

Matematica Senza Frontiere

Scuola superiore – classe prima

Competizione 5 marzo 2026

Proposta di soluzione

Esercizio n. 1 (7 punti) Lunatico

Soluzione da redigere in francese o in inglese o in tedesco o in spagnolo con un minimo di 30 parole.

Poiché il ragazzo dice la verità in due giorni consecutivi: il giovedì e il venerdì, ma nella risposta non compare uno stesso nome in due giorni consecutivi, si deduce che i due giorni non possono che corrispondere all'inizio e alla fine della sequenza dei giorni, per cui

1) venerdì (inizio), sabato, domenica, lunedì, martedì, mercoledì (giovedì fine sequenza ma escluso perché si considerano sei giorni) con risposte Sacha, Elio, Sacha, Elio, Lucas, Elio, oppure

2) (venerdì escluso considerando i successivi sei giorni) sabato, domenica, lunedì, martedì, mercoledì, giovedì (finale) con risposte Sacha, Elio, Sacha, Elio, Lucas, Elio.

Riportando in tabella le due sequenze:

	Giorni							Deduzioni
	Venerdì (dice il vero)	Sabato	Domenica	Lunedì	Martedì (mente)	Mercoledì	Giovedì (dice il vero)	
R	Sacha	Elio	Sacha	Elio	Lucas	Elio		Risposta corretta
		Sacha	Elio	Sacha	Elio	Lucas	Elio	R di martedì e giovedì incompatibili

La seconda non è accettabile perché il ragazzo risponderebbe nello stesso modo sia il martedì, giorno in cui mente, sia il giovedì giorno in cui invece dice la verità.

Il nome del ragazzo è Sacha.

Per i correttori, in caso di utilità, si riporta anche lo schema completo qualora gli studenti non arrivino subito a una intuizione di base.

	Giorni							Deduzioni
	Lunedì	Martedì (mente)	Mercoledì	Giovedì (dice il vero)	Venerdì (dice il vero)	Sabato	Domenica	
Risposte	Sacha	Elio	Sacha	Elio	Lucas	Elio		giovedì e venerdì incompatibili
		Sacha	Elio	Sacha	Elio	Lucas	Elio	giovedì e venerdì incompatibili
	Elio		Sacha	Elio	Sacha	Elio	Lucas	giovedì e venerdì incompatibili
	Lucas	Elio		Sacha	Elio	Sacha	Elio	giovedì e venerdì incompatibili
	Elio	Lucas	Elio		Sacha	Elio	Sacha	R corretta
	Sacha	Elio	Lucas	Elio		Sacha	Elio	martedì e giovedì incompatibili
	Elio	Sacha	Elio	Lucas	Elio		Sacha	giovedì e venerdì incompatibili

Esercizio n. 2 (5 punti) Scoiattoli condominiali

La seconda affermazione permette di dedurre che $m=r+2$ e quindi la prima relazione può essere formalizzata come $(r+2)+1 = 2(r-1)$ da cui $r = 5$ e $m = 7$
Gli scoiattoli sono, pertanto, 12.

Nota: La soluzione si può individuare anche con il ricorso a una tabella impostata come una delle seguenti:

- 1) Premesso che dal testo si evince che $r > 0$

r	m = r+2	Verifica se (m+1) = 2(r-1)
1	3	falso
2	4	falso
3	5	falso
4	6	falso
5	7	vero

Gli scoiattoli, pertanto, sono complessivamente **12**.

- 2) Premesso che dal testo si evince che $r > 0$, si possono semplificare ulteriormente i casi osservando, oltre che $m=r+2$, che $r+1$ è pari e quindi r è dispari e con la tabella seguente pervenire alla stessa soluzione:

r	m = r+2	Verifica se (m+1) = 2(r-1)
1	3	falso
3	5	falso
5	7	vero

Esercizio n. 3 (10 punti) Passatempo coi numeri primi

Si considerano le parziali composizioni numeriche esplicitate nel testo:

Ricci (2, 3, 5, 7, 11,...)

Marmotte (5, 8, 14, 20, 32,...).

Poiché ogni squadra è composta da 12 scout ai ricci sono assegnati in ordine crescente i seguenti numeri primi:

Ricci (2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37)

Si può procedere, poi, per tentativi considerando in corrispondenza i numeri crescenti delle due squadre sopra riportati e formulando congetture, sottoponendo, in contemporanea, a controllo i risultati applicativi.

