

Mathématiques Sans Frontières



Épreuve de découverte édition 2017

- ✓ Rendre une seule feuille-réponse par exercice.
- ✓ Toute trace de recherche sera prise en compte.
- ✓ Le soin, la qualité de la rédaction et la précision des raisonnements seront pris en compte.

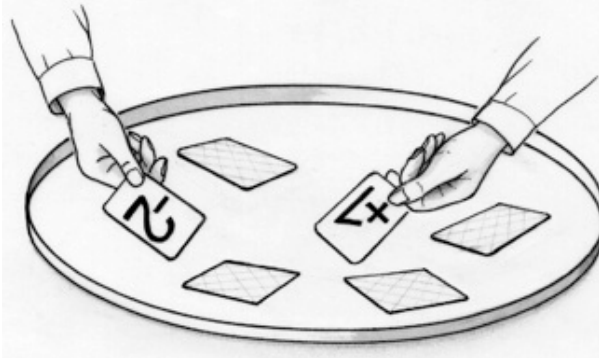
Exercice 1
7 points

Plus ou moins de moins ?

Solution à rédiger en allemand, anglais, espagnol ou italien en un minimum de 30 mots.

Peter hat auf den Tisch sechs Karten gelegt, die völlig gleich aussehen. Auf der anderen Seite trägt jede von ihnen jeweils eine der Zahlen +1, +2, +3, -1, -2, -3. Peter schlägt seinem Freund Paul das folgende Spiel vor: beide drehen gleichzeitig eine Karte um. Ist das Produkt der beiden Zahlen positiv, so ist Paul der Gewinner. Wenn das Produkt negativ ist, gewinnt Peter. Nach einigen Runden stellt Paul fest, dass Peter öfter gewinnt. Um seine Chancen zu erhöhen, schlägt er vor, eine der Karten mit einer negativen Zahl aus dem Spiel zu entfernen und mit fünf Karten weiterzuspielen.

Hat Paul recht? Begründe die Antwort.



Peter put six cards down on the table. All of them have an identical back and on the other side they respectively show +1, +2, +3, -1, -2, -3.

Then Peter suggests the following game to his friend Paul: they both simultaneously turn up one card. If the product of the two numbers is positive, Paul wins. If the product is negative, Peter is the winner.

After a few games, Paul notices that Peter wins more often. So, in order to increase his chances of success, he proposes that Peter should take away one card with a negative number and then start the game again with the five cards.

Is Paul right? Justify your answer.

Pedro ha colocado sobre la mesa seis cartas que presentan un verso idéntico. En el anverso de cada una de ellas figuran respectivamente los números +1, +2, +3, -1, -2, -3.

Pedro propone entonces a su amigo Pablo el siguiente juego: cada uno levante simultáneamente una carta; si el producto de los dos números que aparecen es positivo, Pablo gana; si el producto es negativo, Pedro es el ganador.

Tras algunas partidas, Pablo se da cuenta de que Pedro gana más a menudo que él. Así, para aumentar sus posibilidades, propone a Pedro que quite una carta que tenga un número negativo y que retome el juego con las cinco cartas restantes.

¿ Tiene Pablo razón? Justifique su respuesta.

numeri: +1, +2, +3, -1, -2, -3.

Pietro propone al suo amico Paolo questo gioco: ciascuno deve girare contemporaneamente una carta.

Se il prodotto dei due numeri che appaiono è positivo, allora è Paolo che vince, se il prodotto è negativo, sarà Pietro il vincitore.

Dopo qualche partita, Paolo si rende conto che Pietro vince più spesso di lui. A questo punto, per avere maggiore fortuna, propone a Pietro di togliere una carta che ha un numero negativo e di ricominciare il gioco con le cinque carte rimanenti.

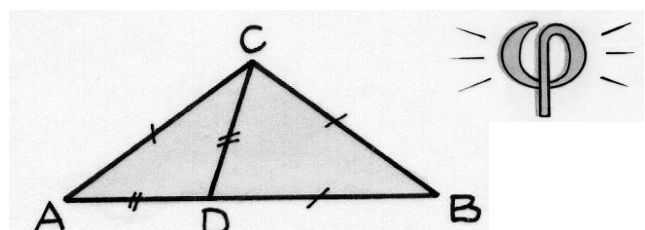
Paolo aveva ragione? Giustificate la risposta.

