

# Matematica Senza Frontiere

Scuola superiore – classi seconde e terze

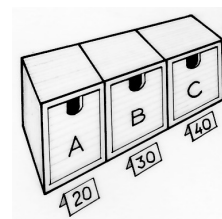
Competizione 26 febbraio 2019

**BILANCIO PEDAGOGICO**

## Esercizio n. 1 (7 punti) Il biglietto vincente

Esercizio in lingua straniera, di tipo logico verbale e operativo, è stato svolto nei casi di successo (circa il 32% nelle classi seconde e 38% nelle terze) prevalentemente con il ricorso a schematizzazione, ma anche per tentativi.

La difficoltà più evidente è l'assenza di attenzione alla richiesta nel testo di esplicitazione della scelta della scatola vincente per la determinazione dei contenuti. La partenza da una scatola a caso comporta, infatti, delle soluzioni anche indeterminate e queste sono state le più ricorrenti nelle risposte errate (risultati con punteggio zero al 32% nelle seconde e al 24% nelle terze).



## Esercizio n. 2 (5 punti) Buon compleanno



Esercizio di tipo logico risolvibile, sia per via sintetica sia mediante ricorso a strumenti algebrici, dopo un'attenta lettura delle condizioni descritte nel testo, operazione che è risultata con rilevanza deficitaria soprattutto nelle classi terze (58% di punteggio zero nelle terze e 54% nelle classi seconde) e di successo pressoché uguale (21% di punteggio massimo).

Errori ricorrenti riscontrati:

- considerazione di 53 lattine (invece di 51), per cui il costo è risultato di 106 euro invece di 102
- dimenticanza delle 4 lattine risultanti gratis
- incremento alle 5 lattine della lattina omaggio invece che sottrazione.

Significative le risoluzioni riportate di seguito:

Esercizio n. 2

a)

LATTINE COMPRATE	LATTINE IN REGALO	TOTALE LATTINE
5	1	6
10	2	12
15	3	18
20	4	24
25	5	30
30	6	36
35	7	42
40	8	48
45	9	54
50	10	60

DATI:

costo lattina = 2€

ogni 5 lattime 1 in omaggio

lattime consumate dal 1°

gruppo : 63

soldi spesi dal 2° gruppo : 200€

com le 10 lattime in regalo  
me riescono a prendere altre  
2 ( $10:5=2$ )

quindi  $60 + 2 = 62$

$63 - 62 = 1$

↓  
hanno comprato un'altra lattina  
ovvero 51

Com 51 lattime hanno speso  
€ 102 ( $51 \cdot 2 = 102$ )

b) con 200€ si possono acquistare 100 lattime ( $200:2=100$ )

$\frac{100}{5} = 20 \rightarrow$  n° delle lattime in omaggio

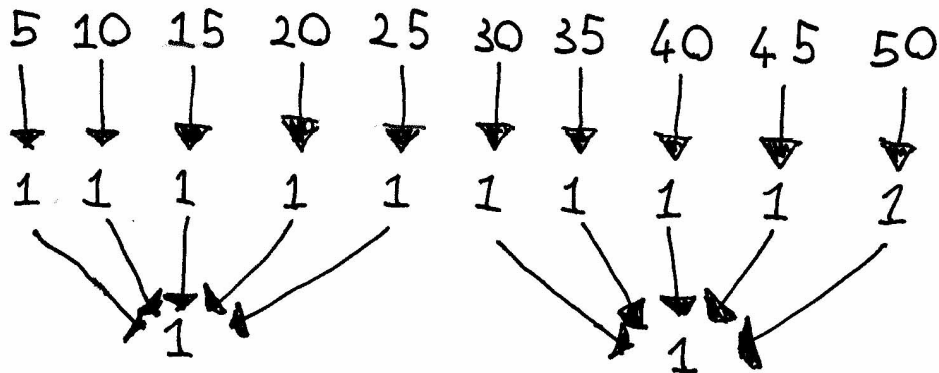
restituendo le lattime precedentemente ricevute in omaggio  
se ne otterranno altre 4 ( $20:5=4$ )

