

Lösungen Mathematik ohne Grenzen Junior

Probewettbewerb 2017/18

Pro Aufgabe können jeweils 10 Punkte erreicht werden.

Aufgabe 1: Bob, passe-moi l'éponge

Der Tresorcode von Kapitän Craps ist 93415.

Begründung:

Schreibt man alle Zahlen zwischen 1 und 15 auf, dann schreibt man 9 Ziffern für die Zahlen 1 bis 9 und jeweils 2 Ziffern für die 6 Zahlen 10 bis 15, d.h. insgesamt schreibt man 21 Ziffern.

Entfernt man 16 Ziffern bleiben 5 Ziffern übrig. Der Code ist also eine Zahl mit 5 Ziffern.

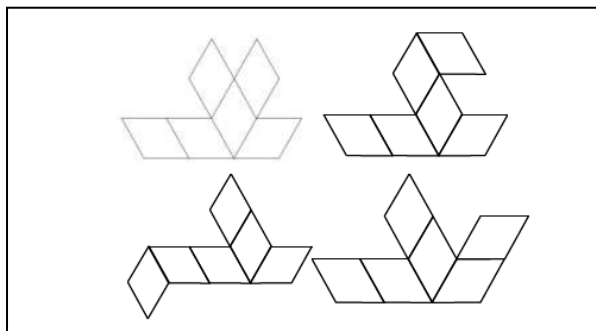
Der Code soll die größtmögliche Zahl sein.

- Die Zehntausender-Stelle muss somit die 9 sein, also muss man alle Ziffern links von der 9 streichen.
- Für die Tausender-Stelle muss man die größte unter den Ziffern 5,4,3, oder 2 so auswählen, dass rechts von ihr noch mindestens drei Ziffern sind. Damit scheiden 4 und 5 aus, es ist also die 3
- Für die Hunderter-Stelle bleiben nun noch die Ziffern 1,4,1,5. Daher wählt man die 4.
- Die Zehner- und die Einer-Stelle sind dann 1 und 5

Aufgabe 2 : Die Pisa-Dose

Ähnlich wie beim Würfel (11 verschiedene Netze) oder beim Quader (54 verschiedene Netze) gibt es auch bei den Rauten verschiedene Möglichkeiten für ein Netz, aus dem sich dann die Dose anfertigen lässt.

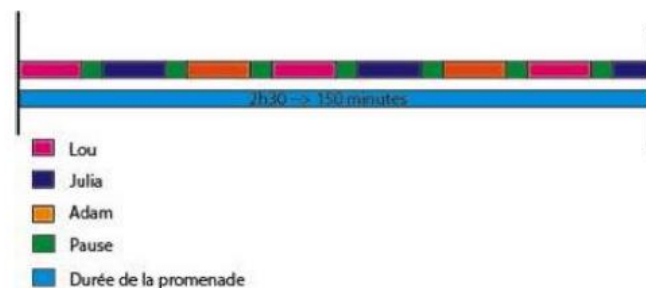
Hier einige Beispiele:



Aufgabe 3 : Ein Esel für drei

Die Lösung für diese Aufgabe kann graphisch erfolgen. Auf einer Zeitachse von können die einzelnen Phasen eingezeichnet werden, bis man 2 h 30 min erreicht hat.

Oder mit einer Tabelle:



	Lou	Pause	Julia	Pause	Adam	Pause
Zeit	15 min	5 min	15 min	5 min	15 min	5 min
Gesamtzeit	15 min	20 min	35 min	40 min	55 min	1 h
Zeit	15 min	5 min	15 min	5 min	15 min	5 min
Gesamtzeit	1 h 15	1 h 20	1 h 35	1 h 40	1 h 55	2 h
Zeit	15 min	5 min	10 min			
Gesamtzeit	2h15	2 h 20	2 h 30			
Summe	45 min		40 min		30 min	

Aufgabe 4 : Gleichheit

Die erste Lösung, die man findet sind **36 Kästchen**.

Die Summe der ersten n natürlichen Zahlen muss eine Quadratzahl ergeben.

Weiterführung und Anregung:

Für die Aufgabe lässt sich auch eine sehr einfache Excel-Tabelle verwenden. Die SuS können so weitere Lösungen **finden**.

