**Esercizio n.1 Le “triplette” di Galileo**

Nel ‘600 anche i nobili amavano il gioco d’azzardo e ciò spinse Galileo Galilei a scrivere nella seconda decade del secolo “*Sopra le scoperte dei dadi*” nel quale, su richiesta del Granduca di Toscana, fornì la risposta argomentata al quesito postogli: ***qual è la probabilità che la somma delle facce di 3 dadi sia uguale ad un certo numero k.***

Più tardi il Cavaliere di Méré, famoso giocatore d’azzardo, porrà a Blaise Pascal altri quesiti analoghi per i quali Pascal cercherà il consiglio di Fermat con la conseguenza che dalla loro corrispondenza nascono le prime leggi della probabilità e il calcolo combinatorio.

Ora, considerate una questione trattata proprio da Galileo: “*se lanciamo tre dadi è più facile ottenere come somma delle facce superiori il numero 9 o il numero 10?”*

***Individuate anche voi la risposta riportando il vostro procedimento di risoluzione.***

***Soluzione***

Si può costruire la seguente tabella

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **N = 9** | N  triplette | **N = 10** | N  triplette |
| 6+2+1 | 6 | 6+3+1 | 6 |
| 5+3+1 | 6 | 6+2+2 | 3 |
| 5+2+2 | 3 | 5+4+1 | 6 |
| 4+4+1 | 3 | 5+3+2 | 6 |
| 4+3+2 | 6 | 4+4+2 | 3 |
| 3+3+3 | 1 | 4+3+3 | 3 |
|  | **25** |  | **27** |

da cui si deduce che ci sono 27 possibilità di ottenere 10 e 25 di ottenere 9.

Il numero 10 è, quindi, più “ facile da ottenere” del 9..

Per gusto storico si riporta, estratta dal testo menzionato, l’argomentazione stessa di Galileo:

“Che nel gioco dei dadi alcuni punti sieno più vantaggiosi di altri, vi ha la sua ragione assai manifesta, la quale è, il poter quelli più facilmente e più frequentemente scoprirsi, che questi, il che dipende dal potersi formare con più sorte di numeri: onde il 3. e il 18. come punti, con tre numeri comporre, cioè questi con 6.6.6. e quelli con 1.1.1. e non altrimenti, più difficili sono a scoprirsi, che v.g. il 6. o il 7., li quali in più maniere si compongono, cioè il 6. con 1.2.3.e con 2.2.2. e con 1.1.4. ed il 7. con 1.1.5., 1.2.4, 1.3.3., 2.2.3. Tuttavia ancorché il 9. e il 12. in altrettante maniere si compongano in quante il 10. e l’11. perlochè d’equal uso devriano esser reputati; si vede non di meno, che la lunga osservazione ha fatto dai giocatori stimarsi più vantaggioso il 10. e l’11. che il 9. e il 12.

E che il 9. e il 10. si formino (e quel che di questi si dice intendasi de’ lor sossopri

12. e 11.) si formino dico con pari diversità di numeri, è manifesto; imperocché il 9.si compone con 1.2.6., 1.3.5., 1.4.4., 2.2.5., 2.3.4., 3.3.3. che sono sei triplicità, ed il 10. con 1.3.6., 1.4.5., 2.2.6., 2.3.5., 2.4.4., 3.3.4. e non in altri modi, che pur son sei combinazioni. Ora io per servire a chi m’ha comandato, che io debba produr ciò, che sopra tal difficoltà mi sovviene, esporrò il mio pensiero, con isperanza, non solamente di scorre questo dubbio, ma di aprire la strada a poter puntualissimamente scorger le ragioni, per le quali tutte le particolarità del giuoco sono state con grande avvedimento e giudizio compartite ed aggiustate. E per condurmi colla maggior chiarezza che io possa la mio fine, comincio a considerare come essendo un dado, terminato da 6. facce, sopra ciascuna delle quali gettato, egli può indifferentemente fermarsi; sei vengono ad essere le sue scoperte, e non più, l’una differente dall’altra. Ma se noi insieme col primo getteremo il secondo dado, che pure ha altre sei facce, potremo fare 36. scoperte tra di loro differenti, poiché ogni faccia del primo dado può accoppiarsi con ciascuna del secondo, ed in conseguenza fare 6. scoperte diverse [per ogni faccia scoperta del primo]; onde è manifesto tali combinazioni esser sei volte 6. cioè 36. E se noi aggiugneremo il terzo dado, perché ciascuna delle sue facce, che pur son sei, può accoppiarsi con ciascuna delle 36. scoperte degli altri due dadi, averemo le scoperte di tre dadi esser 6. volte 36. cioè 216. tutte tra di loro differenti. Ma perché i punti dei tiri di tre dadi non sono se non 16., cioè 3., 4., 5. sino a 18., tra i quali si hanno a compartire le dette 216.scoperte, è necessario, che ad alcuni di essi ne tocchino molte; e se noi ritroveremo quante ne toccano per ciascheduno, averemo aperta la strada di scoprire quanto cerchiamo, e basterà fare tale investigazione dal 3. sino al 10. perché quello che converrà a uno di questi numeri, converrà ancora al suo sossopra.

Tre particolarità si debbon notare per chiara intelligenza di quel che resta:

la *prima* è, che quel punto dei tre dadi, la cui composizione risulta da tre numeri eguali, non si può produrre, se non da una sola scoperta, ovvero tiro di dadi, e così il 3. non si può formare se non dalle tre facce dell’asso, ed il 6., quando si dovesse comporre con tre dui, non si farebbe se non da una sola scoperta.

