

Matematica Senza Frontiere

Scuola superiore – classe prima

Competizione on line 10 marzo 2022

BILANCIO PEDAGOGICO

Esercizio n. 1 (7 punti) Pensa e indovina



L'esercizio affrontato dal 90% delle classi, considerato dagli studenti mediamente interessante e, se interessante apprezzato per l'originalità, richiede per la risoluzione processo di ragionamento logico e riflessivo relativo a operazioni di base che coinvolgono solo il concetto di parità e disparità.

Ha avuto buoni esiti da risultare, complessivamente, i secondi in assoluto della prova con percentuale di punteggi massimi: 47% con, però il 21% di zero.

Esemplificative le soluzioni che si riportano di seguito:

punteggio 7

From the sum of the coins in both hands, we can determinate in which hand the even number of the coins are.

If the total number of the coins is odd, the even number of the coins is meant to be hold in the right hand.

EXAMPLE:

| | | | |
|----------------------|--------------------------------------------------------------------|----------------------|-----------------------------------------------------------------|
| Right | | Left | |
| 2 | | 3 | |
| $\downarrow \cdot 2$ | | $\downarrow \cdot 3$ | |
| 4 | an even number multiplied with an even number gives an even number | 9 | an odd number multiplied with an odd number gives an odd number |
| $4 + 9 = 13$ | | | |

~~EXAMPLE:~~

If the total number of the coins is even, the even number of the coins is meant to be hold in the left hand.

EXAMPLE:

| | | | |
|----------------------|-------------------------------------------------------------------|----------------------|-------------------------------------------------------------------|
| Right: | | Left: | |
| 3 | | 2 | |
| $\downarrow \cdot 2$ | | $\downarrow \cdot 3$ | |
| 6 | an odd number multiplied with an even number gives an even number | 6 | an even number multiplied with an odd number gives an even number |
| $6 + 6 = 12$ | | | |

punteggio 6

IF THE EVEN NUMBER IS LOCATED IN THE RIGHT HAND,
WE KNOW THAT THE SUM OF THE TWO PRODUCTS IS AN
ODD NUMBER. AT THE SAME, IF THE EVEN NUMBER IS
LOCATED IN THE LEFT HAND, WE KNOW THAT THE SUM
IS A EVEN NUMBER.
FINALLY, IF THE SUM IS EVEN, THE EVEN NUMBER OF
COINS IS IN THE LEFT HAND. IF THE SUM IS ODD, THE
EVEN NUMBER OF COINS IS IN THE RIGHT HAND.

punteggio 0 (testo frainteso)

If you multiply an odd number by an even number
the product is always even. And if you sum two even
numbers you get an even number, but if you sum an even
number and an odd number the result is odd.

Knowing this, Emma can determine which hand contains the
even number of coins, because if you multiply the coins in
the right hand by three and the number is even the
product is also even. If the sum is even it means that
in his right ^{hand} Paolo has an even number of coins, if not
the number of coins in the right hand is odd.

EXAMPLE:

$$(x \cdot 2) + (y \cdot 3)$$

$$(2 \cdot 2) + (3 \cdot 3) = 4 + 9 = 13$$

$$(3 \cdot 2) + (2 \cdot 3) = 6 + 6 = 12$$

$$y = \text{odd} \quad x = \text{even}$$

$$x = \text{odd} \quad y = \text{even}$$

Esercizio n. 2 (5 punti)**Lotteria "fortunata"**

Questo quesito piaciuto anche agli studenti di prima superiore, oltre a quelli della terza secondaria, perché insolito, richiede riconoscimento del termine palindromo e utilizzo del concetto come vincolo da rispettare unitamente agli altri indicati in modo esplicito e le risoluzioni delle classi hanno evidenziato stessi errori sostanzialmente derivanti dalla mancata lettura rigorosa della consegna con, conseguente, controllo in itinere dei vari tentativi risolutori.

