

Mathematik Ohne Grenzen



Probewettbewerb 2016

Mathématiques
SANS
Frontières

- Für jede Aufgabe, auch für nicht bearbeitete, ist ein gesondertes Blatt mit der Bezeichnung von Schule und Klasse abzugeben.
- Auch fehlerhafte oder unvollständige Lösungen werden begutachtet.
- Die Sorgfalt der Darstellung wird mit bewertet.

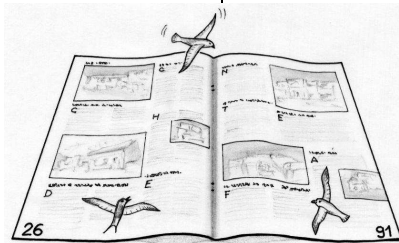
Aufgabe 1 7 Punkte

Fliegende Blätter

Verfasst den Lösungstext in einer der vier Fremdsprachen im Umfang von mindestens 30 Wörtern.

Les feuilles d'un magazine mal agrafé se sont détachées. Voici une feuille de ce magazine au bas de laquelle on reconnaît les numéros de pages 26 et 91. Sur chaque feuille, il y a quatre pages. La page de couverture et la dernière page au dos du magazine sont comptées comme la première et la dernière page.

Combien de feuilles étaient placées entre les pages 26 et 91 ?
Déterminer le nombre de pages de ce magazine.
Expliquer en un minimum de 30 mots.



The sheets of pages of a magazine were badly stapled together and have now come apart. Here is one complete sheet. You can see the page numbers 26 and 91 at the bottom of each page on the sheet. On every sheet of the magazine there are 4 pages. The cover page and the back page of the magazine are numbered as the first page and the last page.

How many sheets are there between pages 26 and 91?
Work out the total number of pages in the magazine. Explain your answer using a minimum of 30 words.

Las hojas de una revista mal grapada se han soltado.

Aquí tenemos una hoja de esa revista en cuyo pie podemos ver los números de las páginas 26 y 91. En cada hoja, hay 4 páginas. La página de la portada y la última página en el dorso de la revista se cuentan como la primera y la última página.

¿Cuántas hojas había entre las páginas 26 y 91?
Determina el número de páginas de esta revista.
Explícalo con un mínimo de 30 palabras.

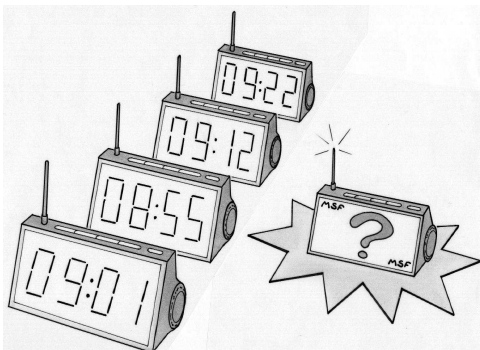
I fogli di una rivista rilegata male si sono staccati.

Ecco un foglio della rivista sui cui bordi si riconoscono i numeri delle pagine 26 e 91. Su ogni foglio ci sono 4 pagine. La pagina di copertina e l'ultima sul retro della rivista sono numerate come prima e ultima pagina.

Quanti fogli erano posti tra le pagine 26 e 91?
Determinate il numero di pagine della rivista e spiegate la vostra risposta con un minimo di 30 parole.

Aufgabe 2 5 Punkte

Bei Anruf Gewinn



Bei einem Telefongewinnspiel von Radio Mathe muss man, um zu gewinnen, zum richtigen Zeitpunkt anrufen und eine Frage richtig beantworten. Elias ist der glückliche Gewinner.

Vier Freunde von Elias haben ebenfalls am Gewinnspiel teilgenommen. Auch sie hatten die richtige Antwort, haben aber nicht zum richtigen Zeitpunkt angerufen:

Achmed hat um 9.01 Uhr angerufen, Ben um 8.55 Uhr, Charlotte um 9.12 Uhr und Dennis um 9.22 Uhr. Zwischen ihren Anrufen und dem von Elias lagen 3, 7, 14 und 20 Minuten.

Wann hat Elias angerufen? Begründet eure Antwort.

