 anni fa, di conseguenza Aldo è qui da 6 anni."

DATI :

- tavolo 24 = Nat, Sara, ^(x) Maria, ^(y) Aldo e ^(x) Carlo = tutti da Milano
- Carlo e Maria = nemici insieme
- 24 anni = (anni trascorsi) Maria · Carlo · Aldo

DOMANDA : manca un dato, completa il testo con un'informazione che renda univoca la risposta.

SVOLGIMENTO: (μ = anni)

$$x \cdot x \cdot y = 24$$

$$x^2 \cdot y = 24$$

$$y = 24 : x^2$$

$$x^2 = 24 : y$$

$$x = \sqrt{24 : y}$$

$$24 = x \cdot x \cdot y$$

↓
possibili combinazioni:

$$\textcircled{1} 2 \cdot 2 \cdot 6 = 24 \quad (x \text{ e } y \in \mathbb{N})$$

$$\textcircled{2} 1 \cdot 1 \cdot 24 = 24$$

PER AVERE UNA RISPOSTA PRECISA:

- abbiamo bisogno di sapere a che insieme appartengono i dati.

- un dato che ci dia una sola alternativa

es. $\textcircled{3} \{ \overset{y}{x} \in \mathbb{N} \mid y < 24 \}$

↓
sappiamo che y non può essere 24
e che appartiene a $\mathbb{N}$

↓
 $x = 2 \quad y = 6$

$$2 \cdot 2 \cdot 6 = 24$$

Punti 0 - Risoluzione errata

la risposta è 8 perché è multiplo di 24.

Esercizio n. 5 (10 punti) Attenti all'uovo

Punti 5

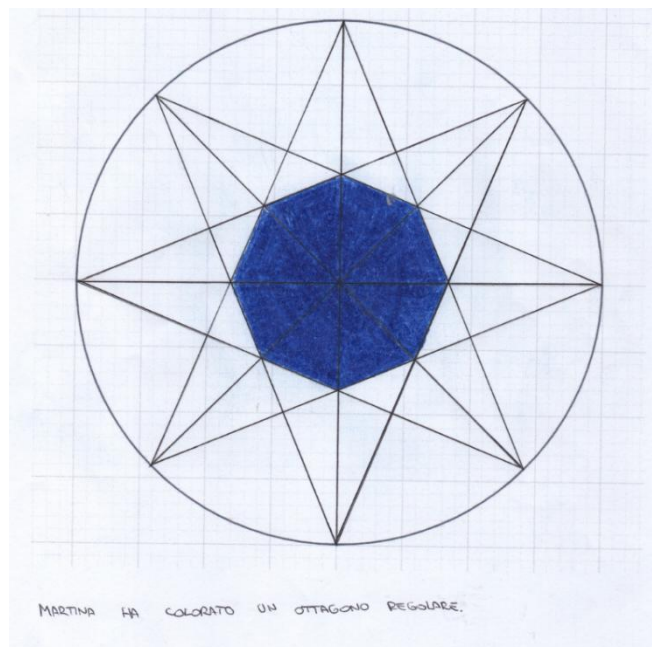
... DOVEVAMO TROVARE UN NUMERO ^{IN COMUNE} CHE
SI POTESSE DIVIDERE PER DODICI, DIECI,
SEI, QUATTRO, DUE.
E NEL RISULTATO DOVEVA ESSERCI SEMPRE
UN UOVO IN PIU', DOPO ALCUNI TENTATIVI
ABBIAMO CAPITO CHE DOVEVA ESSERE UNA O PIU'
~~NUMERO~~ ^{DECINE} ~~INTERO~~ PIU' UNO.
ALLORA DOPO ALCUNI TENTATIVI L'ABBIAMO
TROVATO, E' 61, INFATTI...

$$\left. \begin{array}{l} 2 \rightarrow 60 \\ 4 \rightarrow 60 \\ 6 \rightarrow 60 \\ 10 \rightarrow 60 \\ 12 \rightarrow 60 \end{array} \right\} (+1) = 61$$