Pur affrontato da tutte le classi ha dato come esito ben il 30% di zero e solo il 4% di punteggi massimi (risultato inferiore a quello della scuola secondaria e minima percentuale della prova pari a quella del quesito 8).

Esercizio n. 3 (10 punti) **Sulla scalinata**

Esercizio con contesto fisico, risolubile per via algebrica o anche per tentativi ragionati apprezzato da circa la metà degli studenti per interesse come sfida matematica.

La difficoltà ricorrente è stata l'esposizione argomentativa, punto debole in generale studenti e competenza su cui MsF punta.



è stato

dei nostri

Affrontato complessivamente dal 92% delle classi ha ottenuto, rapportata a 10, la media di 4,9 con punteggi massimi nel 35% delle classi (46% nei licei scientifici) e zero nel 25% (20% nei Ls).

Esemplificativa la soluzione che si riporta di seguito:

punteggio 10

Risposta: 1500

Procedimento di risoluzione:

x = numero di gradini totali

$$x = \{n \in \mathbb{N}_0 \mid 3 \mid n \wedge 2 \mid n\}$$

dati $A \text{ e } B \mid A = \frac{x}{3} \wedge B = \frac{x}{2}$

$$A, B = \{(n; m) \in \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0 \mid \Delta(A; B) = 250\}$$

Per la risoluzione di questo esercizio abbiamo effettuato diversi tentativi. Siamo andati alla ricerca di un numero che fosse divisibile per 3 e per 2, ovvero il numero di gradini compiuti in un passo rispettivamente da Michele e Laura. ~~Interum~~ I due numeri quozienti ricavati dalle due divisioni, che corrispondono al numero di passi compiuti dai due soggetti, devono essere due numeri la cui differenza sia 250. Abbiamo provato come primo numero 1200, e svolte le divisioni i due numeri 400 e 600 avevano come differenza un numero minore di 250.

Da questi risultati abbiamo dedotto che all'aumentare del dividendo aumentava anche la differenza tra i due quozienti.

Dopo altri tentativi abbiamo trovato il numero 1500 che comporta ai due quozienti 500 e 750 con differenza 250.

Esercizio n. 4 (7 punti) Ordiniamo i biscotti!

L'esercizio, di chiara e accattivante formulazione, è stato affrontato dalla quasi totalità delle classi (97%) e risolto sia per via algebrica (equazione) sia per tentativi ragionati con controllo dei vincoli.

Il 58% delle classi partecipanti ha raggiunto il punteggio massimo. Apprezzabile, in alcune risoluzioni per tentativi, la riflessione su quoziente e resto di divisioni.

L'11% di elaborati con punteggio "zero". Errori frequenti: avere considerato soltanto le confezioni, il non rispetto del vincolo del numero di scatole e alcuni di tipo algebrico nella risoluzione dell'equazione.

Il punteggio medio di 7,7 relativo alla totalità delle classi e rapportato a 10, con elementi di positività in tutte le tipologie di Istituti, testimonia il successo del quesito.

Esemplificative le soluzioni che si riportano di seguito:

punteggio 7

ABBIAMO DIVISO 262 PER 2 OTTENENDO 131. IN SEGUITO LO ABBIAMO DIVISO PER 6 OTTENENDO 21 CON RESTO 5. QUESTO STA A SIGNIFICARE CHE CI SONO 21 SCATOLE CHE CONTENGONO 6 CONFEZIONI DI BISCOTTI. ABBIAMO POI DIVISO 131 PER 8 CHE FA 16 CON RESTO 3, CAPENDO COSÌ CHE LE SCATOLE CHE CONTENGONO 8 CONFEZIONI DI BISCOTTI SONO 16. HA ADDIZIONANDO I RESTI OTTENUTI CON LE DIVISIONI OTTENIAMO 8, PERCIÒ ABBIAMO UNA SCATOLA IN PIÙ CHE CONTIENE 8 CONFEZIONI DI BISCOTTI. POSSIAMO PERCIÒ DEDURRE CHE LE SCATOLE DA 8 CONFEZIONI SONO 17.

