Matematica Senza Frontiere

Scuola superiore – classi seconde e terze
Accoglienza 2022 – 2023

Proposta di soluzione

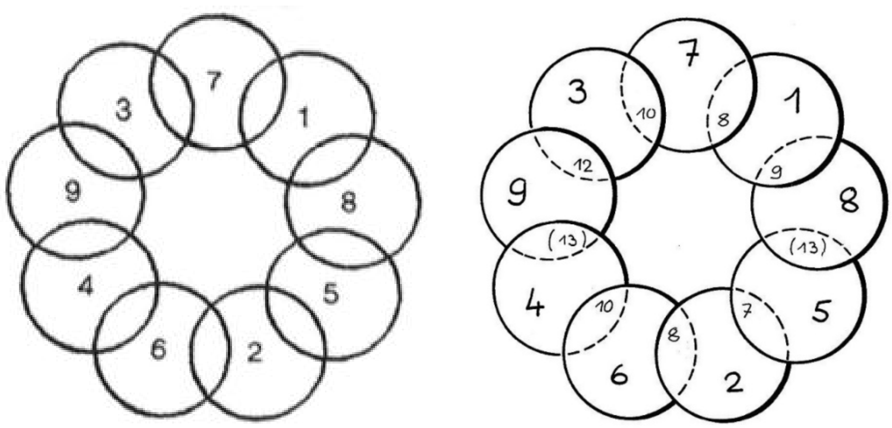
Esercizio n. 1 (7 punti) **Chissà se ce la fa!**

Da 000 a 999, per questo lucchetto ci sono 1000 codici possibili.

30 minuti = 1 800 secondi. Chantal può provare al massimo 899 codici, dato che le servono 2 secondi per tentativo.

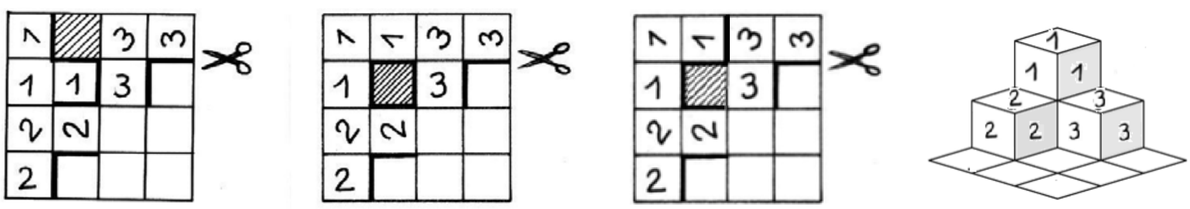
La probabilità di trovare la combinazione giusta in meno di mezz'ora è del 90%.

Esercizio n. 2 (5 punti) **Gettoni sovrapposti**



Esercizio n. 3 (7 punti) **La coppa del vincitore**

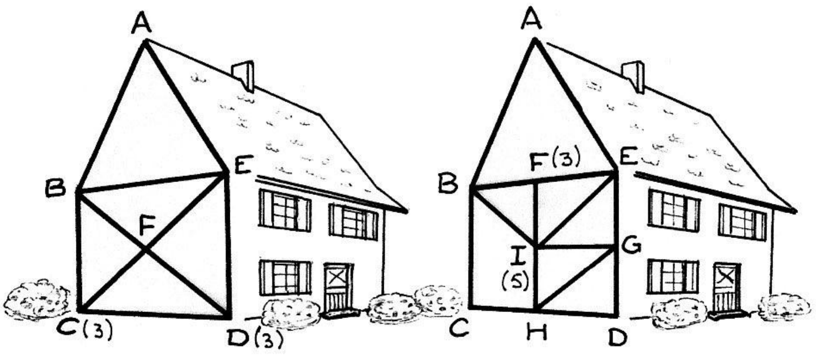
Tre possibili sviluppi per la costruzione del modello del podio:



La cella ombreggiata verrà utilizzata per consolidare il modello quando si incolla.

I numeri vengono utilizzati solo per comprendere la chiave di risposta per il taglio.

Esercizio n. 4 (5 punti) **Trave nell'occhio**



Si denomina "grado" di un punto il numero di segmenti da tracciare di cui questo punto è un estremo.

Gli unici punti possibili per l'inizio o la fine di un percorso sono punti di "grado" dispari.

Nella prima figura gli unici punti di partenza sono C e D.

Nella seconda figura solo i punti F e I sono di "grado" dispari, e di conseguenza permetteranno di fare lo schema rispettando la regola del gioco di Sabina.

Si può ad esempio disegnare il circuito FBAEGDHGIHCBIEFI.