Exercice 2
5 points

D'or et d'argent

Les trois triangles ABC, BCD et ACD sont isocèles.

Calculer leurs angles.



Exercice 3
7 points

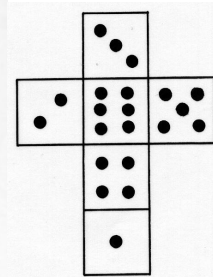
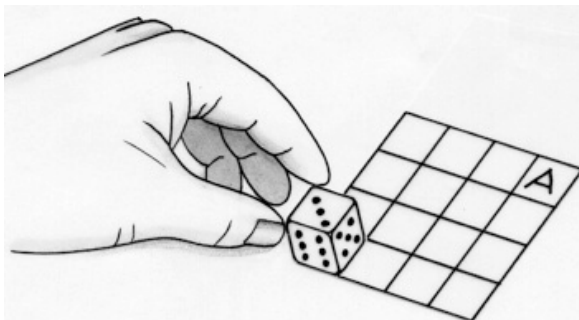
Dé roulé

La somme des nombres inscrits sur les faces opposées d'un dé est égale à 7.

Un dé à 6 faces est posé sur une grille 4x4 comme sur la figure ci-contre. La face du dé en contact avec la grille est le 4. Les cases de la grille ont les dimensions d'une face du dé.

Le dé bascule de case en case selon ses arêtes en six mouvements jusqu'à la case notée A. On obtient ainsi 20 chemins différents.

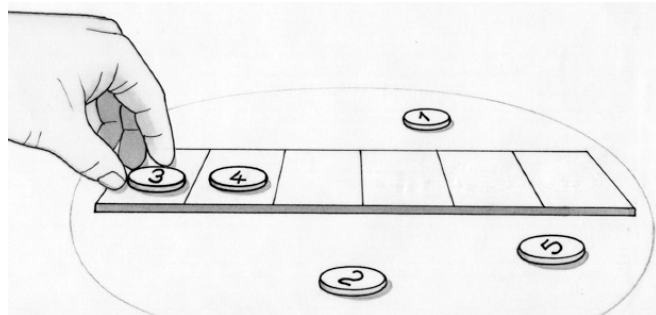
A chaque chemin correspond la somme des points des faces qui ont été en contact avec la grille.



Trouver un chemin qui donne la plus petite somme et un autre chemin qui donne la plus grande somme.

Exercice 4
5 points

Rappel à l'ordre



Sur une bande de six cases, on place cinq jetons portant un chiffre de 1 à 5, différent pour chaque jeton.

Le jeu consiste à déplacer les jetons pour les placer, de gauche à droite, dans l'ordre croissant en respectant les règles suivantes :

- à chaque déplacement, il ne peut y avoir qu'un jeton par case ;
- chaque jeton doit être manipulé une et une seule fois ;
- un jeton doit sauter par-dessus un ou plusieurs jetons ;
- à la fin du jeu, la case libre doit se trouver complètement à droite.

Au début du jeu, le jeton ③ est sur la première case à gauche, et le jeton ④ sur la deuxième. Donner les positions possibles des trois autres jetons au départ du jeu.

Exercice 5
7 points

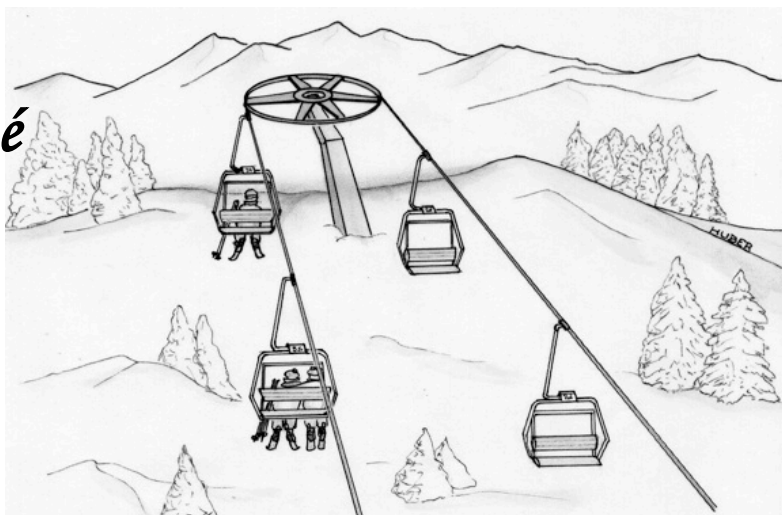
Chassé croisé

Pendant ses vacances à la neige, Oscar est assis sur le siège 110 d'un télésiège, il croise le 130.