punteggio 0

$262 = \text{TOTALE}$
 $6x = \text{CONFEZIONE}$
 $8x = \text{ALTRE CONFEZIONI}$
 $262 - 6x = 256$
 $256 : 8 = 32$

le scatole da 8 confezioni sono 32, perché levand
al totale 6 confezioni rimane il resto, il quale lo
abbiamo diviso per le altre 8 confezioni;

Esercizio n. 5 (5 punti) Operazione con numeri primi

$$\frac{\square + \square + \square + \square + \square + \square + \square}{\square}$$

L'esercizio, considerato dagli studenti d'interesse medio, giudicato da poco meno dei docenti di matematica che hanno risposto al questionario difficile per l'applicazione matematica, richiede per la risoluzione la lettura attenta della consegna e presuppone la padronanza del concetto di numero primo che è grave non sia comune a studenti della prima superiore : il dilemma è sempre circa il numero 1.

Il punteggio medio, rapportato a 10 è risultato 4,7 con punta solo di 5,4 anche per i licei scientifici; con l'11% degli zero e ben il 22% di zero nell'insieme dei licei, scientifici esclusi che ne hanno avuto il 5%.
Dati che meritano riflessione.

Esemplificativa la soluzione che si riporta di seguito:

punteggio 5

$$\frac{3 + 5 + 7 + 11 + 13 + 17 + 19}{2}$$

ABBIAMO TROVATO TUTTI I NUMERI PRIMI INTERIORI A 20: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19.
PER AVERE IL MASSIMO RISULTATO OTTENIBILE, ABBIAMO SOMMATO GLI ULTIMI 7 NUMERI
PRIMI E POI ABBIAMO DIVISO IL TUTTO PER IL NUMERO PRIMO MINORE OVVERO 2
(VISTO CHE 1 NON È CONSIDERATO UN NUMERO PRIMO)

Esercizio n. 6 (10 punti) La piramide di Cheope



Gli studenti lo hanno apprezzato per il contesto e come sfida matematica che era sicuramente fattibile purché i risolutori avessero padronanza su concetti di base quali superficie, volume non confondendo l'area con il volume come invece è successo.
Circa il 12% di non risposte, gli zero sono stati complessivamente il 56% (percentuale massima in assoluto per la prova 2022) con il 70% nel gruppo IP-ITE.

Da riflettere sulla pratica geometrica nella scuola dell'obbligo che deve garantire le competenze di base per la cittadinanza.
D'approfondire, inoltre, in classe la risoluzione lineare e immediata riflettendo sulla similitudine dei solidi da considerare.

Esemplificative le soluzioni che si riportano di seguito:

punteggio 10

Restava da fare il 12,5% da fare.
Utilizzando il libro di storia, abbiamo scoperto che
un lato della base della piramide di Cheope $L = 230\text{m}$
Poi abbiamo calcolato il suo volume.
$$V_p = \frac{L^3}{3} = 4055666,667\text{m}^3$$

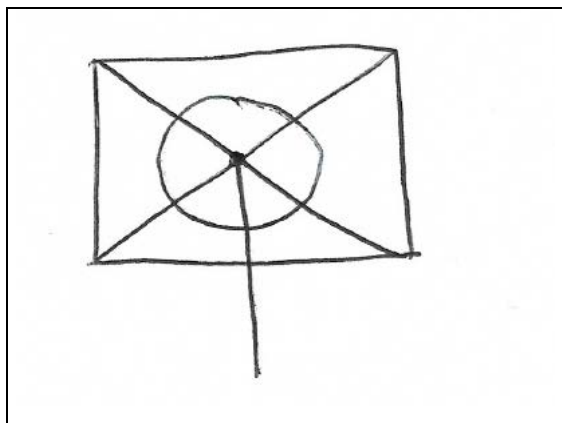
e poi abbiamo calcolato la metà dell'altezza della piramide
$$\frac{1}{2}h = 230 : 2 = 115\text{m}$$

