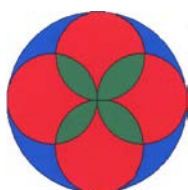


# Matematica Senza Frontiere

## Scuola superiore – classe prima Competizione on line 7 marzo 2023

BILANCIO PEDAGOGICO



### Esercizio n. 1 (7 punti) Decorazione di una vetrata

*Soluzione da redigere in francese o in inglese o in tedesco o in spagnolo con un minimo di 30 parole.*

### Esercizio n. 1 (7 punti) Decorazione di una vetrata

*Soluzione da redigere in francese o in inglese o in tedesco o in spagnolo con un minimo di 30 parole.*

Il quesito con evidente riferimento a situazione reale, di tipo logico percettivo, ha tuttavia evidenziato, con gli esiti, la generalizzata fragilità nella osservazione della figura, con conseguente ragionamento sulle variabili in gioco.

La percentuale di risposte nulle (non date o con punteggio nullo) nella complessità delle scuole, infatti, è di almeno di 86% in tutte le classi prime, senza distinzione di tipologia scolastica ; valore di negatività non raggiunto in alcun altro quesito.

Dall'analisi degli elaborati svolti è risultata alta la frequenza dei casi in cui gli studenti hanno introdotto dati di supporto inutili dimostrando la non attenzione a cogliere la relazione tra le parti e invece hanno evidenziato l'abitudine al ricorso, meramente applicativo, del calcolo ove non anche addirittura mal applicato.

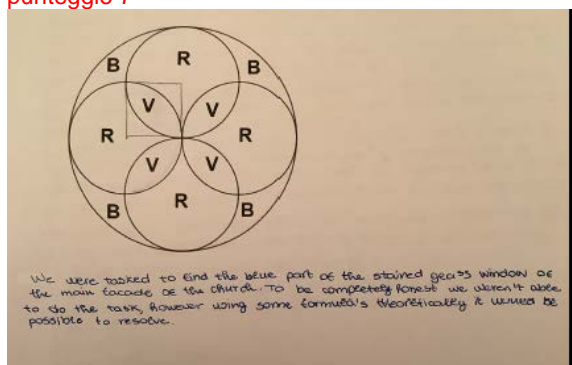
Adirittura nelle risposte ai questionari un numero significativo di studenti ha esplicitato, come elemento di difficoltà, l'assenza della misura del raggio.

Ciononostante, il quesito è stato giudicato , secondo i docenti, il più interessante per gli studenti con una percentuale del 30% circa, confermato dagli stessi anche se con percentuale inferiore, circa il 21% che ne hanno attribuito l'interesse, nel 73%, alla sfida intellettuale insita. L'altro aspetto di primato di questo quesito, sempre nelle risposte dei docenti (55% circa), è risultato per le difficoltà presumibilmente incontrate dagli studenti rispetto alle carenze di competenze non padroneggiate e, invece, richiesta per la risoluzione. Gli studenti hanno confermato difficoltà di comprensione della questione e per la scelta di procedura risolutoria non note alcune conoscenze di base.

I risultati molto deludenti con circa il 91% di punteggi nulli (51,6% di punteggio zero e il 39,2% di non risposte). Le cause sopra illustrate.

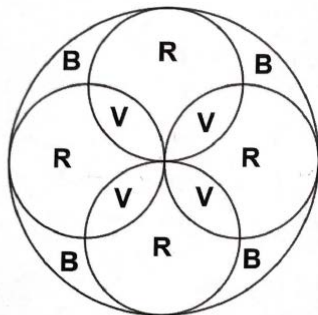
Si riportano, a titolo esemplificativo, alcune elaborazioni:

punteggio 7



$x = \text{raggio di AC}$      $A_v \cdot 4 = 400 \text{ cm}^2$   
 $AC = x^2 \pi$   
 $(\frac{1}{2}x)^2 \pi = A_r$   
 $A_r \cdot 4 = AC =$   
 $= (\frac{1}{4}x^2 \pi) \cdot 4 = x^2 \pi =$   
 $= x^2 \pi = x^2 \pi$   
 $AC - A_r \cdot 4 = 0 \text{ cm}^2$   
 $4A_b = 4A_v$   
 $4 \cdot \text{area} = 4 \cdot \text{area}$   
 $A_b \cdot 4 = 4A_v = A_v \cdot 4$