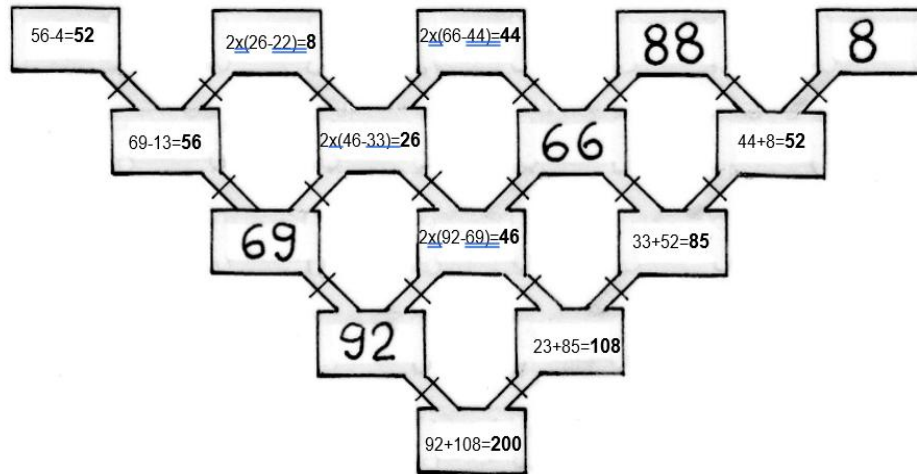
Si perviene, così, alla conclusione che la relazione di corrispondenza è $3n - 1$.

La squadra delle marmotte è pertanto: Marmotte (5, 8, 14, 20, 32, 38, 50, 56, 68, 86, 92, 110).

Approfondimento didattico

Il quesito proposto in classe si presta per un approfondimento sul concetto di numero primo, affrontando quindi la questione di numeri "interessanti" quali 0 e 1.

Esercizio n. 4 (7 punti) **Funziona davvero!**



Può essere interessante osservare che la quantità di acqua per livello (riga) è sempre complessivamente di 200, espressa nell'u.m. inespressa nel testo.

Esercizio n. 5 (5 punti) **Semi di probabilità**

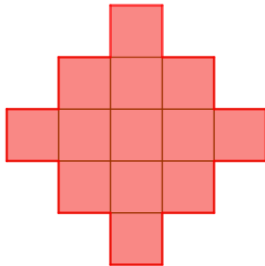
- 1) Le quartine possibili sono 15:
ABCD, ABCE, ABCF, ABDE, ABDF, ABEF,
ACDE, ACDF, ACEF, ADEF,
BCDE, BCDF, BCEF,
BDEF, CDEF.
- 2) Probabilità di avere almeno due varietà straniere:
Quartine con almeno 2 varietà straniere $\rightarrow 12$.
Probabilità = N. casi favorevoli / N. casi possibili $\rightarrow 12/15 = 80\%$.
- 3) Si estrae una bustina straniera a caso tra A, B, C con uguale probabilità $1/3$.
 $P = 1/3 \times 0,70 + 1/3 \times 0,30 + 1/3 \times 0,35 = 0,45$
 $45\% > 40\%$, dunque "rampicante" è coltivazione conveniente.

Approfondimento didattico

Per conoscere il Progetto INCREASE <https://www.pulsesincrease.eu/it/experiment>

Esercizio n. 6 (10 punti) Cubicolor

Vista dall'alto:



si riportano 4 ragionamenti:

- Al solido in figura si devono aggiungere **18 cubi rossi** (6 su ogni faccia che non ha spigoli in comune con quelle di altri cubi e 12 sulle due facce di cubi diversi che hanno uno spigolo in comune).

Per calcolare il numero delle facce si può anche, sinteticamente moltiplicare per 6 il numero di facce che si vede dall'alto: $6 \times 13 = 78$. Le facce sono, pertanto, **78**.

- Un secondo ragionamento potrebbe essere quello di considerare i cinque piani che si formano nella costruzione secondo le indicazioni fornite:

1° - 5° piano) 2 cubi rossi

2° - 4° piano) 4x2 cubi rossi + (1 blu)

3° piano) 8 cubi rossi + (4 blu e 1 giallo)

- Terzo ragionamento passo passo: da un cubo giallo si passa a 6 blu sulle cui facce $6 \times (6-1) = 30$ si costruiscono i cubi rossi che però si incontrano in alcune facce per cui si hanno 6 cubi rossi (sulle facce esterne) + 12 quelli costruiti sulle facce laterali tenendo conto che tra due facce laterali blu si inserisce un solo rosso.