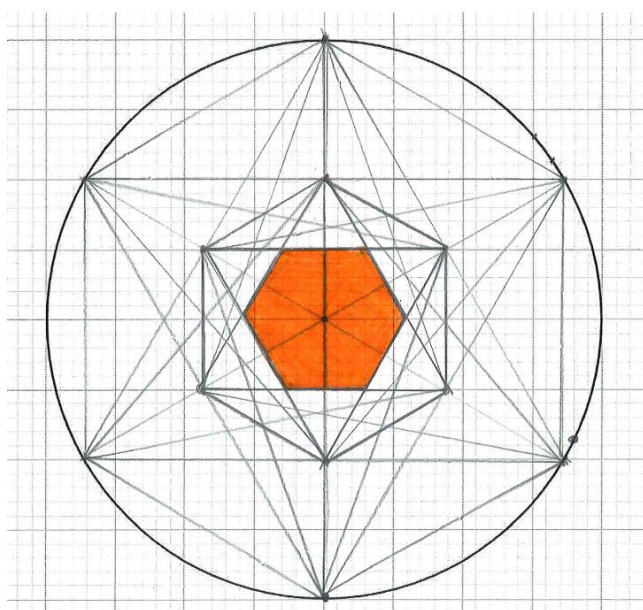
Sappiamo che deve essere anche un divisore di 10
Se ne deve rimanere uno sappiamo che il numero finisce in 1
quindi abbiamo diviso tutti i numeri che finiscono in uno come
11, 21, 31 ecc e l'unico numero che aveva tutti i divisori 2, 4, 6, 10, 12
era il numero 61

Esercizio n. 6 (7 punti) **String art**

Punti 7



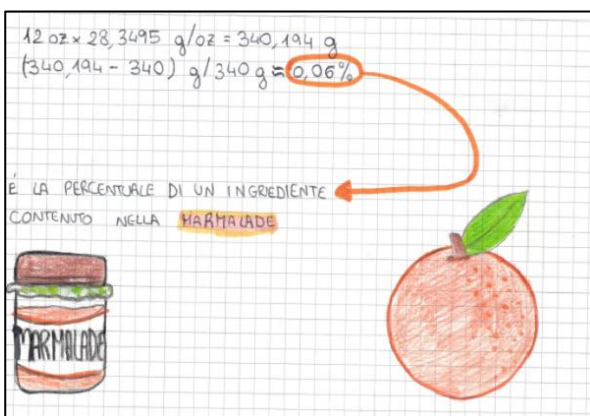
Punti 0



Esercizio n. 7 (10 punti) Marmalade

Punti 0

Con questi calcoli si vuole chiarire quanti g ci sono nella marmelade e nella jam. Possiamo notare che nella marmelade c'è lo 0,06% in più di marmellato rispetto a quello della jam.



Il primo mistero matematico è:
lo 0,06% è la percentuale di cosa?
Per noi non ci sono dubbi sull'etichetta del vasetto.

Punti 10

OSSERVANDO QUESTI CALCOLI STIAMO CERCANDO DI CHIARIRE SE I 12 oz SCRITTI, SONO UGUALI AI 340g CHE CONTIENE IL VASO.

- $12 \text{ oz} \times 28,3495 \text{ g/oz} = 340,194 \text{ g}$
- SULL'ETICHETTA C'È SCRITTO 340g
- LA DIFFERENZA È 0,194g CIOÈ SOLO LO 0,06%.

DA BUONI DETECTIVE DELLA MATEMATICA STIAMO CONTROLLANDO SE L'ETICHETTA È GIUSTA, QUANDO DICE CHE 12 oz CORRISPONDONO A 340g.

IL RISULTATO MOSTRA CHE SONO QUASI UGUALI, LA DIFFERENZA È PICCOLISSIMA, QUINDI L'ETICHETTA È CORRETTA.

Esercizio n. 9 (10 punti) **Trasferimento**

Punti 10 (argomentazione chiara e completa)

ABBIAMO CAPITO CHE MARIA E CARLO SI SONO TRASFERITI NELLA NUOVA CITTA' DA DUE ANNI MENTRE ALDO DA SEI. SIAMO ANDATI PER ESCLUSIONE: QUESTA ERA L'UNICA COMBINAZIONE POSSIBILE ($2 \cdot 2 \cdot 6 = 24$) ANCHE SE CARLO E MARIA SI FOSSERO TRASFERITI DA UN ANNO, ALDO DOVREBBE ESSERE IN QUELLA CITTA' DA 24 ANNI, MA E' IMPOSSIBILE POICHE' HA SOLO 21 ANNI. E SE I DUE FRATELLI FOSSERO TRASFERITI A 3 ANNI NON CI SAREBBE NESSUN NUMERO CHE MOLTIPLICATO PER 9 DIA 24 ($3 \cdot 3 \cdot N = 24$). STESSA COSA VALE PER IL 4 E PER TUTTI I NUMERI CHE VENGO NO DOPO.

Punti 10 (risoluzione schematica, semplice e chiara)

CARLO, MARIA E ALDO POSSONO ESSERE ARRIVATI DA :

1) $\begin{array}{ccc} M & A & C \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 1 & 24 & 1 \end{array} \rightarrow 1 \cdot 24 \cdot 1 = 24$
NON E' POSSIBILE PERCHE' ALDO HA 21 ANNI.