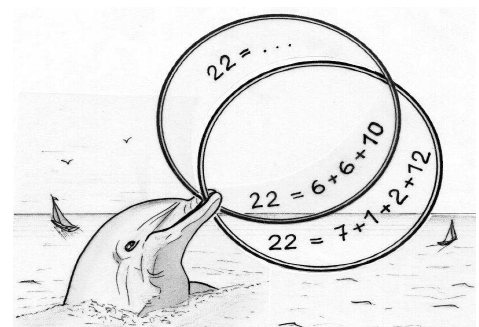
Aufgabe 3 7 Punkte

Es zählt das Produkt!

Die Zahl 22 lässt sich auf verschiedene Arten als Summe natürlicher Zahlen darstellen. Für jede dieser Darstellungen wird das Produkt der Summanden berechnet:

Beispiel : $22 = 7+1+2+12$ ergibt $7 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 12 = 168$
 $22 = 6+6+10$ ergibt $6 \cdot 6 \cdot 10 = 360$

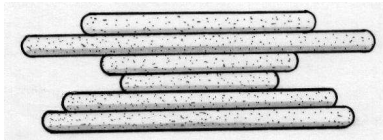
Für welche Darstellung ergibt sich das größte Produkt?



Aufgabe 4 5 Punkte

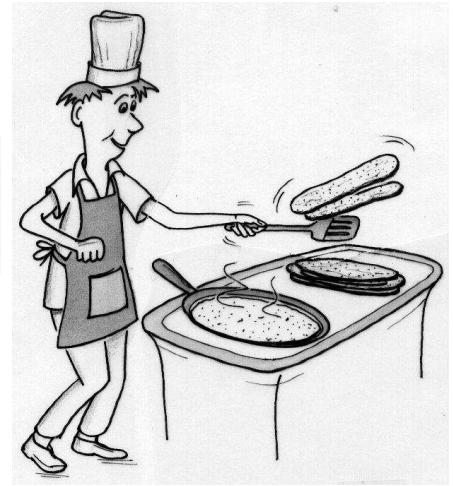
Fliegende Crêpes

William hat sechs Crêpes gebacken, alle mit unterschiedlichen Durchmessern. Er hat sie, wie nebenstehend abgebildet, nach und nach auf einer Platte gestapelt.



William beschließt, die Crêpes der Größe nach zu ordnen, den größten zuunterst. Dazu nimmt er einen Pfannenheber und wendet mehrmals hintereinander ausschließlich das folgende Verfahren an, das *Umdrehung* genannt wird: Er schiebt den Pfannenheber unter einen Crêpe und dreht dann den gesamten Crêpes-Stapel um, der auf dem Pfannenheber liegt.

Wie kann William die Crêpes mit möglichst wenigen Umdrehungen der Größe nach ordnen?



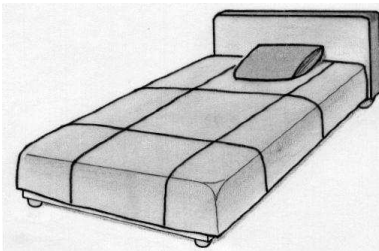
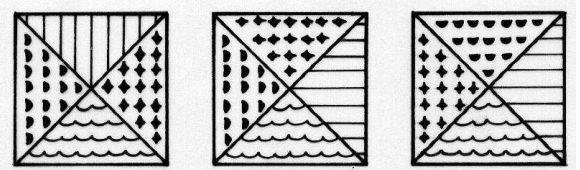
Aufgabe 5 7 Punkte

Patchwork-Decke

Claudia und Dominik nähen eine Patchwork-Decke aus neun gleich großen Quadraten. Sie verwenden dazu vier verschiedene Stoffe.

Claudia hat die drei Quadrate angefertigt, die nebenstehend abgebildet sind, jedes in doppelter Ausführung.

Jedes Quadrat enthält vier Dreiecke aus den vier unterschiedlichen Stoffen.



Dominik hat drei weitere Quadrate angefertigt, die auch aus vier Dreiecken der unterschiedlichen Stoffe bestehen. Seine Quadrate sind alle verschieden, und sie unterscheiden sich auch von Claudias Quadraten.

Zeichnet Dominiks Quadrate.