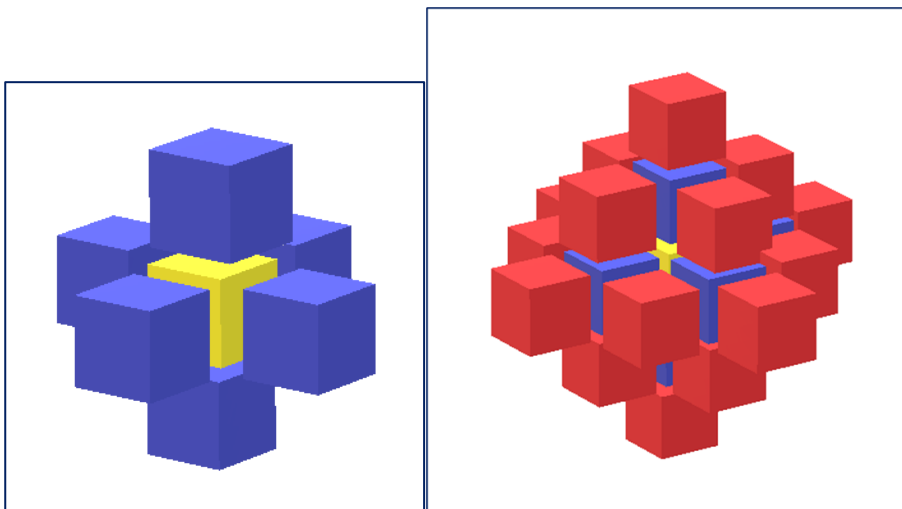
I 6 cubi esterni mostrano ognuno 5 facce ma la quarta è attaccata a una blu e le 4 sono parzialmente coperte per cui se ne vede una sola, in totale $6 \times 1 = 6$; i 12 cubi laterali hanno libere solo 4 facce per cui $12 \times 4 = 48$; le facce laterali delle punte sono $6 \times 4 = 24$.

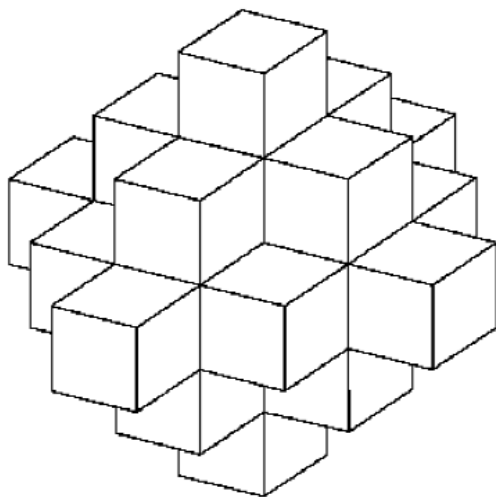
Infine $6 + 48 + 24 = 78$ facce.

- Quarto ragionamento: 6 cubi con 3 facce da coprire portano a identificare $6 \times 3 = 18$ cubi.

Dei 18 cubi tutti hanno 4 facce da coprire oltre ai 6 di testa con una faccia aggiuntiva, per cui $18 \times 4 + 6 \times 1 = 78$ facce.

Si riportano, infine, le riproduzioni degli stadi della costruzione:



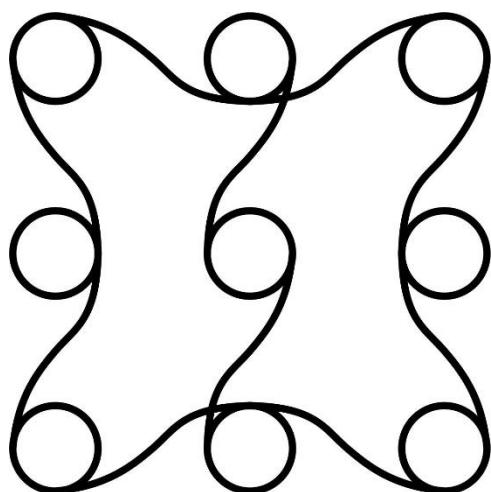


Esercizio n. 7 (7 punti) La sagra delle ciliegie

Giorno	mercoledì	giovedì	venerdì	sabato	domenica
Venditore	Paolo	Anna	Gina	Mario	Rita
Quantità (kg)	20	18	26	21	23

