

Un problema di matematica in forma narrativa

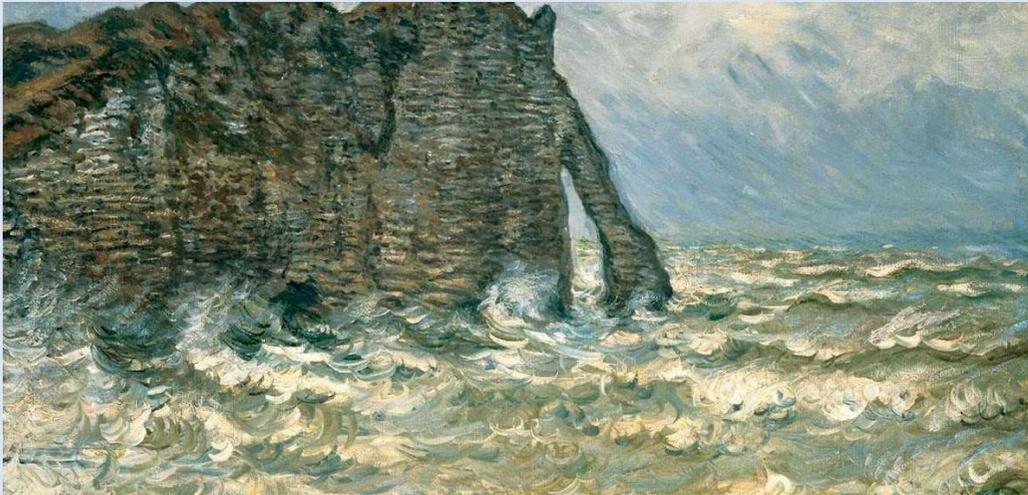
Paola Gario

Matematica senza Frontiere
15 novembre 2021

Problemi e racconti

Il prigioniero dell'Isola di Tria

Paola Gario



Tratto dal racconto "Il prigioniero" di Paola Gario

Versione integrale in pubblicazione su

<https://sites.google.com/site/mateunimilano/il-giornalino-mathesis-milano>

(2020-2021).

Nella prigione dell'isola di Tria finiva chi aveva dato qualche fastidio al tiranno che da tempo immemorabile la governava con pugno di ferro. Si trovava all'interno di una fortezza posta all'estremità orientale dell'isola dove le onde del mare ancor oggi si frangono contro la ripida scogliera. Era un grande cortile a pianta triangolare delimitato da tre pareti impossibili da scalare. La forma era regolare come quella del triangolo equilatero bianco cucito sullo sfondo nero della bandiera della tirannide. Finire là dentro non era da augurare a nessuno, neppure al peggior nemico.

Il prigioniero, prima di esservi rinchiuso, riceveva un gessetto rosso e la seguente consegna: «quando sarai dentro dovrai sceglierti una posizione e dovrai segnare coll'iniziale del tuo nome; poi dovrai segnare sul pavimento un percorso che dalla tua posizione porti a una delle pareti; bada che questo lo dovrai fare per tutte e tre le pareti».

Al suono del corno una guardia sarebbe entrata a misurare i percorsi segnati da ciascun prigioniero: il prigioniero per il quale la somma dei tre percorsi da lui segnati risultava più lunga sarebbe stato giustiziato. Era quindi una questione di vita o di morte ma, in realtà, il corno non aveva mai suonato e ancora nessuno era stato giustiziato. A farsi fuori ci pensavano gli stessi prigionieri che si eliminavano l'un l'altro allo scopo di occupare la posizione migliore.

La situazione cambiò all'arrivo di un giovane prigioniero che si chiamava Robaldo. Diversamente dagli altri non fece storie e si sistemò in un posto che non sembrava interessare a nessuno. Quando i prigionieri se ne accorsero smisero di prendersi a sassate.

«Perché te ne stai così tranquillo e non cerchi di occupare una buona posizione?» gli domandarono insospettiti.

La risposta di Robaldo non si fece attendere: «Perché per me non ha alcuna importanza dove sto, tanto non cambia nulla!»

La domanda

«Perché te ne stai così tranquillo e non cerchi di occupare una buona posizione?»

La risposta

«Perché per me non ha alcuna importanza dove sto, tanto non cambia nulla!»

La sperimentazione

Il testo propone un problema di geometria. Il comportamento di Roboaldo, ovvero la sua indifferenza per la posizione che egli occupa nel cortile della prigione, si giustifica sulla base di una proprietà dei triangoli equilateri che i ragazzi potrebbero non conoscere. Il problema geometrico è posto però in forma inusuale: su di esso si è costruito una piccola storia e la forma narrativa può mascherare la vera intenzione di chi ha prodotto il testo.