Esercizio n. 5 (7 punti) **Circa mille**

Indicati con x e y i numeri dei pezzi lungo le due dimensioni del puzzle che è rettangolare, il numero totale dei pezzi lungo il perimetro è x + y + x + y – 4 per non contare due volte gli angoli.

Quindi, x + y = 64.

x	x	xy
33	31	1 023
34	30	1 020
35	29	1 015
36	28	1 008
37	27	999
38	26	988

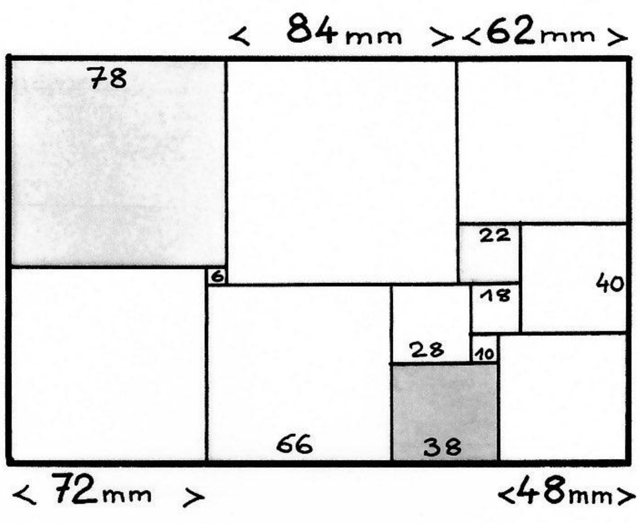
Il numero dei pezzi del puzzle non può che essere 999 distribuiti 37 x 27 (o viceversa).

Esercizio n. 6 (5 punti) **Tutto quadrato**

La difficoltà di questo esercizio è l'individuazione del primo quadrato di cui sia opportuno individuare la misura del lato.

Ecco un possibile approccio per trovare la soluzione.

Il quadrato 1 ha un lato di 22 mm (84 – 62)
Il quadrato 2 ha un lato di 40 mm (62 – 22)
Il quadrato 3 ha un lato di 78 mm (62 + 40 + 48 – 72)
Il quadrato 4 ha un lato di 6 mm (78 – 72)
Il quadrato 5 ha un lato di 18 mm (40 – 22)
Il quadrato 6 ha un lato di 10 mm (40 + 18 – 48)
Il quadrato 7 ha un lato di 28 mm (18 + 10)
Il quadrato 8 ha un lato di 38 mm (10 + 28)
Il quadrato 9 ha un lato di 66 mm (28 + 38).



Qui lo schema non è nella scala richiesta. Attenzione alla consegna!

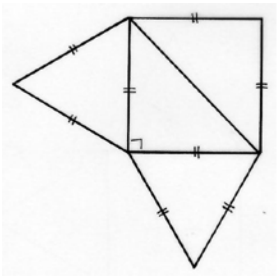
Esercizio n. 7 (7 punti) **Con lettere**

(a + b) + (a x b) + (a – b) = 2 023 2a + a x b = 2 023

Si considerano i divisori di 2 023 che sono 1, 7,17, 119, 289 e per a e b i numeri positivi maggiori di zero; si deduce che le soluzioni sono due :

1) a = 289 e b = 5 2) a = 119 e b = 15

Esercizio n. 8 (5 punti) **Quattro facce**

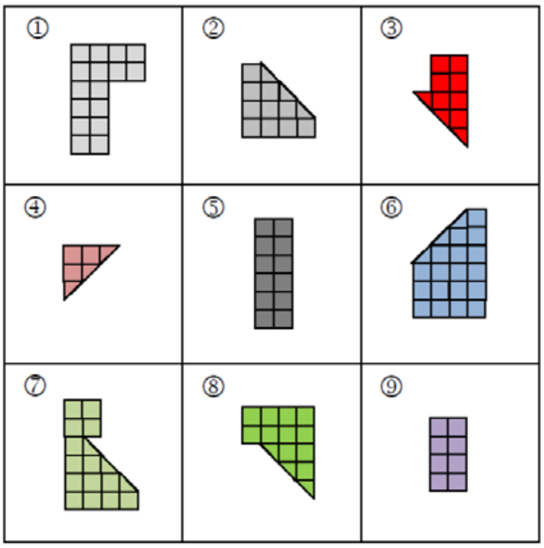


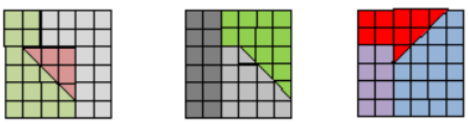
è una possibile soluzione.