2) $\boxed{\begin{array}{ccc} M & A & C \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 2 & 6 & 2 \end{array}} \rightarrow 2 \cdot 6 \cdot 2 = 24$

GIUSTO: MARIA E CARLO SONO ARRIVATI DA 2 ANNI, ALDO DA 6 ANNI.

Punti 8 (risoluzione con individuazione anche della seconda terna, ma con inadeguata argomentazione della sua esclusione)

Un'altra combinazione possibile era $1 \cdot 1 \cdot 24$, ma dato che Aldo ha 21 e gioca tutti nella stessa categoria ~~da~~ di età, nessuno si può essere trasferito da 21 anni.

Punti 5 (risoluzione con giustificazione non corretta prendendo in considerazione 5 fattori, invece di 3 di cui un anno, dato inesistente)

Operazione: Siccome 24 è il prodotto lo dobbiamo scomporre.

$$24 = 2^3 \times 3$$

Ora lo dobbiamo distribuire per le 5 persone:

$$1 \times 1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$$

Ma siccome Carlo e Maria stanno dallo stesso tempo dobbiamo modificarlo:

$$1 \times 1 \times 2 \times 2 \times 6$$

Risultato:

Carlo: 2 anni

Maria: 2 anni

Aldo: 6 anni

Punti 0 (risoluzione con deduzione che Sara e Nat siano arrivate da 1 anno senza che il testo lo affermi e ignorando il fatto che le due terne devono tenere conto che due fattori debbano essere uguali (le età di maria e Carlo))

In base ai dati forniti ci possono essere più possibilità;
tenendole conto che:

- Sara e Nat sono probabilmente appena arrivate, quindi da 1 anno
- Carlo e Maria sono arrivati assieme
- visto che Aldo ha 21 anni i numeri saranno minori o uguali a 21

Quindi queste sono le possibili combinazioni

$$1 \cdot 12 \cdot 2 = 24$$

$$1 \cdot 6 \cdot 4 = 24$$

$$1 \cdot 3 \cdot 8 = 24$$

l'uno è riferito a Sara e Nat e gli altri 2 numeri
a Carlo e Aldo

MSFJ - Scuola primaria classi quinte – scuola secondaria- classi prime

Esercizio n. 2 (5 punti) Acquacolor

Rossi: $\frac{4}{9}$

Gialli: $\frac{5}{9}$ ($\frac{4}{9} + \frac{5}{9} = \frac{9}{9} = 1$)

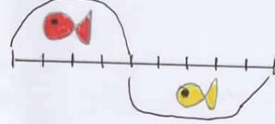
Rossi: $\frac{4}{9}$ (5 pesci)

Gialli: $\frac{5}{9}$ (5 pesci) $4 = 5$ pesci

25 pesci gialli; } alla fine (se aggiungesse 5 pesci rossi)
25 pesci rossi

Nell'acquario di Doris ci sono 25 pesci gialli;

Per risolvere il quesito abbiamo usato il metodo dei segmenti per rappresentare la frazione data.



$\frac{4}{9}$ sono i pesci rossi quindi la frazione complementare è $\frac{5}{9}$ che rappresentano i pesci gialli.

Osserviamo che i 5 pesci, che potrebbe aggiungere Doris, per avere la stessa quantità di pesci è l'unità frazionaria ($\frac{1}{9}$) che compenra la differenza. Ogni parte del segmento vale 5, quindi l'intero ($\frac{9}{9}$), vale 45.

Calcoliamo: i $\frac{4}{9}$ di 45 = $(45:9) \cdot 4 = 20$ 
i $\frac{5}{9}$ di 45 = $(45:9) \cdot 5 = 25$ 

Nell'acquario di Doris ci sono 25 pesci gialli, e aggiungendo 5 pesci rossi si arriverebbe a 25 avendo la stessa quantità di pesci rossi.

IL NUMERO DEI PESCI NELL'ACQUARIO DEVE ESSERE PER FORZA UN MULTIPLO DI 9, SE NO NON SI POSSONO TROVARE I $\frac{4}{9}$ DEI PESCI NELL'ACQUARIO QUINDI TENTANDO CI TUTTI SI RIESCE A CAPIRE CHE È 45 PERCHÉ:

$\frac{4}{9}$ DI 45 = 20 = (pesci rossi) $45 - 20 = 25$ = (pesci gialli)

SE AGGIUNGIAMO 5 A 20 (PESCI ROSSI) IL NUMERO DI PESCI ROSSI DIVENTA UGUALE AL NUMERO DEI PESCI GIALLI

Abbiamo pensato a due numeri che sommati, con la differenza di 5, tra loro facciano un multiplo di 9 per dividerlo. Abbiamo trovato 25 e 20 che sommati fanno 45, diviso 9 dà 5 poi moltiplicato per 4 ci è venuto 20 cioè i pesci rossi. Allora Doris ha nell'acquario 25 pesci gialli.