Anche la domanda “*Secondo te, perché Roboaldo ha questo atteggiamento?*” è espressa con parole inusuali per un problema di matematica: in genere non si chiede di giustificare l’atteggiamento di una persona.

Tuttavia la forma narrativa induce a pensare che il comportamento di Roboaldo trovi spiegazioni (anche) nel vissuto del protagonista. E l’allievo potrebbe indugiare sugli aspetti emotivi che condizionano chi si trova in una situazione di pericolo e di disagio e sulle dinamiche che si creano quando il diverso si inserisce in una comunità consolidata.

Il problema di matematica nascosto in un racconto offre dunque molteplici occasioni di riflessione, in primis sull’azione delle *clausole implicite* del contratto didattico che agisce tra docente e discente.

La domanda

Secondo te, perché Roboaldo ha questo atteggiamento?

L'attività è stata sperimentata in due classi seconde di Liceo linguistico nel marzo del 2017 ed è stata presentata da due docenti (uno di Matematica, l'altro di Italiano) agli allievi delle loro rispettive classi come oggetto di un progetto di ricerca non meglio definito. I docenti hanno raccomandato ai loro allievi di sentirsi liberi di esprimere il proprio pensiero con l'unica raccomandazione di usare una forma chiara. Inoltre hanno precisato che il compito sarebbe stato corretto ma non sarebbe stato oggetto a valutazione.

I docenti hanno prevenuto l'insorgere di domande specificando che non avrebbero risposto ad alcuna domanda.

La consegna

Rileggi il testo, rifletti e scrivi la tua risposta.

Le risposte degli studenti

La risposta è nella matematica

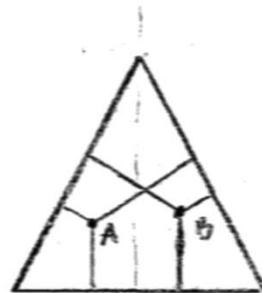
Risposta: Secondo me ha questo atteggiamento perché è l'unico ad aver capito che ~~qualsiasi posizione avrebbe scelto sarebbe stata regolarmente punita~~ ^{non} di trovarsi in un cortile dalla forma di un triangolo equilatero e ~~che~~, quindi, ogni posizione scelta avrebbe ~~avuto~~ la stessa distanza dalle pareti. E ~~non~~ ciò significa che, siccome viene giustiziato il prigioniero che ^{sceglie} ~~ha~~ scelto la ~~dist~~ posizione più distante, ~~però~~ ^{però} non ci possono essere posizioni più distanti, non verrà giustiziato nessuno, ed è per questo che Robaldo ~~decide di stare anziché~~ ~~questo atteggiamento~~ sta in disparte ed evita di scontrarsi con altri prigionieri rischiando di morire, sapendo che, ~~non morirà~~ rimanendo nella prigione non morirà.

SECONDO ME, ROBALDO HA QUESTO ATTEGGIAMENTO PERCHÉ È PIÙ FURBO DI TUTTI. SA CHE ESSENDO ~~LA~~ LA PRIGIONE A FORMA REGOLARE DI UN TRIANGOLO EQUILATERO TUTTI I LATI SONO UGUALI QUINDI OGNI PUNTO È EQUIDISTANTE ^{ALLE 3 PARETI} ALLA FINE LA SOMMA ^{LE} RIMANE SEMPRE LA STESSA DELLE DISTANZE

Risposta: Perché se è un triangolo equilatero la distanza da un punto alle pareti è la stessa.

Domanda: "Secondo te, perché Roboaldo ha questo atteggiamento? Rileggi il testo, rifletti e scrivi la tua risposta."

Risposta:



$$\begin{array}{r}
 0,8 + 0,4 + 1,4 \\
 0,5 \\
 \hline
 2,6
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 0,9 + 0,4 + 1,3 \\
 0,9 + 0,4 = 1,3 \\
 1,3 \\
 \hline
 2,6
 \end{array}$$

Perché ovunque egli si posizioni, la somma delle distanze da ogni lato/angolo saranno sempre uguali.