Per poi calcolare il volume della piramide che ha per
altezza, tale altezza, anch'essa regolare.
$$V_p = \frac{115^3}{3} = 506958,3333\text{m}^3$$

Poi, utilizzando la seguente proporzione, siamo
arrivati al risultato
$$V_p : V_p = 100\% : x$$

$$x = \frac{V_p \cdot 100}{V_p} = 12,5\%$$

punteggio 0



Esercizio n. 7 (7 punti) Il mazzo di chiavi giusto

Secondo una parte dei docenti questo quesito confrontato con i piani di studio risulta difficile a causa del linguaggio e del tipo di applicazione matematica, mentre i giudizi di apprezzamento degli studenti hanno indicato in pochi la difficoltà e si sono distribuiti tra dichiarazione di interesse per originalità, approccio ludico e sfida matematica.

La richiesta, sottesa di risoluzione di un problema reale mediante impostazione logica o, anche, per tentativi con controllo in itinere rispetto alla consegna, è stata affrontata complessivamente dal 97% delle classi con, però, il 25% di esiti nulli e il 36% di punteggi massimi.

Esemplificativa la soluzione che si riporta di seguito:

punteggio 7

IL NUMERO MASSIMO DI ERRORI POSSIBILI PER APRIRE LA PORTA DIPENDE DAL METODO CON IL QUALE VANNO APERTE LE DUE SERRATURE. CI SONO DUE POSSIBILITÀ: LA PRIMA È USANDO UNA CHIAVE PER TOPPA CONTEMPORANEAMENTE. IN QUESTO CASO IL NUMERO MASSIMO DI ERRORI È CINQUE, POICHÉ SI HANNO SEI COMBINAZIONI POSSIBILI, OVVERO, NUMERANDO LE CHIAVI DA UNO A TRE:

| TOPPA 1 | TOPPA 2 |
|---------|---------|
| 1 | 2 |
| 2 | 3 |
| 1 | 3 |
| 2 | 1 |
| 3 | 2 |
| 3 | 1 |

IN QUESTO MODO UNA COMBINAZIONE DOVRÀ OBBLIGATORIAMENTE FUNZIONARE.

LA SECONDA POSSIBILITÀ È USANDO UNA CHIAVE PER TOPPA NON CONTEMPORANEAMENTE.

IN QUESTO CASO IL NUMERO MASSIMO DI ERRORI È TRE, POICHÉ, NUMERANDO LE CHIAVI DA UNO A TRE E PROVANDOLE TUTTE E TRE SINGOLARMENTE IN UNA SOLA TOPPA, UNA DEVE PER FORZA FUNZIONARE. SI ESCLUDE QUINDI LA CHIAVE CHE FUNZIONA NELLA PRIMA TOPPA, RESTANDO SOLO CON DUE, UNA DI QUESTE DEVE PER FORZA FUNZIONARE, MENTRE L'ALTRA NO, RICAVANDO COSÌ UN TERZO ERRORE.

Esercizio n. 8 (5 punti) La deforestazione dell'Indonesia



Quesito di tipo logico verbale, di risoluzione algebrica o, più semplicemente, con una tabella è stato giudicato facile dai docenti, mentre nelle soluzioni degli studenti sono stati riscontrati errori ricorrenti nel calcolo delle percentuali, pur basilari.

E' stato affrontato dal 95% delle classi ottenendo complessivamente solo il 4% dei punteggi massimi con l'88% dei punteggi intermedi e il 2% di punteggi nulli con una media, rapportata a 10, di 4,9.

Il mancato passaggio dalla rappresentazione descrittivo-tabulare al modello matematico sotteso è stata altra causa di errore.