Punti 5

NELL'ACQUARIO DI DORIS CI SONO 25 PESCI GIALLI, PERCHÉ BISOGNA FARE $45:9=5$ QUINDI $\frac{1}{9}$ SONO 5 PESCI. SE $\frac{1}{9}$ È 5 PESCI, $\frac{4}{9}$ SONO 20 PESCI.

$\frac{4}{9}$ SONO I PESCI ROSSI DI DORIS, SE SAPPIAMO CHE 20 SONO I PESCI ROSSI DOBBIAMO FARE $45 - 20 = 25$. SE DORIS AGGIUNGESSE 5 PESCI ROSSI RISULTEREBBE CHE I PESCI SIANO LO STESSO NUMERO DEI PESCI GIALLI (25).

OPERAZIONE:

$9 + 5 = 14$ $\frac{9}{14}$ (PESCI ROSSI)

$\frac{5}{14}$ (PESCI GIALLI)

RISPOSTA

I PESCI GIALLI SONO 5, PERCHÉ FACENO $9+5=14$ CHE È IL TOTALE DEI PESCI QUINDI I PESCI GIALLI SONO $\frac{5}{14}$.

Punti 0

5 pesci gialli sono 5 perché i pesci rossi sono 5 e se si aggiunge 5, cioè i pesci gialli, diventa 9 che è la somma dei pesci.

Esercizio n. 3 (5 punti) Tanti colori per un solo cubo

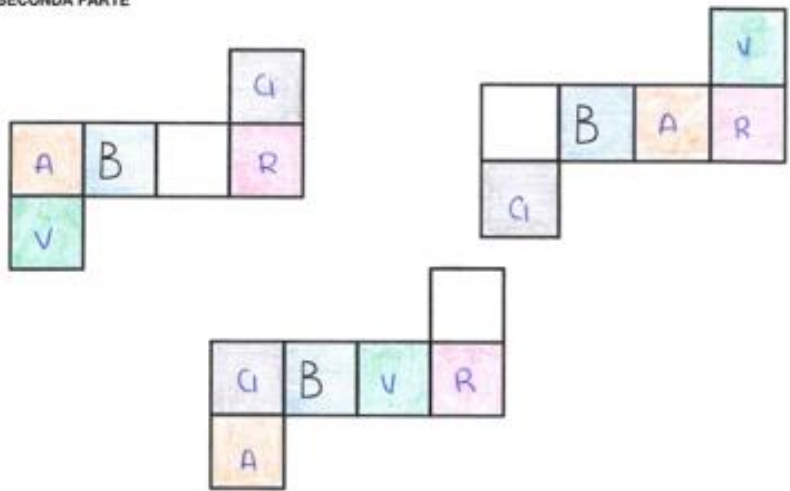
Punti 5

PRIMA PARTE



Legenda colori: A = Arancione ; B = Blu ; G = Grigio ; R = Rosa; V = Verde

SECONDA PARTE



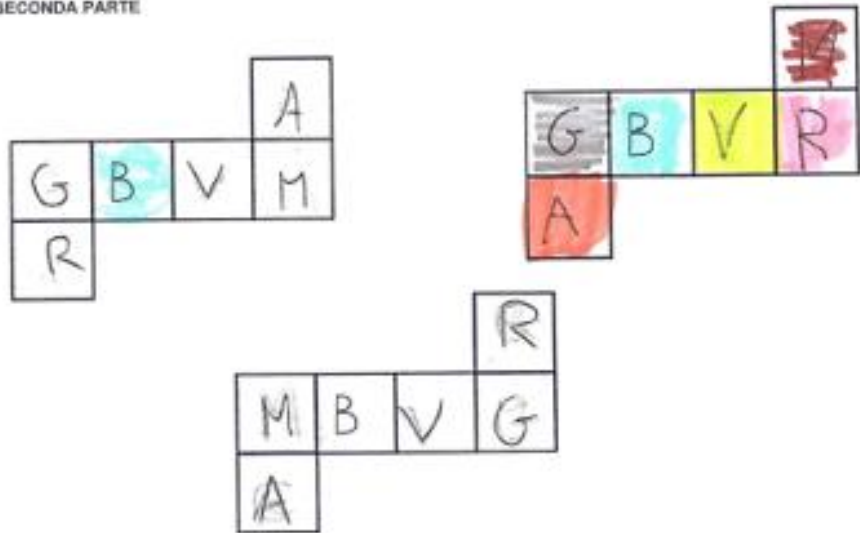
Punti 0

PRIMA PARTE



Legenda colori: A = Arancione ; B = Blu ; G = Grigio ; R = Rosa; V = Verde M = Marrone