To color the church's window we're gonna need  $400 \text{ cm}^2$  of blue crystals which is the equivalent of the area of the green ones, that's because since the area of the circle containing everything is the same as the area of the 4 red circles and the 4 green ones are an intersection of those than by subtracting the area of the red circles from the total area we're gonna get 0 meaning that the blues and greens have to be equivalent.



data:  $\Delta V = 400 \text{ cm}^2$   
 question:  $? = B \{ \text{cm}^2 \}$   
 development: Considering the total radius of the circle as the variable "x", the radius of one red circumference is half of the total one. By subtracting to the total area the area of all the for red circumferences and the green crystal parts, it's possible to find the area of the blue crystal

$$\begin{aligned}
 \Delta B &\Rightarrow \pi x^2 - [(\pi \cdot (\frac{1}{2}x)^2 \cdot 4) - 400] = \\
 &= \pi x^2 - [\pi x^2 - 400] = \\
 &= \pi x^2 - \pi x^2 + 400 \text{ cm}^2 = \\
 &= 400 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$


## Esercizio n.2 (5 punti) Come vincere un gelato

Riscontrati indicatori di disattenzione nel verificare la veridicità o meno delle varie affermazioni in riferimento alle coppie di numeri che rispondono alle ipotesi fatte.

Difficoltà diffuse nell'illustrazione del proprio ragionamento, nell'argomentazione in generale e a livello di formalizzazione con alcuni casi in cui le classi hanno ricercato e applicato formule che ben si adattavano al quesito a) ma non al quesito b).

Malgrado il 32% delle classi abbia avuto punteggio nullo (27% di punteggio zero e il 5% di non risposte) è risultato il quesito di miglior successo con la maggior percentuale di punteggi massimi (56%) con, addirittura, nei licei percentuale del 72%.

Si riportano, a titolo esemplificativo, alcune elaborazioni:

punteggio 5

Indichiamo come  $x$  e  $y$  due numeri tali che  
 $3x = 2y$   
Ipotesi  
 $3x = 2y$   
Tesi  
 $x + y$  è multiplo di 5  
Dimostrazione  
 $3x = 2y$  per ipotesi  
 $x = \frac{2}{3}y$  per il secondo criterio di equivalenza  
nelle equazioni  
La somma dei due numeri è  $x + y$  che per  
dimostrazione si può scrivere anche come  $\frac{2}{3}y + y$   
 $\frac{2}{3}y + y = \frac{5}{3}y$   
 $\frac{5}{3}y$  è multiplo di 5  
Per tanto Donata ha ragione  
c.v.d.



punteggio 5

$3x = 2y$        $\frac{3}{2}x = y$   
IL GELATO LO VINCE DONATA PERCHÉ  
 ~~$2x + \frac{3}{2}(2x) = x + \frac{3}{2}x$~~   
 $x + y = x + \frac{3}{2}x = \frac{2+3}{2}x = \frac{5}{2}x$        $x \in \mathbb{P} \rightarrow y \in \mathbb{N}$   
QUINDI LA LORO SOMMA È MULTIPLO  
DI 5      SE  $x$  NON APPARTIENE AI NUMERI NATURALI PARI  
Y NON APPARTIENE AI NUMERI NATURALI

### Esercizio n. 3 (10 punti) La crisi cambia le abitudini di spesa?

Il quesito, di evidente riferimento a situazione reale, è stato ben compreso dagli studenti, ottenendo mediamente più dell'80% di risposte corrette con almeno il 63% in tutti gli ordini di scuola. Ci sono stati, però, errori nel calcolo delle probabilità.

Si riporta, a titolo esemplificativo, una elaborazione:

punteggio 10

$65\% \rightarrow 325$   
 $25\% \rightarrow 125$   
 $10\% \rightarrow 50$

$65\% \text{ di } 500 = \frac{65}{100} \cdot 500 = 325 \text{ famiglie}$   
 $80\% \text{ di } (325+125) = 500 \rightarrow 400 = 50 \text{ famiglie}$   
 $20\% \text{ di } 125 = \frac{20}{100} \cdot 125 = 25 \text{ famiglie}$   
 $80\% \text{ di } 125 = 100 \text{ famiglie}$   
 $80\% \text{ di } 125 = 100$

	CORRETTO	ERRATO
325	✓	✓
100	✗	✗
25	✗	✓
50	✓	✗

1)  $\frac{325+25}{500} \cdot 100 = \frac{350}{500} \cdot 100 = 70\%$   
 2) 50 famiglie (vedi tabella sopra)  
 3)  $\frac{25}{100} \cdot 100 = 25\% = 7,14\% = 7\%$   
 4) 5%, perché  $\frac{100}{500} = 0,2 \cdot 100 = 20\% > 15\%$

A proposito del concetto di probabilità, non padroneggiato in tutte le classi, alcuni docenti hanno formulato il suggerimento di riferirsi nei testi di quesiti analoghi a termine quale "percentuale" invece di "probabilità".