	A	B	C
1	Anzahl der Kästchen, die Angèle mit einer Farbe gefärbt hat.	Gesamtzahl der von Angèle gefärbten Kästchen	Anzahl der von Hervé gefärbten Kästchen
2	1	1	1
3	2	3	4
4	3	6	9
5	4	10	16
6	5	15	25
7	6	21	36
8	7	28	49
9	8	36	64
10	9	45	81
11	10	55	100

Formeln:

	A	B	C
1	Anzahl der Kästchen, die Angèle mit einer Farbe gefärbt hat.	Gesamtzahl der von Angèle gefärbten Kästchen	Anzahl der von Hervé gefärbten Kästchen
2	1	=1	=A2*A2
3	=A2+1	=B2+A3	=A3*A3
4	=A3+1	=B3+A4	=A4*A4

Aufgabe 5 : Bitte nichts umwerfen

Die beiden Lösungen sind:

3				3			
4		7		2		5	
5		9	2	7		9	4
6	1	10	8	8	1	10	6

Aufgabe 6 : Der Lohn des Paares

Der blaue Zwerg verlangt 6 Goldstücke für die Reinigung einer Kutsche.

Begründung:

Zwerg Blau putzt 5 Kutschen. Für seine Arbeit zahlen die Grafen 30 Goldstücke
Fritz putzt dann nur 4 Kutschen, und er erhält 3 Goldstücke pro Kutsche, also 12 Goldstücke.

$$5 \cdot 6 + 3 \cdot 4 = 42$$

Die Schüler können die Lösung durch Versuch und Irrtum finden, z.B. variieren sie die Anzahl der Kutschen. Wegen der einschränkenden Bedingung für die Einnahmen von Zwerg Blau ergeben sich dann 5 Fälle. Beginnen sie mit Fall 1, müssen 25 Rechnungen durchgeführt werden, beginnen sie mit Fall 5 sind 10 Rechnungen notwendig.

	Anzahl der Goldstücke	
	Fritz	Zwerg Blau
1. Fall	1	2
2. Fall	2	4
3. Fall	3	6
4. Fall	4	8
5. Fall	5	10

Aufgabe 7 : Mittagessen im Grünen

Die Lösung lässt sich mit einer Wahrheitstabelle ermitteln:

	Brot	Hühnchen	Radieschen	Möhren	Wassermelone
Lucile	nein	nein	ja	ja	ja
Jules	ja	ja	nein	nein	ja
Matt	ja	nein	ja	ja	nein

Aufgabe 8 : Bring mich auf den Geschmack

Überlegungen des folgenden Typs werden als Lösung akzeptiert

Anzahl der Schüler pro Klasse	Anzahl der Kugeln insgesamt	Anzahl der Schachteln	
20	$20 \cdot 2 \cdot 10 = 400$	$400 : 20 = 20$	Man sieht, dass die Anzahl der mindestens benötigten Eispackungen, der Anzahl der Schüler pro Klasse entspricht, wenn diese komplett genutzt werden.
30	$30 \cdot 2 \cdot 10 = 600$	$600 : 20 = 30$	

- Nimmt man an, dass alle Eissorten gleich beliebt sind, also $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}$, berechnet sich der Bedarf an Packungen für jede Geschmacksrichtung wie folgt: Die Anzahl der Schüler in der Klasse wird durch 3 geteilt und das Ergebnis auf die nächste natürliche Zahl gerundet.
- Um eine ausreichende Anzahl von Eispackungen zu haben, für den Fall, dass alle Schüler einer Klasse sich nur für eine Geschmacksrichtung entscheiden (Überlegung zum Maximum), dann wäre der Bedarf an Packungen pro Geschmacksrichtung gleich der Anzahl der Schüler der Klasse.

Aufgabe 9: Die nicht-quadratische Cremeschnitte

Der Konditor hat falsch überlegt.

Wichtig ist, dass er behauptet hat, dass man bei seiner Vorgehensweise **immer** die bestellte Kuchengröße bekommt. Also reicht es **ein** Gegenbeispiel zu finden.

Kantenlänge des Quadrates	Fläche des Quadrates	Kantenlänge des Rechtecks	Fläche des Rechtecks
30cm	900 cm^2	B=20cm; L=40cm	800 cm^2

In der Orientierungsstufe ist ein Hinweis darauf, dass **ein** Gegenbeispiel bei dieser Aufgabenstellung bereits eine ausreichende Begründung darstellt, nicht zu erwarten.