

Matematica Senza Frontiere

Scuola superiore – classe prima

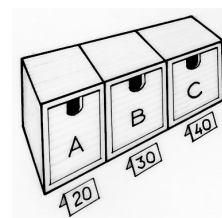
Competizione 26 febbraio 2019

BILANCIO PEDAGOGICO

Esercizio n. 1 (7 punti) Il biglietto vincente

Esercizio in lingua straniera, di tipo logico verbale e operativo, è stato svolto nei casi di successo (circa il 20%) prevalentemente con il ricorso a schematizzazione, ma anche per tentativi.

La difficoltà più evidente è l'assenza di attenzione alla richiesta nel testo di esplicitazione della scelta della scatola vincolante per la determinazione dei contenuti. La partenza da una scatola a caso comporta, infatti, delle soluzioni anche indeterminate e queste sono state le più ricorrenti nelle errate (circa il 45% di risultati con punteggio zero).



Soluzioni d'interesse:

$$\text{box 1} = 10\text{€}, 10\text{€} = 20\text{€}$$

$$\text{box 2} = 10\text{€}, 20\text{€} = 30\text{€}$$

$$\text{box 3} = 20\text{€}, 20\text{€} = 40\text{€}$$

$$\text{box 1} \neq \text{box A}$$

$$\text{box 2} \neq \text{box B}$$

$$\text{box 3} \neq \text{box C}$$

$$A=? \quad B=? \quad C=?$$

Resolution

It's possible to deduce the amounts of each box by taking a single

note from box B.

A	B	C
no 10-10	no 10-20	no 20-20
10-20	10-10	10-20
20-20	20-20	20-10

20 30 40

If you take a note from box B, it could be a 10€ or a 20€ note.

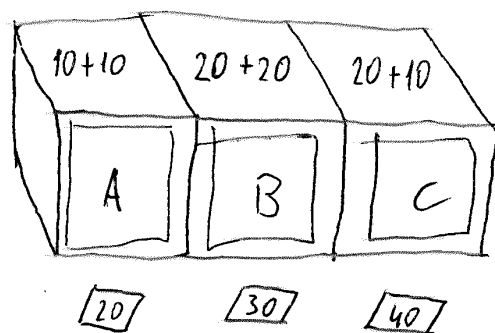
1° case: it's a ten. Since the box C cannot have 40€, the amounts are clear.

A	B	C
20-20	10-10	10-20

2° case: it's a twenty. Since the box A cannot have 20€, the amounts are clear.

A	B	C
10-20	20-20	10-10

Soluzione purtroppo basata su ragionamento errato riscontrato con una certa frequenza (punteggio zero):



you have to move a twenty € note from the second box (B) and change it with the 10 € note from the third box (C). So the notes inside the boxes correspond with the labels in front of each box.

Esercizio n. 2 (5 punti) I biglietti da visita



Esercizio di tipo operativo in contesto reale è stato affrontato da circa l'89% di classi, prevalentemente con risoluzione algebrica.

La risoluzione per tentativi con predeterminazione di valori per le due variabili in gioco e verifica finale è stata considerata risultato vincente, purché argomentata.

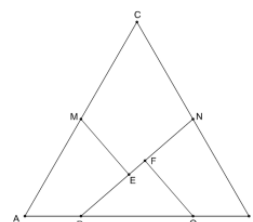
Complessivamente sono stati ottenuti risultati con punteggio massimo nel 41% delle classi.

In classe la riflessione su questa duplicità di approccio può essere di valenza didattica.

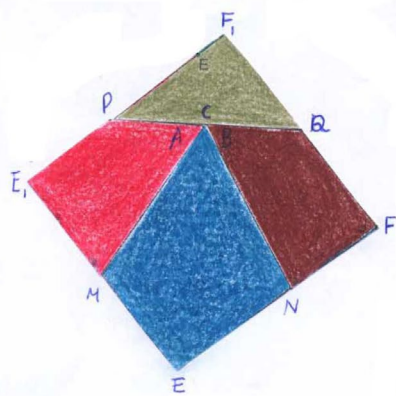
Esercizio n. 3 (10 punti) Ruota, ruota! (da una immagine di Bruno Munari)

La richiesta di ricomposizione geometrica con composizione del quadrato è stata assolta dalla quasi totalità mentre l'individuazione dei centri di rotazione e delle caratteristiche delle rotazioni necessarie sono state affrontate con successo solo dal 20% delle classi.

E' risultata evidente la necessità di riflessione didattica in classe sulle trasformazioni, nel caso specifico, sulle rotazioni.



Soluzioni d'interesse:



① ruotare il triangolo NPB attorno al punto N di 180° , facendo coincidere il segmento \overline{NB} con \overline{CN} .