La riposta è nei sentimenti

SECONDO ME ROBOALDO HA QUESTO ATTEGGIAMENTO PERCHÉ LITIGANDO PER IL POSTO PIÙ STRATEGICO, FORSE, NON SAREBBE SOPRAVVISSUTO, MA ANCHE PERCHÉ RAGIONANDO CAPISCE CHE PRIMA O POI TUTTI I PRIGIONIERI SAREBBERO STATI GIUSTIZIATI A CAUSA DELL'ARRIVO DI NUOVI PRIGIONIERI, TRA I QUALI ALMENO

^A
CONTINUO

UNO AUREBBE DELIMITATO UN PERCORSO PIÙ CORTO E VELOCE PER SUO. SI PUÒ ANCHE IPOTIZZARE CHE SI SIA COMPORATO COSÌ PERCHÉ PENITOSI DELLE AZIONI COMMESSE PROVI INDIFFERENZA TRA LA VITA E LA MORTE.

Robaldo ha questo atteggiamento perché capisce che anche se hai una buona posizione dalla prigione non potrai uscire, quindi è inutile uccidersi a vicenda o tracciare il percorso più corto.

PERCHÉ ROBOALDO PENSA CHE IL SUO DESTINO SAREBBE STATO LO STESSO, SIA ~~UN~~ SE FOSSE STATO LA FERMO E ~~SI~~ SE SI FOSSE MOSSO PER TROVARE UNA BUONA POSIZIONE. PRIMA O POI SAREBBE STATO UCCISO UGUALMENTE.

Risposta: Secondo me Roboaldo ha questo atteggiamento perché probabilmente non c'è molta differenza tra l'uccidersi a vicenda per cercare di trovare il posto migliore e, quindi, per provare a sopravvivere, e il trovare un posto qualsiasi dove mettersi perché, in ogni caso, che sopravviva o non sopravviva, la prigione non è un bel posto in cui passare la propria vita e, quindi, "tanto vale" ~~morire~~ morire, senza uccidersi, ~~se per sopravvivere~~ se per "vivere" si intende vivere in prigione.

Secondo me Roboaldo ha questo atteggiamento perché capisce che lì dentro sono tutti prigionieri allo stesso modo a prescindere dalla posizione che occupano o dal percorso che tracciano, e non ha senso, secondo lui, combattere per qualcosa che non va a favore di nessuno dei prigionieri, ma, al contrario, li sfavorisce in quanto si crea una competizione tra di loro, che per cercare di salvarsi dovrebbero aiutarsi vicendevolmente. Per questo motivo non gli interessa entrare in conflitto con gente che, alla fine, ha il suo stesso destino.

Risposta: Perché secondo Roboaldo in qualunque posizione ti trovi le probabilità di essere giustiziato o meno sono le stesse, ogni prigioniero deve fare la stessa cosa, il tutto dipende dalla lunghezza delle righe che tracciano i prigionieri e non la posizione in cui si trovano, ~~E anche se Roboaldo venisse giustiziato e anche perché~~ Roboaldo preferisce affidarsi ~~al destino~~ alle sue abilità, al suo destino invece di procurarsi un posto migliore litigando con i prigionieri.

La proprietà geometrica che giustifica il comportamento del protagonista

Il percorso più breve da **un punto dato a una retta data** (non passante per esso) è il segmento di perpendicolare. Per cui si ha che il percorso più breve che il prigioniero potrà tracciare è quello costituito dalla somma delle perpendicolari condotte dalla posizione che ha scelto ai lati del cortile. L'indifferenza di Roboaldo nei confronti della propria posizione all'interno del cortile si spiega con la proprietà seguente:

la somma delle distanze di un punto interno a un triangolo equilatero dai rispettivi lati è indipendente dalla scelta del punto.

Come si dimostra la proprietà

P è un punto interno al triangolo equilatero ABC . Lo si congiunga con ciascuno dei tre vertici. Il triangolo ABC risulta scomposto nei *sotto triangoli* ABP , BCP e CAP e perciò l'area del triangolo ABC sarà anche uguale alla somma delle aree dei detti sotto triangoli.

Indichiamo con l la misura della lunghezza del lato del triangolo ABC , con h quella della sua altezza e con d_1 , d_2 , d_3 , quella delle altezze dei tre sotto triangoli, rispettivamente.

Dal confronto delle aree, calcolate con la nota formula, si ottiene:

$$d_1 + d_2 + d_3 = h . \quad (*)$$

Pertanto si conclude che la somma dei tre percorsi che Roboaldo traccia sul pavimento è indipendente dalla posizione che egli occupa all'interno del cortile.

Grazie per l'attenzione

Un grande ringraziamento a Maurizio Ulisse Dini per la preziosa collaborazione e la gentile disponibilità.

Paola Gario