**Esercizio n. 4 (7 punti) Dobble fai da te**



Quesito di osservazione con individuazione di una strategia risolutiva di tipo logico/insiemistico.

La percentuale delle risposte corrette, completamente o parzialmente, è in media del 50% ma si evidenziano differenze fra le varie tipologie di scuola: nel liceo scientifico le risposte positive raggiungono il 60% mentre in altre scuole le risposte scorrette o non consegnate arrivano a superare il 73%.

Si riporta, a titolo esemplificativo, la seguente elaborazione:

punteggio 10

a)

- Sostituiamo i simboli del gioco con le lettere dell'alfabeto italiano
- Utilizziamo gli insiemi per rappresentare le carte di gioco
- Ogni insieme deve contenere 3 elementi ed ogni elemento deve appartenere solo a 2 insiemi

RISPOSTE

- Il numero degli insiemi rappresenta il numero delle carte di cui sarà composto il mazzo di Valeria **[4]**
- Il numero degli elementi rappresenta il numero dei simboli di cui ha bisogno Valeria **[6]**

Al fine di rendere più comprensibile la rappresentazione grafica abbiamo rappresentato le carte con insiemi separati

**Esercizio n. 5 (5 punti) Il gazebo**

Il quesito ambientato in situazione reale richiede come soluzioni competenze geometriche di base quali la prefigurazione e realizzazione di una colorazione di figura geometrica composta secondo la consegna con il successivo calcolo delle misure di perimetro di poligoni piani.

I risultati positivi complessivamente pari al 40% (con punteggi massimi del 21%) superano quelli negativi con il 31% di non risposte e il 19% di punteggi zero. Le non risposte, qui considerate un risultato di negatività in quanto le conoscenze e competenze richieste sono basilari per cui ingiustificata la non risposta.

Riscontrati tra gli errori ricorrenti l'assenza di prefigurazione corretta della colorazione rispondente alla consegna.

### Esercizio n. 6 (10 punti) Il compleanno di Sofia



Il quesito costituisce un'analisi di questione reale con prefigurazione di sviluppo temporale.

Si sono ottenuti risultati positivi dell'ordine del 72% delle classi con punteggi massimi nel 41% delle classi. Il punteggio massimo ottenuto, è stato 5,8, mentre per gli Altri Licei 4,2, per gli Istituti professionali e gli ITE 3,1, per gli Istituti tecnici 4,6 e per i licei scientifici 7,2.

Dalle risposte degli studenti si è evinto che in molte risoluzioni non si sono tenute in considerazione le caratteristiche dell'anno bisestile.

Si riportano, a titolo esemplificativo, alcune risoluzioni:

punteggio 10

IPOTESI  
Sofia è nata il 7 Maggio 2016 ed era sabato.  
Il 7 Maggio del 2022 era di nuovo sabato.

TESI  
Sofia festeggerà il suo compleanno di nuovo di sabato nell'anno 2033  
Sofia festeggerà il suo diciottesimo compleanno di domenica.

Dimostrazione  
Consideriamo che tutti gli anni multipli di 4 sono bisestili, quindi hanno 366 giorni.  
Il primo multiplo di 7 minore di 365 è 364,  
per tanto ogni anno non bisestile che passa il giorno della settimana aumenta di 1, ogni anno bisestile, invece, aumenta il giorno della settimana di 2.  
Sofia compierà i suoi 18 anni nel 2034 perché  $2016 + 18$  è uguale a 2034  
Continua sul retro

ANNO	GIORNO	ETA
2016	Sabato	0
2022	Sabato	6
2023	Domenica	7
2024	Martedì	8
2025	Mercoledì	9
2026	Venerdì	10
2027	Venerdì	11
2028	Domenica	12
2029	Lunedì	13
2030	Mercoledì	14
2031	Mercoledì	15
2032	Venerdì	16
2033	Sabato	17
2034	Domenica	18

punteggio 0

SOFIA OGNI ANNI FESTEGGIA IL SUO COMPLEANNO

PER DETERMINARE IL GIORNO IN CUI FESTEGGERÀ IL COMPLEANNO ANCORA DI SABATO, POSSIAMO OSSERVARE CHE CI SONO  $T$  GIORNI IN UNA SETTIMANA CHE QUINDI IL GIORNO DELLA SETTIMANA DEL COMPLEANNO CAMBIERÀ OGNI  $T$  ANNI PERCHÉ.