② ruotare il quadrilatero $MAPE$ attorno al punto M di 180° , facendo coincidere il segmento \overline{AM} con \overline{MC} .

③ ruotare il triangolo PQF attorno al punto Q di 180° , facendo coincidere \overline{PQ} con \overline{PQ} .

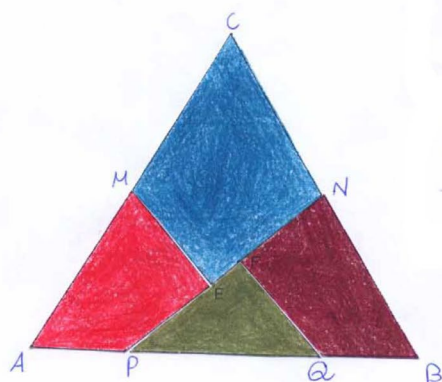
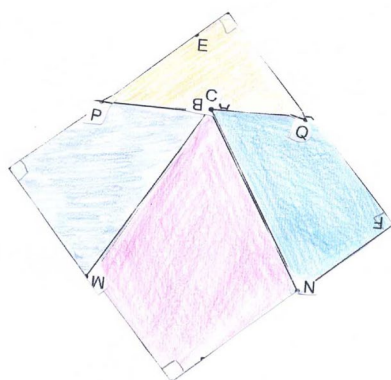
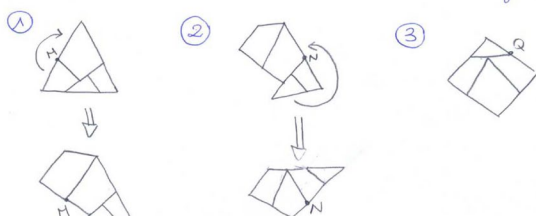


figura di partenza



PASSAGGI:

- 1) Ruotare la figura blu con perno M di 180°
- 2) Ruotare insieme le figure verde e gialla con perno N di 180°
- 3) Ruotare la figura rossa con perno Q di 180° gradi



Esercizio n. 4 (7 punti) La moltiplicazione delle facce

L'esercizio ha stimolato utili riflessioni sull'uso di una tabella a doppia entrata (che in fase di correzione può portare al concetto organizzatore di coppia ordinata) con risultato complessivamente positivo e ben il 42% di punteggi massimi.

Soluzioni interessanti:

DOTI

36 = numero probabilità totali

$\frac{1}{12}$ = probabilità di x

Quindi bisogna dividere 36 e 12, che fa 3, per questo bisogna trovare un numero che esca 3 volte. Abbiamo trovato tutte le combinazioni.

1: (4-2-3-4-5-6) 2: (2-4-6-8-10-12) 3: (3-6-9-12-15-18) 4: (4-8-12-16-20-24)
5: (5-10-15-20-25-30) 6: (6-12-18-24-30-36). Osservando, si vede che l'unico numero che appare 3 volte è 4

Osservando l'elenco precedente fatto si vede che sia 6 che 12 appaiono 4 volte. Quindi la teoria di Pierino è scorretta

	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

a) $\frac{3^1}{36} = \frac{1}{12} \rightarrow$ è il numero 4 perché è l'unico che si ripete 3 volte

b) Pierino NON ha ragione perché:

- la probabilità che il prodotto 6 è uguale a $\frac{4}{36}$ che = $\frac{1}{9}$
 - la probabilità che il prodotto 12 è uguale a $\frac{4}{36}$ che = $\frac{1}{9}$
- in conclusione $\frac{1}{9} = \frac{1}{9}$ quindi non è il doppio.

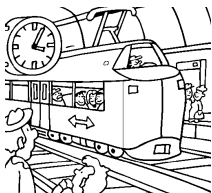
Esercizio n. 5 (5 punti) A caccia del tesoro

La lettura attenta del testo con controllo puntuale dell'operatività richiesta nel rispetto dei vincoli costituisce l'unico elemento di difficoltà, pienamente superato con punteggio massimo nel 65% delle classi.

L'unico errore ricorrente è stata l'incomprensione del testo per la posizione di partenza (19% dei casi).



Esercizio n. 6 (10 punti) Ritorno in compagnia



Gli esiti di questo esercizio sono stati negativi con il 69% di punteggi zero, il 20% di rinuncia alla risoluzione e solo l'8% di punteggi massimi.

Se è vero che il contesto è fisico, la risoluzione non richiedeva competenze specifiche fisiche (a meno delle conoscenze di base della relazione spazio-tempo) ma applicazione di procedura logica con il ricorso alla visualizzazione tramite schema grafico o tabella.

Sono stati trascurati elementi importanti presenti nel testo per l'assunzione dei vincoli, quali, ad esempio, "adeguamento della velocità del marito a quella della moglie".