Impostata una tabella, tipo la precedente, e inserite le informazioni date, le altre derivano dalle relazioni del testo per cui si può affermare che Mario è stato al banco sabato vendendo 21 kg di ciliegie.

n. 8 (5 punti) Hotel Mediterraneo



Esercizio n. 9 (10 punti) Auguri agli sposi

Indicati con s e d rispettivamente lo spigolo e la diagonale del quadrato di base, l'altezza $h = \sqrt{s^2 - d/2^2}$

per cui misura $\sqrt{16^2 - (2\sqrt{2})^2} \text{ cm} = \sqrt{256 - 8} \approx 15,74 \text{ cm}$

Poiché il volume della piramide $\frac{\text{Area di base} \times \text{Altezza}}{3}$ riferito al portariso è circa pari a

$(16 \times 15,74 : 3) \text{ cm}^3 \approx 83,95 \text{ cm}^3$, s'impone la proporzione $1\,000 \text{ g} : 1\,250 \text{ cm}^3 = x \text{ g} : 83,95 \text{ cm}^3$

da cui si deduce che la piramide di cartoncino contiene circa 67,16 grammi di riso.

(Attenzione che la massa di un chicco di riso varia, ad es. per il Vialone nano 25–30 mg, quella del Semifino 15–22 mg per cui l'approssimazione non è indifferente. Naturalmente con l'assunto implicito che ogni portariso sia riempito completamente.)

A questo punto entra in gioco la considerazione delle disponibilità commerciali di confezioni e la necessità di decidere quanti portariso preparare sulla base di quali considerazioni si ritengano prioritarie.

Un possibile modo di procedere potrebbe essere quello schematizzato qui sotto

A) Formulazione ipotesi circa il N di portariso da confezionare

n partecipanti al matrimonio interessati a lanciare il riso:

$120 \cdot 90\% = 108$ di cui interessati? 108 o meno?

B) Determinazione del numero di confezioni di riso d'acquistare

Se il contenuto in grammi di riso in una piramide ha massa $m_P \approx 67,16 \text{ g}$, si procede individuando quanti contenuti in riso si ricavano da

Tipo di confezione	Massa di riso	Calcolo	n contenuti di portariso
piccola	1 kg	$1\,000 \text{ g} : 67,16 \text{ g} \approx 14,88$	14
grande	5 kg	$5\,000 \text{ g} : 67,16 \text{ g} \approx 74,44$	74
1 grande + 1 piccola	6 kg	$6\,000 \text{ g} : 67,16 \text{ g} \approx 89,33$	89
1 grande + 2 piccole	7 kg	$7\,000 \text{ g} : 67,16 \text{ g} \approx 104,02$	104
1 grande + 3 piccole	8 kg	$8\,000 \text{ g} : 67,16 \text{ g} \approx 119,18$	119
1 grande + 4 piccole	9 kg	$9\,000 \text{ g} : 67,16 \text{ g} \approx 134,00$	134

Cecilia è in grado di scegliere se garantire 108 portariso e, allora, dovrà acquistare 1 confezione da 5 kg e 3 da 1 kg, o ridurre il numero a 104 portariso acquistando 1 confezione da 7 kg.

(*)

Da evidenziare anche il consiglio a Cecilia (non considerato nella valutazione, durante la correzione) d'informarsi bene perché potrebbe darsi che, cercando confezioni di riso non selezionato, cioè non alimentare, (in commercio in confezioni non da 1 kg) e, quindi, meno costoso potrebbe acquistare 2 confezioni da 5 kg., ma, poi, dovrebbe considerare l'entità del costo dei contenitori che esula dalla richiesta del quesito.

(*)B₁) E' accettabile anche il processo risolutivo basato sul ragionamento avviato dalla considerazione dell'ipotesi del numero di portariso da predisporre, anche per tentativi ragionati.

Approfondimento didattico

Interessante e istruttivo potrebbe essere proporre a una classe prima d'indirizzo grafico, tecnico o scientifico il quesito seguente, analogo, ma con una richiesta di competenza di ambito e livello diverso:

"Al matrimonio di Anna Margherita e Filippo

sono state distribuite piramidi di cartoncino, contenenti chicchi di riso di buon augurio da lanciare agli sposi; ognuna

- ha base quadrata di lato 4 cm;
- è retta, cioè l'altezza si alza perpendicolare alla base nel suo punto centrale;
- ha spigolo laterale lungo 16 cm.