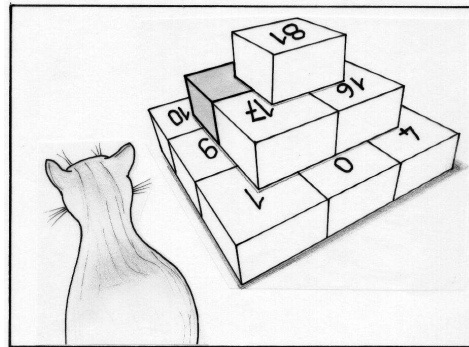
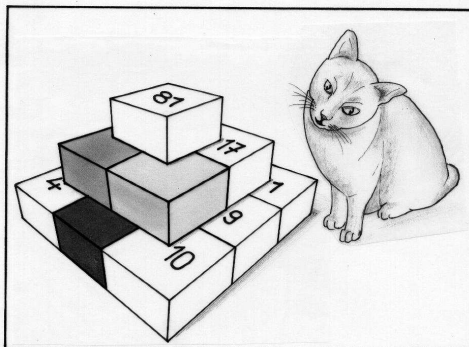
Claudia und Dominik nähen aus ihren neun Quadraten eine quadratische Decke. Dabei achten sie darauf, die Quadrate so zusammenzufügen, dass benachbarte Dreiecke verschiedener Quadrate aus demselben Stoff bestehen.

Zeichnet eine Decke, die diese Vorgaben erfüllt.

Aufgabe 6 5 Punkte

Stufenpyramide

Die Abbildungen zeigen zwei Ansichten derselben Stufenpyramide.

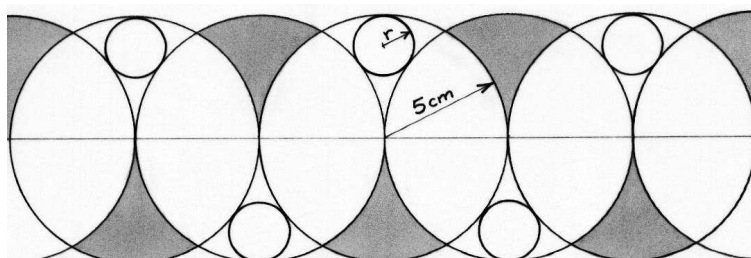


Die Zahl auf jedem Stein der zweiten und dritten Etage ist jeweils die Summe der Zahlen auf den vier darunter liegenden Steinen?

Welche Zahlen stehen auf den drei dunkel gefärbten Steinen?

Aufgabe 7 7 Punkte

Von großen und kleinen Kreisen



Tom verziert sein Heft. Auf einer Geraden zeichnet er Punkte im Abstand von 5 cm ein. Um jeden dieser Punkte zieht er einen Kreis vom Radius 5 cm. Schließlich zeichnet er kleine Kreise so ein, dass jeder kleine Kreis drei große Kreise berührt.

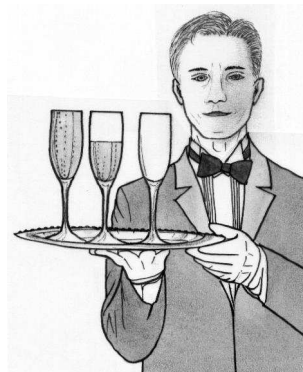
Berechnet den Radius der kleinen Kreise. Zeichnet das Muster, mit dem Tom sein Heft verziert, auf das Antwortblatt.

Aufgabe 8
5 Punkte

Auf dem Tablett

24 identische Gläser sollen so auf drei Tablettts verteilt werden, dass auf jedem Tablett acht Gläser stehen. Acht Gläser sind voll, acht sind halbvoll und acht sind leer.