Esercizio n. 7 (7 punti) Pari o dispari?

La risoluzione nel 17% dei casi non ha seguito le consegne (ad esempio non effettuando le differenze dei numeri scelti e relativi prodotti). Nel 60% ha evidenziato difficoltà nel generalizzare o anche solo nel riportare esempi esaustivi della casistica essenziale per la completezza della risposta richiesta.

Si suggerisce che in classe si stimoli la riflessione sulle condizioni necessarie e sufficienti per una casistica generalizzabile e sulle proprietà connesse al concetto di parità.

Esercizio n. 8 (5 punti) Ecco fatto!

Il focus dell'esercizio, affrontato dalla quasi totalità delle classi e risolubile con previsione logica tramite l'individuazione dei valori da escludersi ma anche semplicemente per tentativi, è l'argomentazione del processo risolutivo formulata con successo nel 73%.



Esercizio n. 9 (10 punti) La parete dello sceicco

L'esercizio, utile per lo sviluppo di competenze nell'analisi del testo e prefigurazione logica delle situazioni prospettate, ha prodotto risultati al di sotto delle aspettative a partire dalla confusa considerazione delle due rappresentazioni iniziali come raffigurazioni dell'intera parete.

Si sono susseguiti errori di calcolo e difficoltà nell'interpretare la disposizione triangolare, con risultati finali di punteggio massimo limitati al 2,5%, di punteggio zero al 36% e di non risposto al 7%.

I punteggi intermedi (circa il 54%) sono conseguenza della corretta stima del numero delle monete nella formazione quadrata.

Soluzioni positive da considerare possono essere:

DISPOSIZIONE 1: (QUADRATA)

$$6m = 6000 \text{ mm} \quad 30 \text{ mm} = \text{diametro moneta}$$

$$3m = 3000 \text{ mm}$$

$$6000 : 30 = 200 \text{ n° monete per riga}$$

$$3000 : 30 = 100 \text{ n° monete per colonna}$$

$$200 \cdot 100 = \underline{20000 \text{ n° monete totali}}$$

DISPOSIZIONE 2: (TRIANGOLARE)

$$\sqrt{30^2 - 15^2} = 26 \text{ mm} \quad \text{distanza tra le rette immaginarie passanti orizzontalmente per i centri delle monete}$$

$$3000 : 26 = 115 \text{ n° righe di monete}$$

$$\text{Ci sono due tipi di righe: } a = 200 \text{ monete}$$

$$b = 199 \text{ monete}$$

$$(115 - 1) : 2 = 57 \text{ n° righe } b$$

$$(115 - 1) : 2 + 1 = 58 \text{ n° righe } a$$

$$(58 \cdot 200) + (57 \cdot 199) = \underline{22943 \text{ n° monete totali}}$$

RISPOSTA

Lo Sceicco spende di meno utilizzando la disposizione quadrata delle monete

Lo sceicco spende di meno utilizzando la disposizione "quadrata" per i seguenti calcoli:

$$\begin{aligned} 1. \text{ n° righe / colonne è uguale a } & \begin{aligned} & \cdot \text{cm}(600 : 3) = 200 \rightarrow \text{colonne} \\ & \cdot \text{cm}(3000 : 3) = 100 \rightarrow \text{righe} \end{aligned} \\ 2. \text{ monete totali} & = 200 \cdot 100 = 20'000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1. \text{ n° righe / colonne è uguale a } & \begin{aligned} & \cdot \text{cm}(600 : 3) = 200 \rightarrow \text{colonne} \\ & \cdot \text{cm}(3000 : 2,6) = 115 \rightarrow \text{righe} \end{aligned} \\ 2. \text{ distanza tra righe} & \quad \begin{aligned} & \text{t. di Pitagora: } \sqrt{30^2 - 15^2} = \sqrt{900 - 225} = \\ & \sqrt{675} = 25,98 \approx 26 \end{aligned} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \pm 200 \cdot 115 \text{ monete} & = 23'000 - 57 \text{ (una moneta in meno x riga pari)} = \\ & = 22'943 \end{aligned}$$

Tra le due la Fig. 1 è la più conveniente, perché contenente 2943 monete in meno, dato che nella Fig. 2 gli spazi tra le monete sono minori.

$$n^{\circ} \text{ Monete Fig. 1} = \frac{A_{\text{monete}}}{d^2} = \frac{18000000 \text{ mm}^2}{900 \text{ mm}^2} = 20000 \text{ monete}$$