D'approfondire in classe con riferimento all'Agenda 2030 (per Educazione Civica - Sviluppo Sostenibile).

Esemplificativa la soluzione che si riporta di seguito:

punteggio 5

1) nel 1999 l'Indonesia ha perso 221200 ettari

$$\left\{ \begin{array}{l} 47600 \cdot 13 = 618800 \rightarrow \text{ettari persi dal 2000 al 2012} \\ 840000 - 618800 = 221200 \rightarrow \text{ettari persi 1999} \end{array} \right\}$$

2) l'incremento percentuale nel periodo 2003-2012 è stato del 104,08%.

$$\left\{ \begin{array}{l} 47600 \cdot 4 = 190400 \rightarrow \text{ettari persi dal 2000 al 2003} \\ 221200 + 190400 = 411600 \rightarrow \text{ettari persi nel 2003} \\ 840000 \rightarrow \text{ettari persi nel 2012} \\ 840000 - 411600 = 428400 \rightarrow \text{differenza tra 2003 e 2012} \\ 411600 : 100 = 428400 : x \rightarrow x = \frac{428400 \cdot 100}{411600} = 104,08\% \end{array} \right\}$$

3) negli ultimi 3 anni sono andati persi, in media, 792400

$$\left\{ \begin{array}{l} 840000 \rightarrow \text{ettari persi nel 2012} \\ 840000 - 47600 = 792400 \rightarrow \text{ettari persi nel 2011} \\ 792400 - 47600 = 744800 \rightarrow \text{ettari persi nel 2010} \\ \frac{840000 + 792400 + 744800}{3} = 792400 \rightarrow \text{media degli ettari persi} \end{array} \right\}$$

4) il risultato segue un andamento circolare

* grafico su retro

la funzione ^{che} esprime l'andamento della retta è " $n + 47600$ ", n è il numero di ettari persi nell'anno precedente"

Rilievo negativo, invece, soluzione come la seguente con punteggio 0

- ① $44600 \cdot 12 = 535200 \rightarrow$ aumento tot in 12 anni
 $840000 - 535200 \leftarrow$ effetti pessi dall'indonesian nel 1999
- ② $44600 \cdot 10 = 446000 \leftarrow$ aumento da 2003 al 2012
 $446000 : 535200 = x : 100 \leftarrow$ aumento in percentuale
 $x = \frac{446000 \cdot 100}{535200} = 84\%$
- ③ effetti pessi in media negli ultimi tre anni

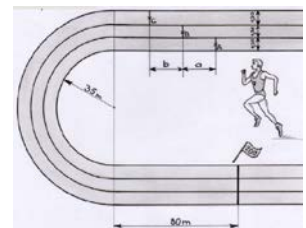
$$\frac{840000 + (840000 - 44600) + (492400 - 44600)}{3} =$$

$$= \frac{840000 + 492400 + 714800}{3} = 714400$$
- ④ L'aumento del tasso di deforestazione ogni anno provocherà effetti negativi irreversibili nel futuro e il nostro pianeta continuerà a subire le conseguenze

Esercizio n. 9 (10 punti) In pista

Il contesto fisico reale avrebbe dovuto agevolare la comprensione della situazione problematica e così lo è stato per molti che hanno prodotto soluzioni di successo; in generale è stato apprezzato dalla maggior parte degli studenti i cui giudizi sono stati equamente distribuiti tra "contesto accattivante, sfida matematica in ambiente reale, originale e divertente".

I docenti, invece, lo hanno considerato di media difficoltà e gli esiti sono stati quasi corrispondenti con la media, rapportata al 10, del 5,5%; complessivamente: non risposte per il 3%, zero punteggio per il 10%, punteggi massimi per il 31%.



Esemplificativa la soluzione che si riporta di seguito:

punteggio 10

Le linee di partenza non sono allineate perché: avendo le semicirconferenze raggio diverso, la distanza da percorrere rimanente non sarà uguale.

