

Matematica Senza Frontiere

Scuola superiore – classe prima

Competizione 5 marzo 2020

Proposta di soluzioni

Esercizio n. 1 (7 punti) **A chi tocca?**

Il tempo totale per l'occupazione dei bagni è 78 minuti e, quindi, la soluzione ideale sarebbe 39 minuti per bagno. Questo non è realizzabile con i tempi proposti ed è necessario trovare la combinazione che più si avvicini ad essa (un bagno occupato per 41 minuti e l'altro per 37). Tutti fanno colazione insieme ed escono alle otto in punto, Si deduce che i primi due componenti della famiglia vanno in bagno uno alle 6:59 e l'altro alle 7: 03.

Un'organizzazione possibile, conseguente a suddetto ragionamento, che risponde alla richiesta è:

bagno 1		bagno 2	
Madre	21 minuti	Padre	15 minuti
Tristan	13 minuti	Justine	14 minuti
Nora	7 minuti	Samuel	8 minuti
Tempo totale 41 minuti		Tempo totale 37 minuti	

Esercizio n. 2 (5 punti) **Compleanno in comune**

Poiché Paola è nata nel 1985 ha 34 anni, si deduce dalla composizione delle candeline che Paolo ha 41 anni, cioè 7 anni di più.

Se si riflette sui seguenti elementi:

- la prima candelina rappresenta la decina degli anni di Paola, la seconda l'unità per gli anni di Paola e la decina per gli anni di Paolo, la terza l'unità degli anni di Paolo,
- l'aumento di una unità dell'età di Paola (cioè del numero della seconda candelina) fa scattare la decina degli anni di Paolo,

si deduce che sono accettabili solo le rappresentazioni 452, 563, 674, 785, 896 (che comportano incremento di età di 11 anni) perché le età successive richiederebbero quattro candele numeriche e non più solo tre.

L'evento prospettato, pertanto, si potrà realizzare solo negli anni 2030, 2041, 2052, 2063 e 2074.

Ma la situazione posta non vincola alla disposizione delle candeline rappresentanti da sinistra l'età di Paola (caso 1); è individuabile anche la situazione con disposizione da sinistra delle candeline corrispondenti all'età di Paolo.

Qui di seguito si riporta in tabella la casistica completa:

Caso 1 età Paola- Paolo		Passo caso 1	Anni	Passo caso 2	Caso 2 età Paolo-Paola	
34	41		2019			
35	42		2020			
36	43		2021	2	43	36
37	44		2022		44	37
38	45		2023		45	38
39	46		2024		46	39
40	47		2025		47	40
41	48		2026		48	41
42	49		2027		49	42
43	50		2028		50	43
44	51		2029		51	44
45	52	11	2030		52	45
47	54		2032	11	54	47
48	55		2033		55	48
49	56		2034		56	49
50	57		2035		57	50
51	58		2036		58	51
52	59		2037		59	52
53	60		2038		60	53
54	61		2039		61	54
55	62		2040		62	55
56	63	11	2041		63	56
57	64		2042		64	57
58	65		2043	11	65	58
59	66		2044		66	59
60	67		2045		67	60
61	68		2046		68	61
62	69		2047		69	62
63	70		2048		70	63
64	71		2049		71	64
65	72		2050		72	65
66	73		2051		73	66
67	74	11	2052		74	67
68	75		2053		75	68
69	76		2054	11	76	69
70	77		2055		77	70
71	78		2056		78	71
72	79		2057		79	72
73	80		2058		80	73
74	81		2059		81	74
75	82		2060		82	75
76	83		2061		83	76
77	84		2062		84	77
78	85	11	2063		85	78
79	86		2064		86	79
80	87		2065		87	80
81	88		2066	12	88	81
82	89		2067		89	82
83	90		2068		90	83
84	91		2069		91	84
85	92		2070		92	85
86	93		2071		93	86
87	94		2072		94	87
88	95		2073		95	88
89	96	11	2074		96	89
90	97		2075		97	90
91	98		2076		98	91
92	99		2077	11	99	92
93	100		2078		100	93

Esercizio n. 3 (10 punti) Aiuola geometrica

Detto C_1 e C_2 i cerchi di raggio l , l'unione $C_1 \cup C_2$ delle due circonferenze rappresenta l'intera aiuola di area:

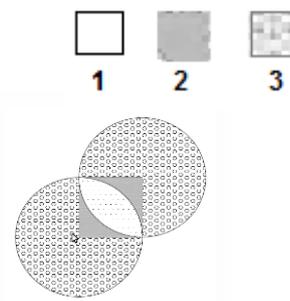
$$2\left(\frac{3}{4}\pi l^2\right) + l^2 = \frac{l^2}{2}(3\pi + 2)$$

$C_1 \cap C_2$, parte in bianco dell'aiuola, di area:
$$2\left(\frac{1}{4}\pi l^2 - \frac{l^2}{2}\right) = \frac{l^2(\pi-2)}{2}$$

area della parte grigia (quadrato - $C_1 \cap C_2$):
$$l^2 - \frac{l^2(\pi-2)}{2} = \frac{l^2(4-\pi)}{2}$$

area della parte punteggiata:
$$\frac{3}{2}\pi l^2$$

I rapporti richiesti sono:
$$R_1 = \frac{\pi-2}{3\pi+2} \quad R_2 = \frac{4-\pi}{3\pi+2} \quad R_3 = \frac{3\pi}{3\pi+2}$$



Esercizio n. 4 (7 punti) Sulla punta delle dita

Si può notare che con i primi 5 movimenti si arriva sul mignolo e così avviene ogni 8 successivi spostamenti.

$$2020 - 5 = 2015$$

$$2015 : 8 = 251 \text{ con resto } 7$$

Il quoziente rappresenta il numero dei gruppi di 8 passi da non considerare, mentre il resto rappresenta il numero dei passi necessari, a partire sempre dal mignolo, per arrivare sul dito richiesto.