Au même moment, sa sœur Eloïse qui est montée sur le siège 290, croise le siège 250.

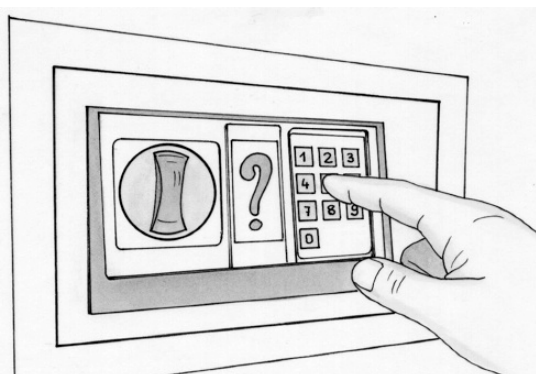
Les sièges régulièrement espacés sont accrochés dans l'ordre des numéros depuis le siège 1.

Déduire de leurs observations le nombre total de sièges. Justifier la réponse.



Exercice 6
5 points

Des chiffres et des lettres



Astrid a écrit 5 équations avec les lettres de son prénom pour retrouver, le cas échéant, le code à 6 chiffres de son coffre-fort.

$$\begin{aligned} A + S &= T \\ R + I &= A \\ A - S &= D \\ D \times D &= I \\ T : D &= I \end{aligned}$$

Chaque lettre de son prénom correspond à un chiffre de son code.

Les 6 chiffres de son code sont tous différents.

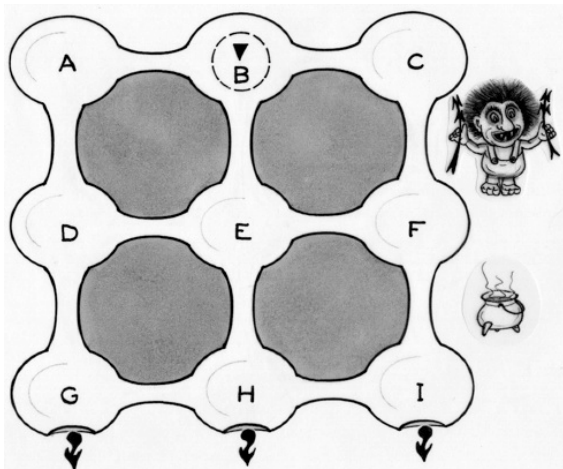
Les 6 chiffres de son code sont écrits dans le même ordre que les lettres de son prénom.

Trouver le code d'Astrid. Justifier.

Exercice 7 7 points

Trop d'trolls

Vous êtes tombé dans un dédale de salles où déambulent des trolls, créatures aussi repoussantes que dangereuses. Votre but : en sortir sans vous faire prendre !



Pour cela, vous disposez d'un plan des lieux, de 20 potions magiques et d'informations précieuses :

- il y a 9 salles contenant au total 72 trolls dont 11 dans la salle C ;
- la salle B, dans laquelle vous êtes tombé, est vide ;
- la somme des trolls présents dans trois salles alignées, y compris en diagonale, est toujours la même ;
- chaque potion magique permet d'immobiliser un seul troll ;
- on ne peut sortir d'une salle qu'en ayant immobilisé tous les trolls qui s'y trouvent. Les sorties du dédale se font par les salles G ou H ou I.

Quel chemin devrez-vous emprunter pour sortir de ce dédale ? Expliquer.

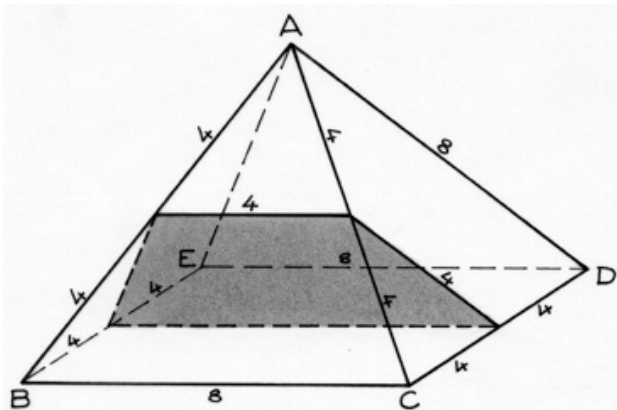
Exercice 9 7 points

Mise en pièces

Une pyramide de sommet A et de base carrée BCDE est coupée par un plan qui passe par le milieu des arêtes [CA], [CD], [BA], [BE].