1 ANNO = 365 → 365 È UN MULTIPLO DI  $T$  CON RESTO 1.

QUINDI QUANDO AVRÀ  $T$  ANNI FESTEGGERÀ IL SUO COMPLEANNO ANCORA DI SABATO. PER DETERMINARE CHE GIORNO SARÀ AVENDO FARA 13 ANNI SI PUÒ FARE COSÌ

$$d = (d + [(13m - 1) / 5] + y + [7/4] + [c/4] - 2c)$$

$D$  = giorno mese  
 $m$  = numero mese (1 x gennaio, 2 x febbraio ecc.)  
 $y$  = è l'anno (senza secolo)  
 $c$  = il secolo (1° anno del secolo)  
[.]

$$d = (7 + [(13 - 1) / 5] + [24/4] + [20/4] - 2 \cdot 20 = 2$$

2 = MARTEDÌ  
13 ANNI = MARTEDÌ



### Esercizio n. 7 (7 punti) Cene in compagnia

Quesito basato sull'applicazione del concetto di multiplo e di minimo comune multiplo è stato affrontato da circa il 97% delle classi con risultati soddisfacenti.

L'elemento di soddisfazione principale è che la maggior parte delle classi hanno mostrato di essere in grado di effettuare la richiesta sottesa di analisi dei dati espliciti e impliciti presenti nel testo.

Tutte le tipologie di scuola, infatti, hanno superato il 64% di risposte corrette con il 53% di punteggi massimi.

Si sono, tuttavia, riscontrate difficoltà a livello di motivazione e di argomentazione con ridotta attenzione alle domande conetnute nel testo del quesito.

La formulazione del testo favorisce esercizio di rigore interpretativo e di controllo della congruità di ogni risposta.

### Esercizio n. 8 (5 punti) Quadrato su quadrato

Questo quesito è stato giudicato dal 38% degli studenti che hanno risposto al questionario d'interesse per la risoluzione operativa richiesta. Di fatto la risoluzione positiva si basa, dopo una decodifica attenta del testo in ambiente geometrico, sul calcolo di area di un quadrato posizionato su un altro nel rispetto di condizioni assegnate.

La difficoltà cruciale è proprio la comprensione della consegna che richiede l'individuazione, non immediata, di questa posizione.

Il risultato è stato, complessivamente, per il 78% delle classi positivo anche se solo il 10% ha raggiunto punteggio massimo. La maggior parte delle classi, infatti, non è pervenuta alla rappresentazione del caso di rotazione attorno a un vertice ma si è limitata a considerare, relativamente ai 4 vertici, la posizione di un solo quadrato rispetto all'altro.

### Esercizio n. 9 (10 punti) Più libri per tutti



La richiesta di attenzione nella lettura ai diversi vincoli legati alle due situazioni diverse anche se simili ad una lettura affrettata ha messo in difficoltà, complessivamente, il 59% (42% di punteggio zero e il 17% di non risposte) a fronte solo del 3% di punteggi massimi, con, anche, nel liceo scientifico solo il 4,1%.

Un assoluto è il quesito che ha avuto esiti peggiori. Malgrado ciò nelle risposte dei questionari non è citato come difficile il che potrebbe indurre il pensiero della poca consapevolezza di molte classi dei propri limiti. Preoccupanti gli errori commessi ridondanti sul piano logico.



### Esercizio n. 10 (7 punti) 44 gatti in fila per 3 col resto di 2

Il quesito richiede prioritariamente l'analisi di una situazione formulata in termini informali e la prefigurazione di una ipotetica disposizione geometrica; lo sviluppo della soluzione, poi, coinvolge la padronanza dei concetti di divisore e di multiplo.

Concetti questi che fanno parte del patrimonio comune in prima superiore come dimostra il dato che la risoluzione del quesito è stata affrontata dal 95% delle classi con punteggio nullo il 5%, ma punteggio massimo nel 20% delle classi e punteggio intermedio nel 65%.

I punteggi intermedi sono risultati da soluzioni limitate alla prima domanda o da assenza delle giustificazioni ad ogni livello di risposta.