Cecilia, invitata alle nozze, desidera riprodurre questi contenitori per il prossimo matrimonio di una amica che prevede con un centinaio d'invitati. Ha, quindi, la necessità di costruire il modellino e decidere quanto riso acquistare sapendo che il volume occupato da 1 kg di riso sfuso è di circa $1\,250 \text{ cm}^3$.

Anticipate per Cecilia su un foglio di carta millimetrata o su un foglio a quadretti di lato 0,5 cm lo sviluppo di una piramide

analoga, giustificando il disegno con le note tecniche e grafiche opportune.

Determinate, poi, quanti grammi di riso potrebbe contenere al massimo tale contenitore.

Analizzate, infine, i vostri contributi con occhio critico e pensiero lungimirante e rispondete alla seguente domanda: se foste al posto di Cecilia sareste in grado di pianificare l'acquisto del necessario o avreste bisogno di acquisire ulteriori informazioni e, nel caso, quali?"

Considerazioni guida

Fondamentale sarà che nella fase terza del problem solving (Problem posing, problem solving e problem talking) gli studenti si rendano conto che la domanda finale è quella che si sarebbero dovuti porre loro stessi inizialmente o verificare se si siano interrogati correttamente e in modo esaustivo.

Partendo dal presupposto che Cecilia desideri predisporre i portariso adeguati per la cerimonia, pur non riportando una soluzione si evidenziano gli elementi che non possono mancare in essa:

N portariso da confezionare	Assunto esplicitato: 100 i partecipanti al matrimonio che lanceranno il riso
n confezioni di riso da acquistare	Calcolo contenuto in grammi di riso in una piramide analoga es. precedente: $m_P \approx 67,16 \text{ g}$ $1 \text{ kg} : 67,16 \text{ g} \approx 14,88$ cioè 14 contenuti di portariso, quindi, Cecilia se confeziona 100 portariso ha necessità di 6 716 g, cioè deve acquistare 7 confezioni da 1 kg.
Realizzazione del contenitore	- Scelta tra cartoncino lucido o opaco; - considerazione grammatura del cartoncino rispetto al contenuto/costo; - informazione circa le dimensioni del cartoncino in commercio; - determinazione del numero di fogli di cartoncino da acquistare dopo aver costruito lo sviluppo del prototipo;
Sviluppo del modello	- progettazione della chiusura del prototipo; - esplicitazione della-scala del disegno su foglio secondo indicazioni; - evidenziazione u di misura; - giustificazione della costruzione, es con ricorso al compasso impostato con raggio pari all'apotema.. - considerazione dei bordi per incollatura..
Stima finale	A) Stima dell'altezza di riempimento e riconsiderazione dei calcoli teorici iniziali e, quindi, del numero finale di portariso. B) Analisi della disponibilità in commercio di confezioni più grandi di riso e confronto dei prezzi per la stima dei costi.
<i>Raccomandazione per gli studenti</i>	Dopo tutti queste riflessioni: <i>"Non perdere l'entusiasmo del lancio... caso mai ricordarsi che esistono sacchetti di carta, facilmente rintracciabili, a buon mercato!"</i>

Esercizio n. 10 (7 punti) Trasferimento

Dal testo si evince che sono da considerare solo gli anni trascorsi, Sara e sua sorella sono arrivati assieme e Carlo ha precisato che considera solo tre periodi di permanenza, cioè, sottintesi, il suo, quello della sorella e quello di Aldo.

Ragione per cui si può scrivere la seguente equazione

$$C^2 \cdot A = 24$$

dove con C sono denominati gli anni trascorsi per Carlo e con A quelli per Aldo.

Si ricavano le due seguenti terne possibili: 1, 1, 24 e 2, 2, 6. Pertanto se Carlo e sorella si sono trasferiti da 1 anno, Aldo da 24; se, invece, Carlo e sorella si sono trasferiti da 2, Aldo da 6.

Per rendere la soluzione univoca nel testo si deve inserire un'informazione dirimente, per esempio

- sull'età di Aldo che precisa di "avere 21 anni," un'età, quindi, inferiore a 24 anni, per cui la soluzione sarebbe 6, 2, 2 oppure

- relativa a Carlo e sua sorella che dichiarano di essere arrivati da 18 mesi, periodo che conta 1 anno, per cui la soluzione sarebbe 24, 1, 1.