On obtient deux solides : un hexaèdre et un pentaèdre.

Construire les patrons de ces deux solides.

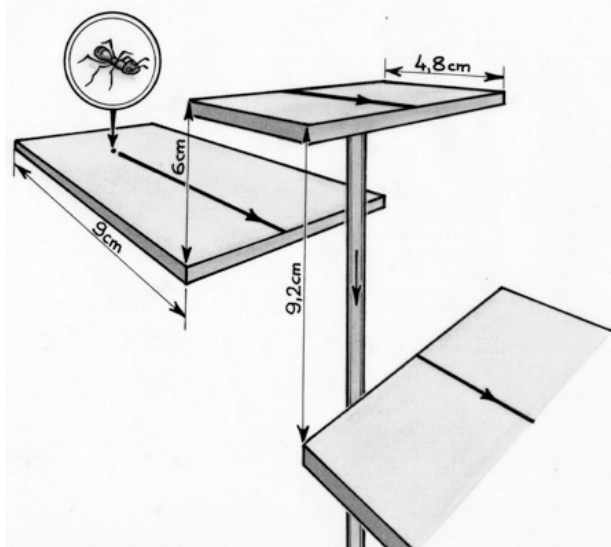


Exercice 8

5 points

Jeu de plateforme

Sur une piste, une fourmi se déplace suivant la ligne médiane à vitesse constante. La plate-forme descend à vitesse constante.



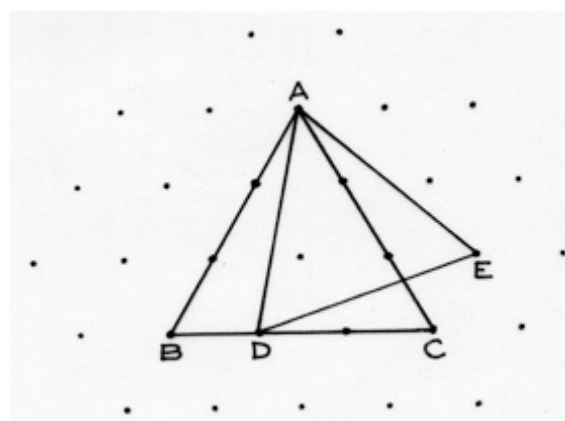
À l'instant où la fourmi est à 9 cm du bord du puits, la plate-forme surplombe de 6 cm la piste. La fourmi ne peut progresser que sur terrain plat. Elle ne peut pas franchir de marche.

Est-il possible que la fourmi franchisse le puits sans encombre ? Justifier.

Exercice 10

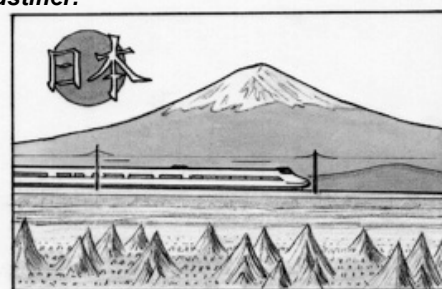
10 points

Rapport pointilleux



On a tracé les triangles équilatéraux ADE et ABC dans un maillage équilatéral.

Quel est le rapport des aires des triangles ADE et ABC ? Justifier.