Giorgio si posizionerà, quindi, sull'**anulare**.

Si potrebbe pensare anche a gruppi di 4 passi invece che a gruppi di 8. Questo modo di procedere è più complesso perché occorre considerare che il verso del movimento cambia.

$$2020 - 5 = 2015$$

$$2015 : 4 = 503 \text{ con resto } 3$$

Generalizzando, se il quoziente è pari il resto rappresenta i passi necessari a partire dal mignolo, se il quoziente è dispari il resto rappresenta i passi necessari a partire dal pollice.

Esercizio n. 5 (5 punti) Sgravio fiscale

A) La media della popolazione della coalizione è $66,9 : 5 = 13,38$ (in milioni di abitanti)

La soglia della superficie da superare è $4\,476 \cdot 0,25 = 1\,119$ (in migliaia di km^2)

Poiché la superficie della coalizione è pari a 477,5 (in migliaia di km^2) il secondo requisito non sarebbe soddisfatto.

B) La discriminazione è determinata dalla superficie, dato che per la media la popolazione di qualunque dei Paesi, aggiunta a quella italiana, andrebbe bene, a partire, quindi, da Malta.

Per superare la soglia del 25% del totale della superficie, l'Italia dovrebbe coalizzarsi con la Francia e la Svezia.

Esercizio n. 6 (10 punti) Bricolage

I bordi misurano complessivamente $\frac{1}{4}(2\pi \cdot 2 + 2\pi \cdot 5)$ dm + a

cioè circa (considerando $\pi = 3,14$) $10,99$ dm + $(5 - 2)$ dm ≈ 140 m

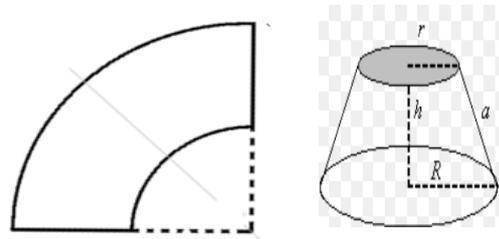
Poiché i raggi misurano rispettivamente

$$r = \frac{1}{4}2\pi \cdot 2 \text{ dm} : 2\pi = 0,5 \text{ dm} \quad \text{e} \quad R = \frac{1}{4}2\pi \cdot 5 \text{ dm} : 2\pi = 1,25 \text{ dm}$$

si ha: $h = \sqrt{3^2 - 0,75^2}$ dm per cui $h \approx 2,9$ dm

In sintesi:

- occorre comperare 140 m di pizzo adesivo,
- il paralume è alto circa 2,9 dm.

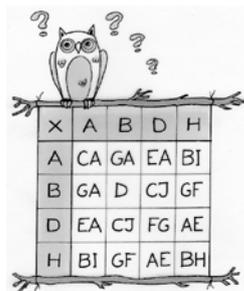


Esercizio n. 7 (7 punti) Decifrare le lettere

Leggendo la tabella si deducono, ad esempio, le relazioni:
 $B^2 = D$ $B^4 = D^2 = FG$ da cui $B = 3$ (unica possibilità)
 $D = 9$ $F = 8$ $G = 1$

Da cui

$A=5, B=3, C=2, D=9, E=4, F=8, G=1, H=6, I=0, J=7$

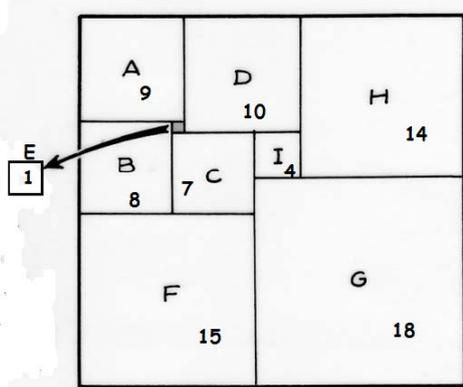


x	5	3	9	6
5	25	15	45	30
3	15	9	27	18
9	45	27	81	54
6	30	18	54	36

Esercizio n. 8 (5 punti) Festa a villa Arconati

Poiché dopo le prime tre estrazioni sono rimasti nella scatola un solo ventaglio B e quattro A, l'evento impossibile è l'estrazione di due ventagli di tipo B mentre quello di due ventagli di tipo A non è certo perché potrebbero essere estratti due ventagli di tipo A, oppure uno A e uno B.

Esercizio n. 9 (10 punti) Giardino di quadrati



- lato del quadrato A: 9 m
- lato del quadrato B: 8 m
- lato del quadrato E: (9-8) m = 1 m
- lato del quadrato C: (8-1) m = 7 m
- lato del quadrato F: (8+7) m = 15 m
- lato del quadrato D: (9+1) m = 10 m
- lato del quadrato I: (10+1-7) m = 4 m
- lato del quadrato H: (10+4) m = 14 m
- lato del quadrato G: (14+4) m = 18 m

Il giardino non è un quadrato, infatti $9+10+14 \neq 9+8+15$

Esercizio n. 10 (7 punti) Numeri speciali

Il numero è 729 e le misure sono rispettivamente 27 cm e 9 cm.

La soluzione si basa sulla proprietà delle potenze:

$9^3 = 729$ e $27^2 = 729$