Il gruppo ha quindi bevuto 124 lattime ( $100+20+4=124$ )

\*\*\*\*\*

Esercizio n. 2

1)



LATTINE RICEVUTE IN OMAGGIO: 12

LATTINE COMPRATE: 51

LATTINE TOTALI  
51 + 12 = 63

$$\text{COSTO} = 51 \cdot 2 = 102 \text{ €}$$

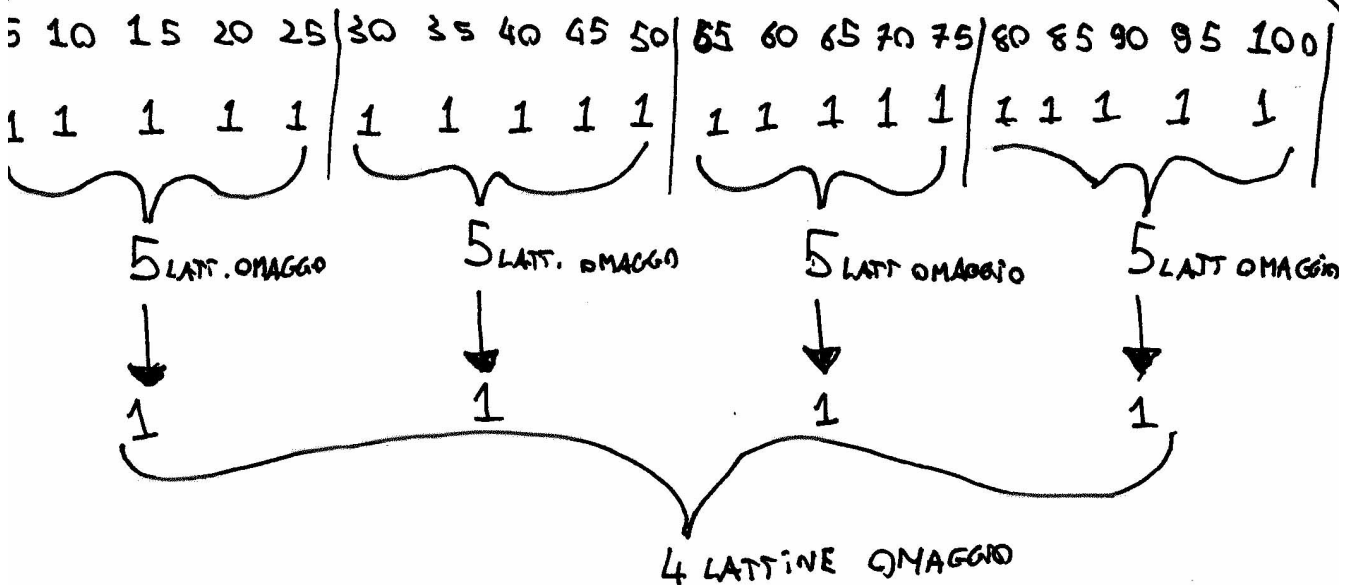
LATTINE  
COMPRATE

COSTO  
SINGOLA LATTINA

COSTO TOTALE  
1° GRUPPO

----- 200 € -----

2)



LATTINE COMPRATE: 100 SOLDI SPESI: 200 €

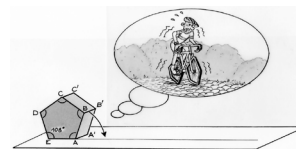
LATTINE OMAGGIO: 24

LATTINE CONSUMATE CON 200 € = 100 + 24 = 124 LATTINE

### Esercizio n. 3 (7 punti) Dai, che ce la fai!

L'esercizio richiede riflessione geometrica e costruzione per punti con utilizzo di riga e compasso. Risultati completi e puntuali con rispetto della scala sono stati ottenuti solo dal 16% delle classi seconde e dal 24% della terze, con una percentuale di risultati nulli maggiori nelle terze (33%) che nelle seconde (27%).