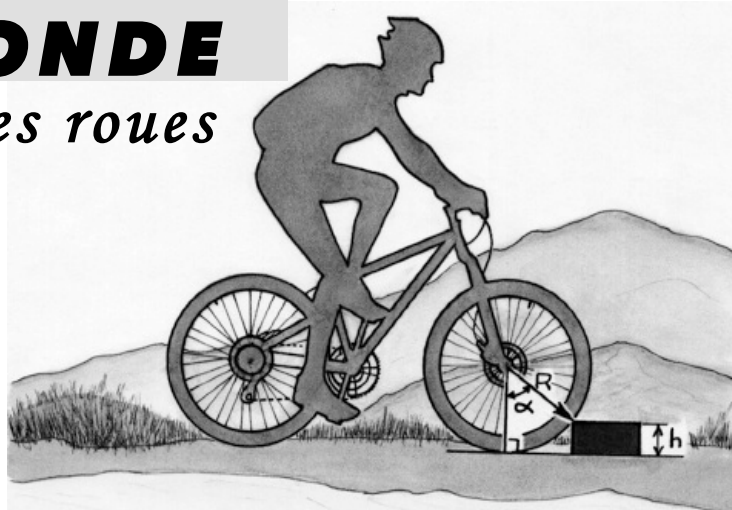
SPECIAL SECONDE

Exercice 11 5 points

Sans les petites roues

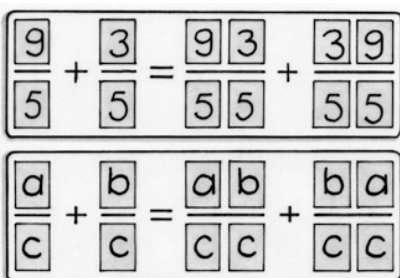
Jusqu'en 2012 le diamètre des roues des VTT adulte était de 26 pouces. Depuis 2015 tous les constructeurs de VTT ont abandonné ce diamètre. Les vélos sont maintenant équipés de roues à 27,5 pouces ou de roues à 29 pouces. Lorsque la roue de rayon R rencontre un obstacle de hauteur h , le cycliste a un effort à produire pour franchir cet obstacle. Plus l'angle α est petit, moins l'effort est important.

Pour une hauteur h de 8 pouces, calculer l'angle α avec les trois mesures de diamètre.



Exercice 12 7 points

Liberté – Égalité – Fractions



Voici un tableau qui présente deux égalités. La première, numérique est assez étonnante. Montrer qu'elle est vraie.

Dans la seconde, a , b et c désignent trois chiffres.

Montrer que cette égalité est vraie, quels que soient les chiffres a , b et c pourvu que c ne soit pas zéro.

Mathématiques
SANS
Frontières

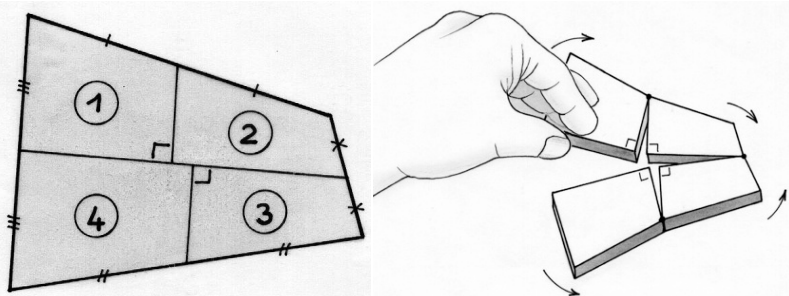
Exercice 13 pour les secondes GT 10 points

Formule aire

Comment calculer l'aire d'un quadrilatère convexe quelconque ?

La manipulation suivante permet de découvrir une formule :

« Tracer un quadrilatère convexe et placer les milieux des quatre côtés. Tracer en rouge le segment qui joint les milieux de deux côtés opposés. Tracer en vert le segment perpendiculaire au segment rouge qui passe par un autre milieu. Puis tracer en bleu le segment perpendiculaire au segment rouge qui passe par le 4^e milieu. Découper le quadrilatère en quatre morceaux selon les segments de couleur. Assembler ces morceaux pour obtenir un rectangle dont il sera facile de calculer l'aire. »



Prouver que la figure obtenue est un rectangle.

Coller le rectangle sur la feuille-réponse.

Dessiner un autre quadrilatère convexe quelconque. Après avoir précisé quels segments il faut mesurer dans ce quadrilatère, écrire la formule qui permet de calculer son aire.

Exercice 13 pour les secondes Pro 10 points

Ça refroidit

Un crime a eu lieu. Les indices relevés montrent que Mme Pilton a été assassinée au moment même où elle mettait son sachet de thé dans l'eau bouillante. Les experts MsF arrivent sur les lieux à 17h12. Ils prennent la température du thé : 30°C. Leur laboratoire a déterminé que si la température relevée est T , alors, à la minute

d'avant, elle était de : $\frac{107T - 141}{100}$.

À l'aide de ces renseignements, déterminer l'heure du crime.

On acceptera une solution réalisée à l'aide d'un tableur.