SECONDA PARTE



Esercizio n. 4 (10 punti) La parola giusta

Punti 6

Completere Codice

GLYPHE O' HATHS

Se il numero delle piante è pari allora la meta delle piante è distrutta.
Se il numero delle piante è dispari allora si aggiunge una pianta.

17 + 1 = 18
↓ :2
9 + 1 = 10
↓ :2
5 + 1 = 6
↓ :2
3 + 1 = 4
↓ :2
2 : 2 = 1 + 1 = 2...
SIAMO IN UN LOOP...

NUOVA FORMULA
GLYPHE O' HATHS

Se il numero delle piante è pari allora la meta delle piante è distrutta.
Se il numero delle piante è dispari allora si toglie una pianta.

17 - 1 = 16
↓ :2
8
↓ :2
4
↓ :2
2
↓ :2
1 - 1 = 0

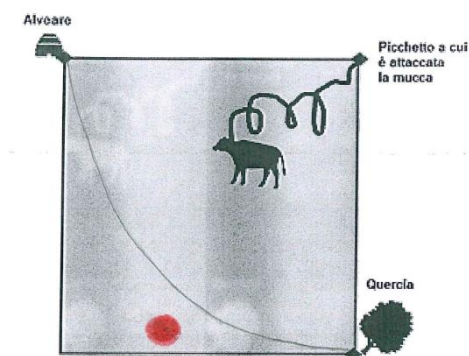
Abbiamo sostituito la parola sottolineata "AGGIUNGE UNA" con la parola "TOLIE UNA" che permetterà a Nano Blu di terminare tutte le piante carnivore. Sicuramente anche Nano Blu avrà ragionato come noi.

Esercizio n. 6 (5 punti) Tenda al sicuro

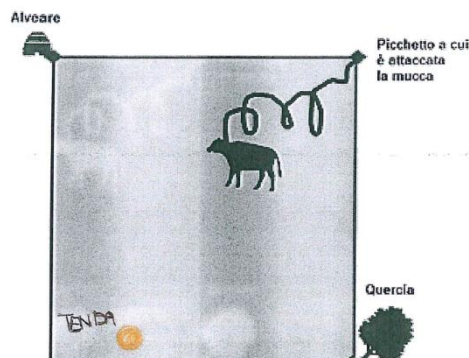
Una riflessione da parte di un correttore (che ha poi somministrato lo stesso quesito a una classe prima superiore, verificando la conoscenza teorica dell'asse di un segmento", ma l'incompetenza nell'applicazione del concetto)

Alcune soluzioni contengono dei ragionamenti corretti che però si concretizzano in una soluzione errata. Ciò che tipicamente emerge in questi casi è che gli alunni sanno *in pratica* come muoversi per risolvere il problema, ma poi non sono in grado di formalizzare la loro intuizione, anche a causa del mancato riconoscimento del concetto geometrico sottostante il problema. Gli alunni sono in grado di posizionarsi (1) al sicuro dalla mucca e (2) più vicini alla quercia che all'alveare, tuttavia:

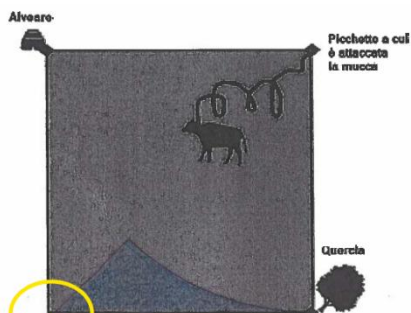
- 1) non (ri)conoscono il concetto di asse del segmento, quindi non riescono ad esprimere il secondo vincolo



- 2) a volte non riescono ad esprimere neppure il primo vincolo



- 3) intuiscono il concetto topologico di insieme aperto ma non sanno formalizzarlo correttamente



Abbiamo scoperto che la corda che tiene la mucca è lunga 8,2 cm, poi con il compasso aperto dal picchetto alla quercia abbiamo tracciato un semicerchio. Infine abbiamo diviso 0,2 cm per $\sqrt{2}$ il semicerchio con un segmento (perché potremmo doverlo ripetere).