Sono stati riscontrati errori nella misura del pentagono rappresentato inizialmente e nella costruzione per punti nella rotazione della figura.



### Esercizio n. 4 (5 punti) Composizione di cubi



L'esercizio richiede schematizzazione facilitante dei vari passaggi dal solido iniziale a quelli derivanti dai successivi tagli, con indicazione dei prodotti.

Nel 44% per le seconde e nel 38% per le terze c'è stata l'individuazione errata delle facce indicate e del numero dei cubetti iniziali costituenti il parallelepipedo.

I punteggi intermedi si sono attestati, mediamente, intorno al 9% e quelli massimi al 39% ma con migliore successo per le classi terze.

**Esemplificative la prima risoluzione completa e la seconda corretta parzialmente (punteggio 2):**

Esercizio n. 4

Per trovare i lati del parallelepipedo, calcolare l'HCD

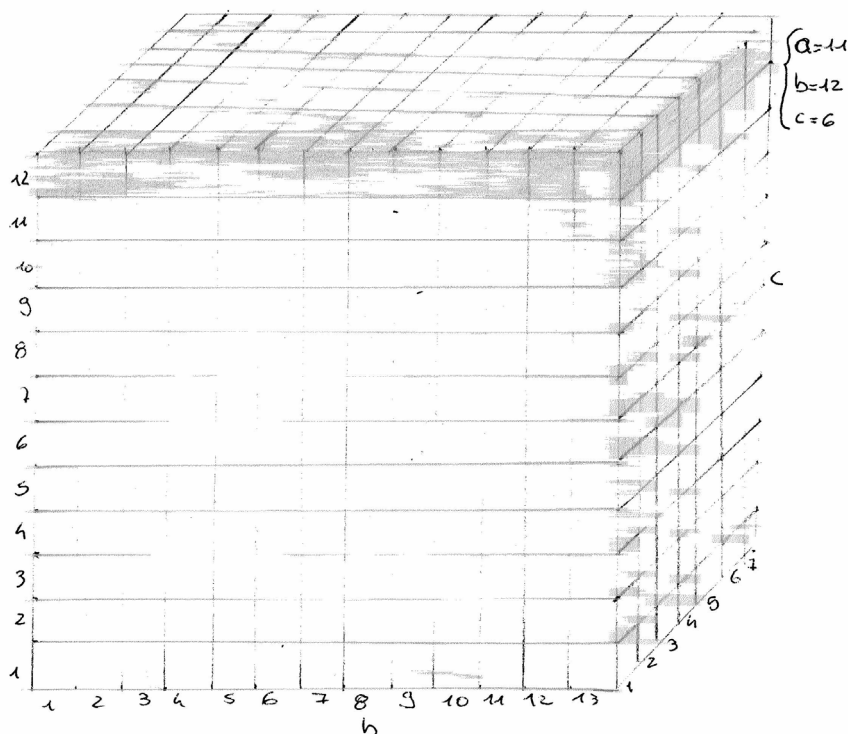
delle aree ~~dei~~ tolte;

$$91 = 13 \cdot 7 \quad 77 = 11 \cdot 7$$

⇒ Il divisore comune è 7, che è il lato comune tra le due facciate (da 91 e 77)

Le dimensioni degli altri spigoli sono rispettivamente di 11 e 13 cubetti.