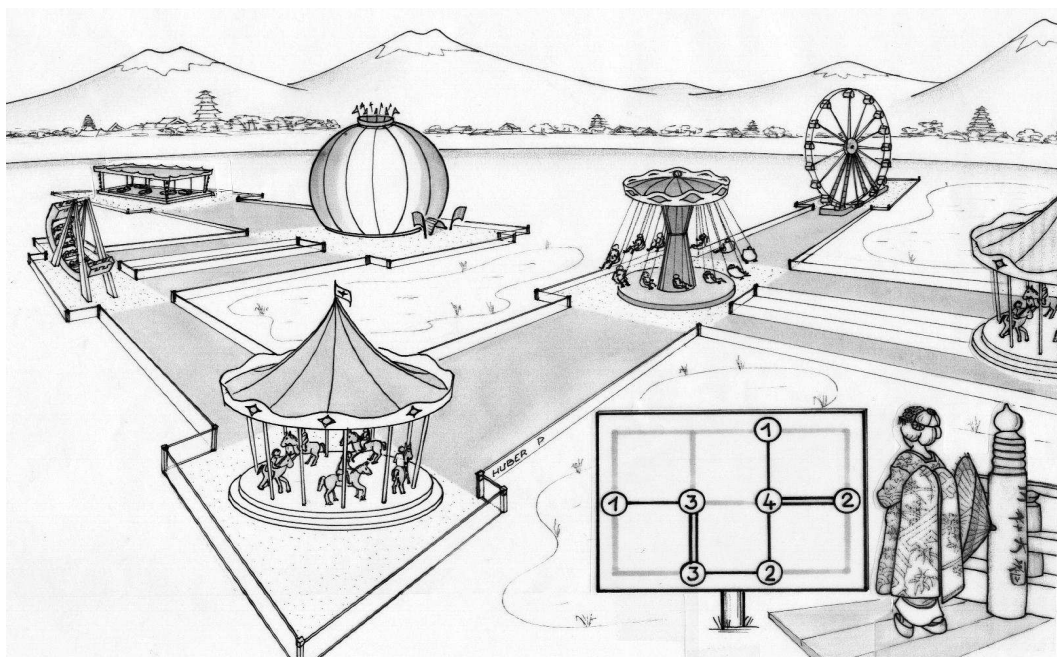
Gebt alle möglichen Verteilungen der Gläser auf die Tablettts an, wenn jedes Tablett gleich schwer beladen sein soll.



Aufgabe 9
7 Punkte

Hashiwokakero

Nicole besucht einen Freizeitpark, dessen Plan rechts unten in der Zeichnung abgebildet ist.



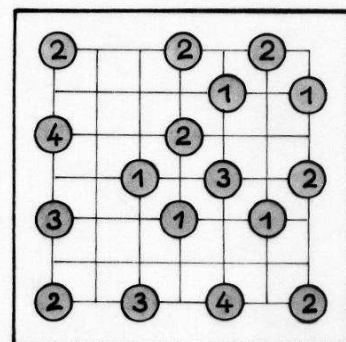
Der Park ist in quadratische Parzellen unterteilt. Auf dem Plan sind die Wege des Parks mit dunkel gezeichneten Strecken markiert. Die Kreise zeigen die Lage der Attraktionen an. Die Zahl in jedem Kreis gibt an, wie viele Wege zu der entsprechenden Attraktion führen.

Die Wege des Parks wurden nach folgenden Regeln angelegt:

- Die Wege sind gerade Strecken (ohne Knick), die den Linien des Gitters folgen.
- Jeder Weg verbindet zwei Attraktionen.
- Die Wege kreuzen sich nicht.
- Zwei Attraktionen sind entweder durch einen oder durch zwei Wege verbunden.
- Von jeder Attraktion aus ist jede andere Attraktion erreichbar, wenn man einen oder mehrere Wege nacheinander geht.

Nebenstehend ist der Plan eines anderen Freizeitparks abgebildet, für den dieselben Regeln gelten. Die Wege fehlen noch.

Übertrag den Plan des Parks auf das Antwortblatt und zeichne die Wege ein.



Aufgabe 10
10 Punkte

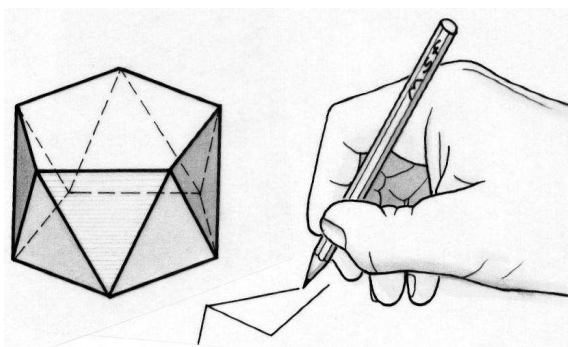
Antiprisma

Ein Antiprisma ist ein Körper, bei dem Grund- und Deckfläche zueinander kongruent und parallel, aber verdreht sind. Die Seitenflächen beim Antiprisma sind Dreiecke, deren Spitzen abwechselnd zur Grund- und zur Deckfläche weisen.

Die Abbildung zeigt ein Antiprisma mit fünfeckiger Grundfläche.

Zeichnet auf das Antwortblatt das Netz eines Antiprismas mit dreieckiger Grundfläche, dessen Seitenflächen gleichseitige Dreiecke der Seitenlänge 4 cm sind.