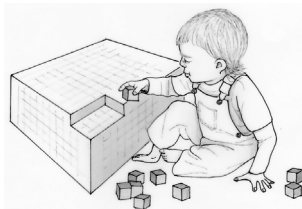
SI È GIUNTI ALLA CONCLUSIONE CHE IL METODO PER RISOLVERE IL QUESITO È CONSIDERARE UNA RIGA PER VOLTA, SULLA BASE DEL RETTANGOLO RAPPRESENTANTE LA PARETE CI STANNO 200 MONETE UNA DOPO L'ALTRA. SULLA RIGA SUPERIORE PERÒ LE MONETE NON VENGONO POSIZIONATE DALL'INIZIO DELLA RIGA, MA COME STA UNA IN MENO, QUINDI 199. PER CALCOLARE QUANTE FILE CI STANNO, IL METODO È STATO DI CALCOLARE LA DISTANZA TRA UN CENTRO DI UN CERCHIO, CIOÈ IL VERTICE DEL TRIANGOLO, E LA BASE DEL TRIANGOLO, QUESTA DISTANZA È APPROSSIMATA A 26 mm. $3000 : 26 \text{ mm} = 115,38$, E SI È APPROSSIMATO A 115. QUINDI CI SONO 58 FILE DI MONETE DA 200 E 57 DA 199, IN QUANTO SI SUSSEGUONO QUELLE DA 200 E 199.

$$n^{\circ} \text{ MONETE FIG. 2} = 58 \cdot 200 + 57 \cdot 199 = 22.943$$

Soluzione invece parzialmente corretta (punteggio 4):

NELLA FORMAZIONE QUADRATA UNA COLONNA DI MONETE NE COMPRENDE 100 E UNA RIGA 200, NELLA FORMAZIONE TRIANGOLARE, INVECE, SI RISPARMIA UNA MONETA OGNI 2 RIGHE, RISPETTO ALLA FORMAZIONE QUADRATA, FORMANDO UN NUMERO DI MONETE UTILIZZATE A 19.950, ANZICHÈ 20.000. PERTANTO LA RISPOSTA AL QUESITO È LA FORMAZIONE TRIANGOLARE (Fig. 2)

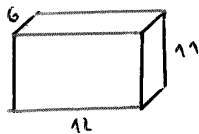
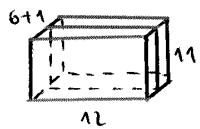
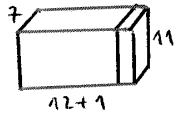
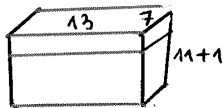
Esercizio n. 10 (7 punti) Composizione di cubi



L'esercizio richiede schematizzazione facilitante dei vari passaggi dal solido iniziale a quelli derivanti dai successivi tagli, con indicazione dei prodotti.

Nel 51% c'è stata individuazione errata delle facce indicate e del numero dei cubetti iniziali costituenti il parallelepipedo; punteggi intermedi all'11% e punteggi massimi al 25%.

Soluzione corretta e d'interesse:



Essendo la faccia superiore combaciante con quella laterale, esse hanno uno spigolo in comune.
Quindi abbiamo calcolato il massimo comune divisore tra le loro aree (91 e 77), che è 7 e che è il numero di cubi che formano la profondità del parallelepipedo.

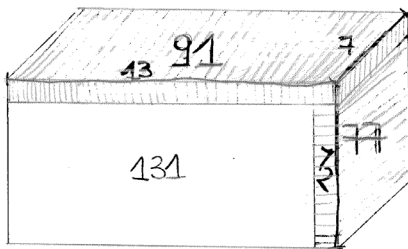
Abbiamo ricavato che la larghezza è di 13 cubi ($91 : 7 = 13$) e l'altezza è di 11 cubi ($77 : 7 = 11$) più 1 che era stato tolto con la faccia superiore.

Poi, togliendo una faccia laterale, la larghezza diventa 12 cubi ($13 - 1 = 12$); e infine, togliendo la faccia posteriore, la profondità diventa 6 cubi ($11 - 1 = 6$).

Quindi il parallelepipedo che si ottiene ha larghezza 12 cubi, altezza 11 cubi e profondità 6 cubi.

Per ottenere il numero di cubi rimanenti basta moltiplicare le tre dimensioni tra loro: $12 \cdot 11 \cdot 6 = 792$.
I cubi rimanenti sono 792 .

Soluzione, invece con errore finale (punteggio 3):



$$13 \cdot 7 = 91 \quad 77 + 7 = 84$$

$$84 : 7 = 12$$

$$12 \cdot 13 = 156$$

$$91 \cdot 12 = 1092 = n^{\circ} \text{ cubetti}$$

$$1092 - 91 = 1001$$

$$1001 - 77 = 924$$

$$156 - 12 - 13 = 131$$

$$924 - 131 = 793$$

$$\text{CUBETTI RIMASTI} = 793$$