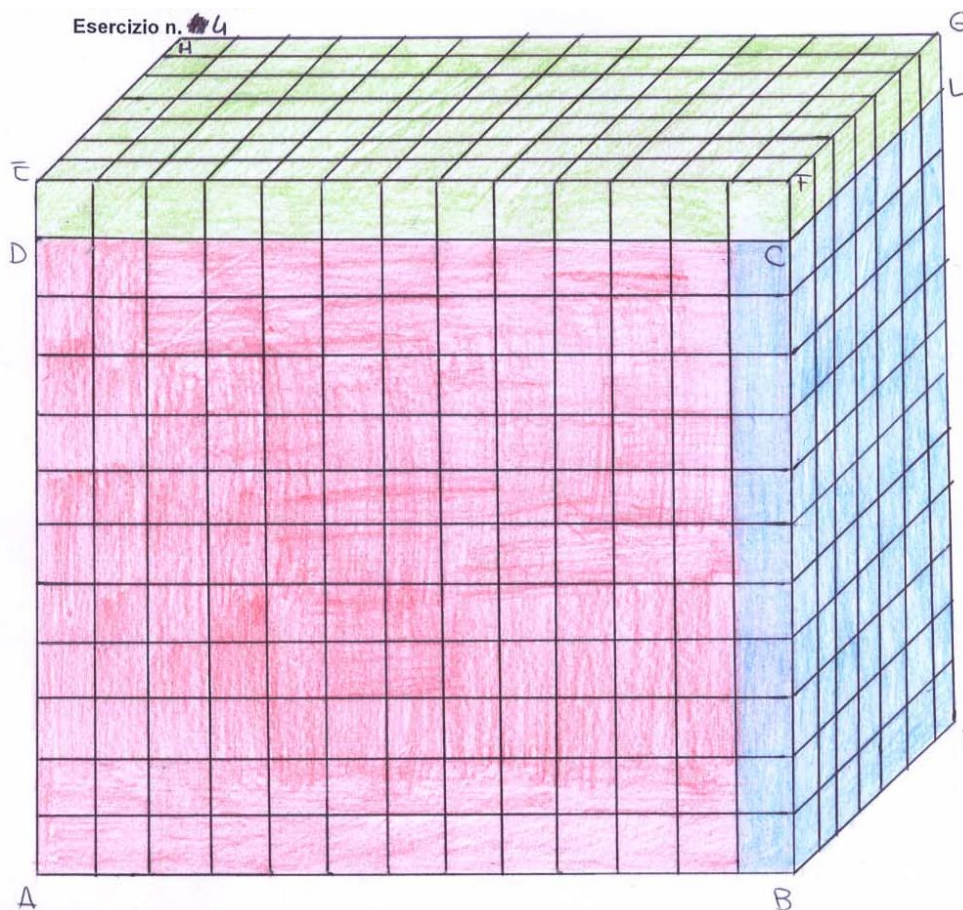
(Tenermo conto che nel lato da 77 cubetti, una faccia era già stata tolta)



Matematica Senza Frontiere - Competizione 2018-2019

Calcolo il volume totale:

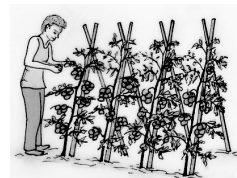
$$6 \cdot 11 \cdot 12 = 792 \text{ cubetti}$$



VERDE : 91 CUBI  
 AZZURRO : 77 CUBI  $\Rightarrow BC = 11$  e  $BI = 7$   
 $\Rightarrow EF = 13$   
 ROSSO :  $11 \cdot 12 = 132$  CUBI  
 CUBI TOTALI :  $13 \cdot 11 \cdot 7 = 1001 + 91 = 1092$   
 CUBI RIMANTI :  $1092 - 91 - 77 - 132 = 781$  CUBI

#### Esercizio n. 5 (7 punti) Pomodori bio

Esercizio di tipo logico verbale operativo richiede riflessione sui vincoli posti (capacità dei due contenitori e proporzione dei componenti per la miscela richiesta).  
 I risultati sono stati, tranne per un 4% di punteggi intermedi, in egual misura o decisamente negativi (punteggi nulli) o decisamente positivi (punteggio massimo).  
 Si sono evidenziate interessanti soluzioni con diagrammi di flusso.