Percorso A $\rightarrow \frac{C}{2} = \frac{\pi r}{2} = \pi(35m + 0,6m) = 111,80m$

Percorso B $\rightarrow \frac{C}{2} = \frac{\pi r}{2} = \pi(35m + 1,8m) = 115,53m$

$L = 200m - (111,80m + 80m) = 0,68m$

$b = 200m - (80m + 115,53m) - 0,68m = 3,47m$

$a = 200m - (80 + 111,80m) - 0,68m - 3,47m = 3,75m$

Esercizio n. 10 (7 punti) Al convegno ITALMATICA



La richiesta sottesa per la risoluzione che ha causato difficoltà in un esercizio giudicato dai docenti di media difficoltà è risultata la rappresentazione di un modello matematico della situazione reale descritta con linguaggio informale nel testo.

Diffusa la difficoltà di distinguere tra fenomeni quantitativi discreti e continui e nell' interpretazione del testo; nel calcolo della probabilità molti studenti si sono fermati alla individuazione dei casi possibili.

Affrontato complessivamente dal 94% delle classi ha avuto i seguenti risultati: 29% dei punteggi massimi, ben 36% dei punteggi nulli con una media, rapportata a 10, di 4,9.

Esemplificative le soluzioni che si riportano:

punteggio 7

| | | |
|-------------------------------------------------------------------------|---------|---------|
| A B C C | | |
| A | B | C |
| COMBINAZIONI POSSIBILI | | |
| A B C C | A A B C | A B B C |
| A C B B | A A C B | A C C B |
| B A C C | B B A C | B A A C |
| B C A A | B B C A | B C C A |
| C B A A | C C A B | C A A B |
| C A B B | C C B A | C B B A |
| PROBABILITA' COMBINAZIONE ESATTA = $\frac{1}{18} = 5,5\% \approx 5,6\%$ | | |
| 2 TEMPO MASSIMO = $4 \cdot 18 = 72s$ | | |
| 3 CICLI INTERI POSSIBILI = $3min(180s) : 72s = 2,5$ 2 VOLTE | | |

CON UNA TABELLA SI POSSONO RAPPRESENTARE TUTTE LE COMBINAZIONI POSSIBILI CHE FRANCA E LUISSELLA POSSONO INGERIRE.

LE COMBINAZIONI POSSIBILI TOTALI SONO 18. LA PROBABILITÀ CHE FRANCA E LUISSELLA TROVINO LA COMBINAZIONE GIUSTA È DEL 5,6%.

DATO CHE OGNI COMBINAZIONE RICHIEDE UNA MEDIA DI 4s DI TEMPO, IL TEMPO MASSIMO, PER PROVARE TUTTE LE COMBINAZIONI, È DI 1,12 MINUTI, QUINDI IN UN INTERVALLO DI 3min FRANCA E LUISSELLA POSSONO PROVARE IL CICLO COMPLETO DI COMBINAZIONI 2 VOLTE.

DI SEGUITO RIPORTIAMO I CALCOLI

$$\text{PROBABILITÀ} = \frac{\text{CASI FAVOREVOLI}}{\text{CASI POSSIBILI}} = \frac{1}{18} = 0,056 = 5,6\%$$

$$T_{\text{MAX}} = 4s \cdot 18 = 72s = 1,12 \text{ min}$$

$$I_{\text{INTERVALLO}} = 3 \text{ min} \Rightarrow \frac{3 \text{ min}}{1,12 \text{ min}} = 2,7 \Rightarrow \text{FRANCA E LUISSELLA RIESCONO A PROVARE TUTTE LE COMBINAZIONI 2 VOLTE}$$

ma anche di rilievo negativo il seguente passaggio:

$$6 \cdot 3 \cdot 4 = 72 \text{ secondi} \quad 6 = \text{INCROCI} \quad 3 = \text{LETTERE} \quad 4 = \text{SECONDI}$$

$$\frac{180}{72} = 2,5$$