*Seconda*: il punto, dai tre numeri, due dei quali sieno i medesimi, e i terzo diverso, si può produrre da tre scoperte, come v.g. il 4. che nasce dal 2 e dalli due assi, può farsi con tre cadute diverse, cioè quando il primo dado scopra 2. e il secondo e il terzo scuoprano asso; o scuoprendo il secondo dado 2., e il primo e il terzo asso; o scuoprendo il terzo 2., ed il primo e secondo asso. E così v.g. l’8. in quanto resulta da

3.3.2. può prodursi parimenti in tre modi; cioè scuoprendo il primo dado 2.e gli altri 3. per uno, o scuoprendo il secondo dado 2. ed il primo e terzo 3. o finalmente scuoprendo

il terzo dado 2. ed il primo e secondo 3.

*Terza*: quel numero di punti, che si compone di tre numeri differenti, può prodursi in

6. maniere, come per esempio, l’8. mentre si compone da 1.3.4. si può fare con 6. scoperte differenti; prima, quando il primo dado faccia 1. Il secondo3.e il terzo 4.; seconda, quando il primo dado faccia pur 1. ma il secondo 4.e il terzo 3.; terza, quando il secondo dado faccia 1. e il primo 3. e il terzo 4.; quarta, facendo il secondo pur 1. e il primo 4. e il terzo 3.; quinta, quando facendo il terzo dado 1., il primo faccia 3.e il secondo 4.; sesta, quando sopra l’1. del terzo dado, il primo farà 4. e il secondo 3.

Abbiamo dunque sin qui dichiarati questi tre fondamenti, primo, che le triplicità, cioè il numero delle scoperte dei tre dadi, che si compongono da tre numeri eguali, non si producono se non in un modo solo; secondo, che le triplicità che nascono da due numeri uguali, e dal terzo differente, si producono in tre maniere; terzo, che quelle che nascono da tre numeri tutti differenti, si formano in sei maniere.

Da questi fondamenti facilmente raccorremo in quanti modi, o vogliam dire, in quante scoperte differenti si possono formare tutti i numeri [o punti] dei tre dadi, il che per la seguente tavola facilmente si comprende, in fronte della quale sono notati i punti dei tir dal 10. in giù sino al 3. E sotto essi le triplicità differenti, dalle quali ciascuno di essi può resultare, accanto alle quali son posti i numeri, secondo i quali ciascuna triplicità si può diversificare, sotto i quali è finalmente raccolta la somma di tutti i modi possibili a produrre essi tiri, come per esempio:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *10* | (*m*) | *9* | (*m*) | *8* | (*m*) | *7* | (*m*) | *6* | (*m*) | *5* | (*m*) | *4* | (*m*) | *3* | (*m*) |
| 631 | (6) | 621 | (6) | 611 | (3) | 511 | (3) | 411 | (3) | 311 | (3) | 211 | (3) | 111 | (1) |
| 622 | (3) | 531 | (6) | 521 | (6) | 421 | (6) | 321 | (6) | 221 | (3) |  |  |  |  |
| 541 | (6) | 522 | (3) | 431 | (6) | 331 | (3) | 111 | (1) |  |  |  |  |  |  |
| 532 | (6) | 441 | (3) | 422 | (3) | 332 | (3) |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 442 | (3) | 432 | (6) | 332 | (3) |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 433 | (3) | 333 | (1) |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| (27) |  | (25) |  | (21) |  | (15) |  | (10) |  | (6) |  | (3) |  | (1) | (108) |

Nella prima casella abbiamo il punto 10. e sotto di esso 6. triplicità di numeri, con i quali egli si può comporre, che sono 6.3.1., 6.2.2., 5.4.1., 5.3.2., 4.4.2., 4.3.3. E perché la prima triplicità 6.3.1. è composta di tre numeri diversi, può (come sopra si è dichiarato) esser fatta da 6. scoperte di dadi differenti; però accanto ad essa triplicità

6.3.1. si nota 6. Ed essendo la seconda 6.2.2. composta di due numeri eguali, e di un altro diverso, non può prodursi se non in 3. differenti scoperte, però se gli nota accanto

3. La terza triplicità 5.4.1., composta di tre numeri diversi può farsi da 6.scoperte, onde si nota con il numero 6. e così dell’altre tutte. E finalmente a piè della colonnetta de’ numeri delle scoperte è raccolta la somma di tutte: dove si vede, come il punto 10. Può farsi da 27. scoperte di dadi differenti ma il punto 9. [come il punto 12.] da 25 solamente, e l’8. da 21., il 7. da 15., il 6. da 10., il 5. da 6., il 4. da 3. e finalmente il 3.da 1., le quali tutte sommate insieme ascendono al numero di 108. Ed essendo altrettante le scoperte dei sossopra, cioè dei punti 11. 12.13. 14. 15. 16. 17. 18. si raccoglie la somma di tutte le scoperte possibile a farsi colle facce dei tre dadi, che sono 216. E da questa tavola potrà ognuno ch’intenda il giuoco andar puntualissimamente misurando tutti i vantaggi per minimi che sieno delle zare, degl’incontri, e di qualunque altra particolar regola, che in esso giuoco si osserva.”

**Tabella di valutazione**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Es.** | **Risultati attesi** | **Elementi di valutazione** | **Punti** |
| **1** | **Le “triplette” di Galileo** | | **10** |
|  | Comprensione del testo.  Individuazione di tripletta.  Approccio frequentista alla probabilità. | Risoluzione completa | 10 |
| Risoluzione con impostazione corretta e motivata ma con numero di triplette incompleto ( mancanti al massimo, in totale, 4) | 5 |
| Risoluzione con risposta corretta ma non motivata | 1 |
| Risoluzione errata | 0 |