Baut ein Modell dieses Antiprismas und gebt es eurem Lehrer.
Berechnet das Volumen des Körpers.



Klassenstufe 10

Aufgabe 11

5 Punkte

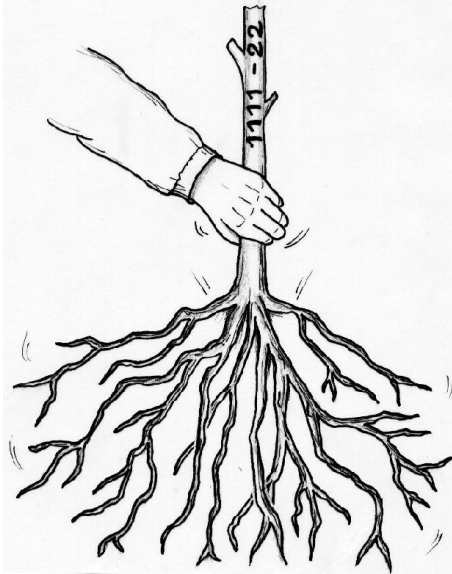
An der Wurzel

Berechnet $\sqrt{1\ 111-22}$ und $\sqrt{111\ 111-222}$.

Welches Ergebnis vermutet ihr für

$$\sqrt{111\ 111\ 111\ 111\ 111\ 111\ 111\ 111 - 222\ 222\ 222\ 222} \ ?$$

Beweist eure Vermutung.



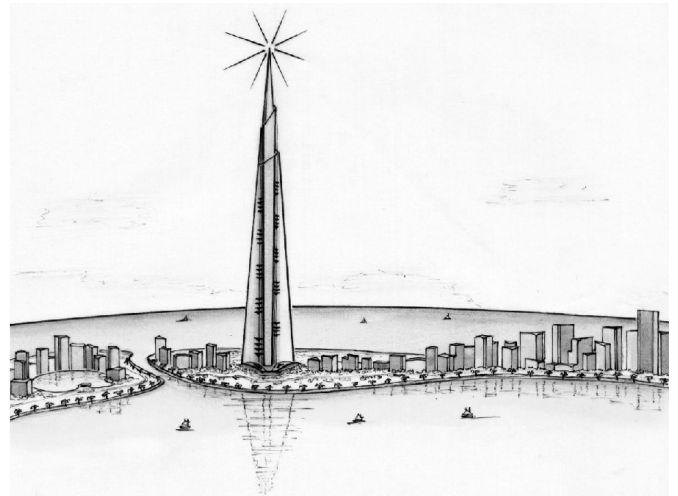
Aufgabe 12

Außer Sicht

Der Turm des Emir Abel ist 1000 m hoch. Seine Yacht liegt am Fuß des Turms vor Anker. Unter wolkenlosem Himmel holt er den Anker ein und nimmt Kurs nach Norden.

Wir sehen die Erde näherungsweise als Kugel vom Radius 6370 km an.

Welche Entfernung hat der Emir zurückgelegt, wenn er die Spitze seines Turms nicht mehr sehen kann? Begründet eure Antwort.



Aufgabe 13

10 Punkte

10 Punkte

Ehrliche Diebe

Eine Umfrage in einem Supermarkt soll klären, wie viele Kunden gelegentlich oder regelmäßig stehlen. Um zu gewährleisten, dass die Kunden wahrheitsgemäß antworten, wurde ein anonymer Fragebogen erstellt:



Wenn Sie im Januar, Februar, März oder April geboren sind, beantworten Sie bitte die Frage A; ansonsten beantworten Sie bitte die Frage B.

Frage A: Sie haben schon einmal in einem Supermarkt gestohlen.

WAHR oder FALSCH ?

Frage B: Sie haben noch nie in einem Supermarkt gestohlen.

WAHR oder FALSCH ?

Ihre Antwort: ☐ WAHR ☐ FALSCH

Man nimmt an, dass alle befragten Personen wahrheitsgemäß geantwortet haben und dass die Wahrscheinlichkeit, dass ein Kunde stiehlt, für jeden Geburtsmonat gleich groß ist.

Weiterhin wird angenommen, dass die Geburtsmonate der Kunden gleichmäßig über das Jahr verteilt sind.

Die Auszählung der Fragebögen ergab, dass 60% der befragten Personen WAHR geantwortet haben.

Wie hoch ist der Prozentsatz der Kunden, die schon einmal in einem Supermarkt gestohlen haben?