#### Esercizio n. 6 (5 punti) Ecco fatto!



Il focus dell'esercizio, affrontato dalla quasi totalità delle classi e risolubile con previsione logica tramite l'individuazione dei valori da escludersi ma anche semplicemente per tentativi, è l'argomentazione del processo risolutivo, formulata con successo nel 62% delle classi seconde e nel 66% delle terze.

Si rileva che le percentuali di punteggio massimo sono state inferiori a quella delle classi prime; molto probabilmente per sottovalutazione dell'importanza della motivazione.

## Esercizio n. 7 (7 punti) Numeri incatenati



La richiesta di risoluzione non comprende l'argomentazione inerente la procedura di risoluzione ma, indubbiamente, le classi che non hanno lavorato per tentativi ma con schemi sono state facilitate; infatti il terzo caso richiede generalizzazione. I risultati con punteggi massimi del 18% nelle classi seconde e del 24 nelle classi terze sono accompagnati da circa il 60% di punteggi intermedi (corrispondenti all'individuazione di una o due posizioni).

**Esemplificative le tre soluzioni seguenti:**

Esercizio n. 7

$$171 (17-18) = \text{posizione } 24$$

$$321 (132-133) = \text{posizione } 287$$

$$2019 (1920-1921) = \text{posizione } 6572$$

$0 \rightarrow 9$  = prima fascia    la fascia rappresenta e riunisce numeri che hanno lo stesso numero di cifre

$10 \rightarrow 99$  = seconda fascia

$100 \rightarrow 999$  terza fascia

$1000 \rightarrow 9999$  quarta fascia

per trovare un numero in una fascia bisogna fare

$m > n$  ( $n$  è il primo numero della fascia)

$$[(m - n) + 1] \times \text{il numero della fascia}$$

il risultato ottenuto è il numero di cifre fino a  $m$ , quindi la posizione del numero dopo.

Successivamente si sommano i diversi risultati delle fasce e si ottiene la posizione del numero ricercato.

\*\*\*\*\*

$$171 = \dots 16 \boxed{17} 18 \dots$$

TRA 0-9 ci sono 10 cifre

TRA 10-16 ci sono 7 numeri da 2 cifre

Ciascuno  $\rightarrow 7 \cdot 2 = 14$  cifre

$$14 + 10 = 24$$

$$321 = \dots 131 \boxed{132} 133 \dots$$

DA 0-9 = 10 cifre

DA 10-99 = 9 volte 10 numeri da 2 cifre =  $9 \cdot 10 \cdot 2 = 180$  cifre

DA 100-129 = 3 volte 10 numeri da 3 cifre = 90 cifre

DA 130-131- $\boxed{132}$  =  $3 + 3 + 1 = 7$  cifre

$$DA 10 + 180 + 90 + 7 = 287$$

$$2019 = \dots 19 \boxed{20} 1921 \dots$$

DA 0-9 = 10 cifre

DA 10-99 = 9 volte 10 numeri da 2 cifre = 180 cifre

DA 100-199 = 9 volte 100 numeri da 3 cifre = 2700 cifre

DA 1000-1899 = 9 volte 100 numeri da 4 cifre = 3600 cifre

DA 1899-1919 = 20 numeri da 4 cifre = 80 cifre

$\boxed{1920} 1921$  = 2 cifre

$$10 + 180 + 2700 + 3600 + 80 + 2 = 6572$$

\*\*\*\*\*



• POSIZIONE DEL 171

- PER PRIMA COSA DOBBIAMO CAPIRE DOVE TROVIAMO PER LA 1<sup>a</sup> VOLTA IL 171

... 161718 ...

- ORA DOBBIAMO TROVARE LE CIFRE PRESENTI PRIMA DEL 17

$$(9-0)+1 = 10 ; [(16-10)+1] \cdot 2 = 7 \cdot 2 = 14$$

$10 + 14 = 24 \rightarrow$  SONO LE CIFRE PRESENTI PRIMA DEL 171, CHE INDICANO QUINDI LA S/A POSIZION

• POSIZIONE DEL 321

- COME PER IL 171 DOBBIAMO CAPIRE DOVE TROVIAMO IL NUMERO 321 PER LA 1<sup>a</sup> VOLTA

... 131132133 ...