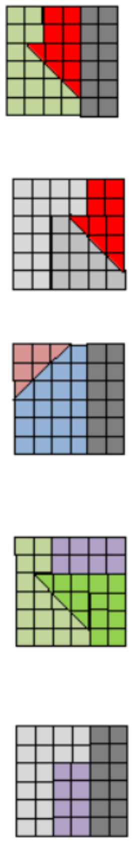
Esercizio n. 9 (7 punti) **Puzzle quadrato**

Procedendo con rigore, alcune osservazioni:

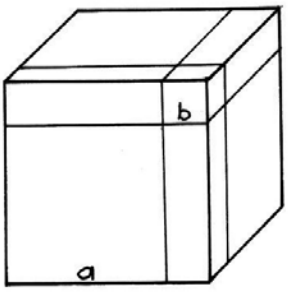
- la seconda colonna consente una sola forma per la casella 8;
- allo stesso modo la diagonale discendente consente una sola forma per il quadrato 9;
- si può, quindi, procedere per le altre caselle.







Esercizio n. 10 (10 punti) **Potenza 3**



Ecco una veduta in prospettiva dell'assemblaggio.

Si possono vedere sette degli otto pezzi che lo costituiscono: il cubo iniziale è nascosto.

Questo assemblaggio illustra l'uguaglianza $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

Speciale terze

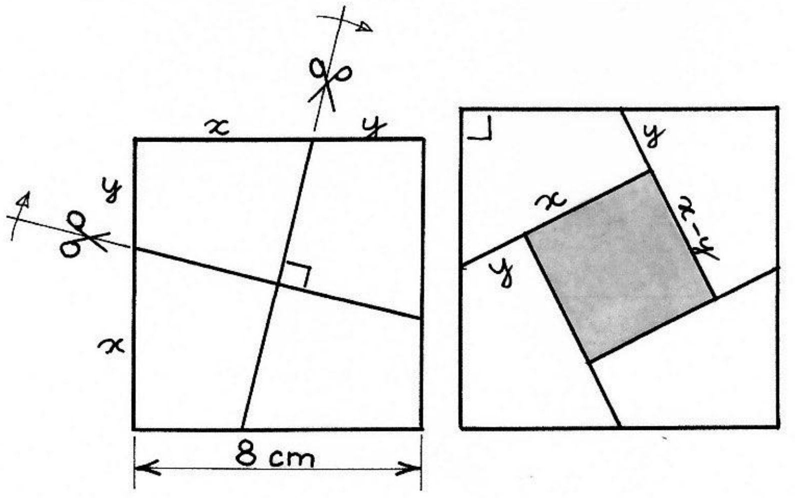
Esercizio n. 11 (5 punti) **Tutti in riga!**

Detto *n* il numero dei legionari, dal testo si ricava che nei tre casi sperimentati sono risultati sempre tre legionari non in ordine.

Da ciò, dovendo essere *n-3* multiplo di 4, 5 e 7 con mcm 140, si deduce che *n* = 143.

Poiché 143 = 11 x 13, i 143 legionari non possono disporsi in un'area rettangolare se non in 13 file di 11 legionari ciascuna o in 11 file di 13 legionari ciascuna.

Esercizio n. 12 (7 punti) **Quadrato al centro**



Poiché l'area del quadrato di lato 8 cm è di 64 cm^2, l'area di ognuna delle 4 parti misura 16 cm^2 come, quindi, l'area del buco quadrato centrale nel secondo quadrato grande. Il suo lato misura 4cm.

Poiché x + y = 8 cm e x – y = 4 cm, si ricava che x = 6 cm e y = 2 cm.

L'area complessiva del quadrato grande è 80 cm^2 e le quattro parti uguali hanno i due lati uguali pari a
$\frac{\sqrt{80}}{2} cm = 2\sqrt{5}\ cm$

Esercizio n. 13 (10 punti) **Dal 2022 al 2023**

Si deve cominciare a calcolare i primi termini e a riflettere:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2022	$2^2+0^2+2^2+2^2 =$ 12	$1^2+2^2 = 5$	$5^2 = 25$	$2^2+5^2 = 29$	$2^2+9^2 = 85$	$8^2+5^2 = 89$	$8^2+9^2 = 145$	$1^2+4^2+5^2 = 42$	$4^2+2^2 = 20$	$2^2+0^2 = 4$	$4^2 = 16$	$1^2+6^2 = 37$	$3^2+7^2 = 58$	$5^2+8^2 = 89$

Si constata che il quindicesimo numero è lo stesso del settimo. Così pure, il 23°, 31°, 39° sono come l'89°.

A partire dal settimo passaggio, la sequenza dei numeri è di periodo 8, per cui i numeri 8°, 2 000°, 2 024° sono 145 e **il 2 023° numero è 89**.