- ORA DOBBIAMO CALCOLARE LE CIFRE CHE TROVIAMO PRIMA DEL 132, SOTTANDONE UNA VISTO CHE

NEL 321 NON È COMPRESO L'1 DEL 132; IL RISULTATO CORRISPONDERÀ ALLA POSIZIONE DI 32

$$(9-0)+1 = 10 ; [(99-10)+1] \cdot 2 = 90 \cdot 2 = 180 ;$$

$$[(131-100)+1] \cdot 3 = 36$$

$$10 + 180 + 36 + 1 = 287$$

• POSIZIONE DEL 2019

- COME PER IL 171 E IL 321 DOBBIAMO TROVARE DOVE È PRESENTE PER LA 1<sup>a</sup> VOLTA IL NUMERO 2019

... 191919201921 ...

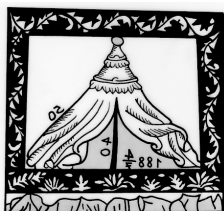
- DOBBIAMO QUINDI CAPIRE LA POSIZIONE DEL 2019 CALCOLANDO LE CIFRE PRESENTI PRIMA DEL 1920 E AGGIUNGENDO DUE CIFRE, VISTO CHE 1 E 9 DEL 1920 NON SONO COMPRESI NEL 2

$$(9-0)+1 = 10 ; [(99-10)+1] \cdot 2 = 180 ;$$

$$[(999-100)+1] \cdot 3 = 2700 ; [(1919-1000)+1] \cdot 4 = 3680$$

$$10 + 180 + 2700 + 3680 + 2 = 6572$$

**Esercizio n 8 (5 punti) Tenda medioevale**



Due sono i concetti "clou" la cui padronanza mette in gioco la risoluzione:

- il riconoscimento delle caratteristiche della struttura geometrica descritta con le relative misure
- il calcolo dei limiti dell'approssimazione nei due sistemi di misura citati (l'antico del 1492 e il decimale attuale).

L'assenza o carenza di tale padronanza ha portato, malgrado l'esercizio fosse simile a uno già proposto nella fase di accoglienza, a risultati di punteggio massimo, mediamente, del 33%, con l'evidenza di circa il 16% di classi che non l'hanno affrontato e del 17% a punteggio zero.

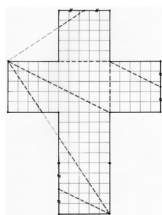
**Esercizio n. 9 (7 punti) Quadratum**

Esercizio di tipo logico percettivo richiede risoluzione per tentativi, ma a seguire anche ricorso a strumenti algebrici. Gli errori più frequentemente rilevati sono dovuti a una lettura superficiale del testo (assunzione di triangoli rettangoli isosceli contro la richiesta).

Circa il 30% delle classi non lo ha affrontato, mentre il punteggio massimo è stato raggiunto dal 26% delle seconde contro il 23% delle terze. Anche le percentuali del punteggio zero si attestano su valori molto prossimi ai precedenti.



### Esercizio n. 10 (10 punti) Uno strano tetraedro



L'esercizio richiede la costruzione di un tetraedro dallo sviluppo di un cubo per individuarne le facce e calcolarne le aree nel rispetto delle proporzioni. Le consegne, invece, non sono state sempre rispettate.

Il punteggio massimo è stato raggiunto mediamente dal 22% delle classi mentre il punteggio nullo (tra zero e risposta non data) dal 32%.

## Speciale terze

### Esercizio n. 11 (5 punti) Scala mobile

Il contesto fisico rende l'esercizio particolarmente interessante per le osservazioni nei casi reali che può stimolare. Purtroppo, invece, la maggior parte delle classi ha utilizzato mero strumento algebrico con il ricorso anche a proporzioni prive di significato.

I risultati danno riscontro di ciò con un 37% di punteggi massimi, il 13% di punteggi intermedi e il 50% di punteggi nulli (punteggio zero e risposta non data).



#### Risoluzione con approccio particolare:

N 11

Dati:

20 = scalini percorsi da Giovanni

16 = scalini percorsi da Delfina

10 = Secondi impiegati da Giovanni

12 = Secondi impiegati da Delfina

? GRADINI  
• VISIBILI

GRADINI	SECONDI	
20 →	10	GIOVANNI
16 →	12	DELFINA

DIFFERENZA →  $20 - 16 = 4$  GRADINI  
 $10 - 12 = -2$  secondi

4 GRADINI ; -2 secondi

MOTIVAZIONE.

16 GRADINI	→	12 SECONDI
+ 4 GRADINI		-2 secondi
= 20 GRADINI		10 secondi
+ 4 GRADINI		-2 secondi
= 24 GRADINI		8 secondi
+ 4 GRADINI		-2 secondi

= 28 GRADINI		6 secondi
+ 4 GRADINI		-2 secondi

= 32 GRADINI		4 secondi
+ 4 GRADINI		-2 secondi

= 36 GRADINI		2 secondi
+ 4 GRADINI		-2 secondi

= 40 GRADINI → 0 secondi

↓  
GRADINI VISIBILI

IN BASE A QUESTO RAGIONAMENTO, SE LE SCALE MOBILI FOSSE SPENTE (0 sec.) SI VEDREBBE 40 SCALINI.



### Soluzione d'interesse:

SAPPIAMO CHE LE SCALE MOBILI VIAGGIANO A VELOCITÀ COSTANTE, QUINDI IL NUMERO DI GRADINI CHE "SCOMPARIANO" IN CIMA E "RICOMPARIANO" IN FONDO PER UNITÀ DI TEMPO È COSTANTE.

SE GIOVANNI SALE 20 GRADINI IN 10 SECONDI E DELFINO 16 IN 12 SECONDI VORRÒ DIRE CHE IN 2 SECONDI "SCOMPARIANO" 4 GRADINI, QUINDI 2 GRADINI AL SECONDO.

MOLTIPLICANDO  $12 \cdot 2 = 24$   $24 + 16 = 40$  GRADINI VISIBILI.

DELLO STESSO MODO  $10 \cdot 2 = 20$   $20 + 20 = 40$

ALTRO METODO:

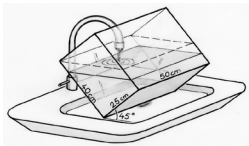
SCALE MOBILI CON VELOCITÀ COSTANTE  
 $x = \text{N° TOTALE GRADINI}$

$$\frac{(x - 20)}{10} = \frac{(x - 16)}{12}$$

$$12x - 240 = 10x - 160$$

$$2x = 80 \quad x = 40$$

### Esercizio n. 12 (7 punti) L'acquario basculante



La visualizzazione spaziale è una competenza da esercitare nella didattica tanto più che non è competenza diffusa nella vita quotidiana. Gli esiti degli elaborati con il 52% di risultati negativi e il 37% di punteggi massimi lo conferma, evidenziando errori sia nella raffigurazione geometrica sia nel calcolo dell'unità di misura.

Si segnala come soluzione con il minor numero di operazioni quella che ha contemplato di vedere l'altezza finale come media aritmetica tra il livello superiore e quello inferiore.

### Esercizio n. 13 (10 punti) Quadrilatero

L'esercizio riproduce una situazione di fatto analoga a quella già presentata nella prova di accoglienza, con richiesta di individuazione di relazioni geometriche basate sul concetto di equivalenza tra figure e risoluzione di un semplice sistema lineare.

Malgrado ciò, si sono avuti circa il 22% di punteggio zero e il 47% di risposte non date, contro il 20% di punteggi massimi.

