in Zusammenarbeit mit der Inspection Pédagogique Régionale und der IREM de Strasbourg

Mathematik Ohne Grenzen

Hauptwettbewerb am 25.2.2016

- **Für jede Aufgabe, auch für nicht bearbeitete, ist ein gesondertes Blatt mit der Bezeichnung von Schule und Klasse abzugeben.**
- **Auch fehlerhafte oder unvollständige Lösungen werden begutachtet.**
- **Die Sorgfalt der Darstellung wird mit bewertet.**

Mathématiques sans Frontières

Aufgabe 1
7 Punkte

Schokologisch

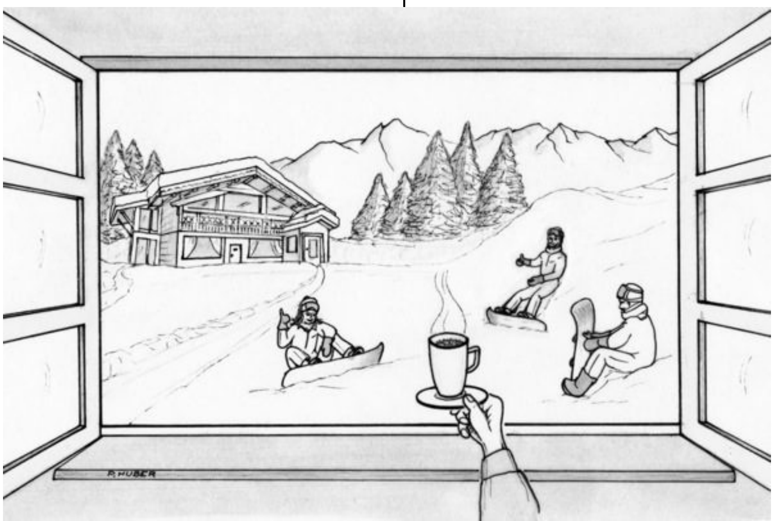
Verfasst den Lösungstext in einer der vier Fremdsprachen im Umfang von mindestens 30 Wörtern.

Anatole, Benjamin et Chloé rentrent d'une sortie de ski.
Leur maman leur demande :
« Est-ce que tout le monde veut un chocolat chaud ? »
Anatole répond « Je ne sais pas.»
Benjamin, à son tour, répond : « Je ne sais pas. »
Chloé a écouté ses frères et répond « Oui !»
La maman sert chacun.

Expliquer chaque réponse.

Anatole, Benjamin and Chloe have just come back home after skiing. Their mum asks them:
"Does everyone want hot chocolate?"
Anatole replies first and says: "I don't know."
Benjamin answers next and also says:
"I don't know."
Chloe has been listening to her brothers and she answers: "Yes!"
Their mother gives each of them a mug of hot chocolate.

Explain the three answers.



Anatole, Benjamin y Chloé vuelven de un día de esquí. Su madre les pregunta :
« *¿Todos quéreis chocolate caliente?* »
Anatole contesta « *No lo sé.* »
Benjamin, tras él, contesta : « *No lo sé.* »
Chloé , después de escuchar a sus hermanos, contesta « *¡Sí!* »
La madre les sirve a todos.

Explica cada respueta.

Dopo una uscita sugli sci Anatole, Benjamin e Chloé rientrano a casa.
La mamma chiede loro:
" Volete tutti una cioccolata calda?"
Anatole risponde " *non lo so* ."
Benjamin a sua volta risponde " *non lo so.* "
Chloé ha ascoltato i suoi fratelli e risponde " *si!* "
La mamma dà la cioccolata ad ognuno.

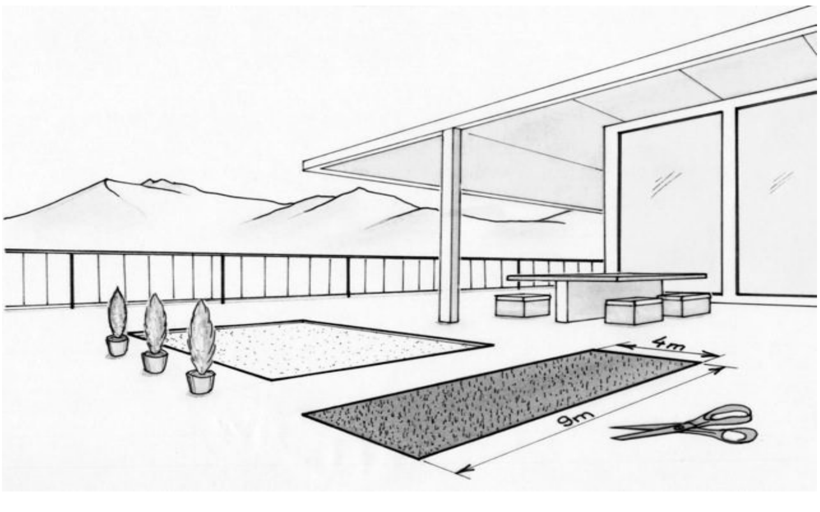
Motivate ogni risposta.

Aufgabe 2
5 Punkte

Quadratisch, praktisch, gut!

Floriane hat einen rechteckigen, 9 m langen und 4 m breiten Streifen eines Kunstrasens gekauft.
Sie möchte ihn so zerschneiden, dass sie aus den Teilen, die dabei entstehen, ein Quadrat legen kann.
Floriane will **so wenige Stücke wie möglich** schneiden, und es soll auch kein Abfall entstehen.

Fertigt eine Zeichnung an, um zu erklären, wie Floriane vorgeht.



Aufgabe 3 – 7 Punkte

Fußballturnier

Ein Animateur hat ein Fußballturnier zwischen 3 Campingplätzen organisiert.
Jeder Campingplatz hat eine Mannschaft aufgestellt.
Jede Mannschaft hat einmal gegen jede gegnerische Mannschaft gespielt.
Die nachfolgende Tabelle stellt die Ergebnisse der Spiele dar.
Einige Einträge fehlen noch.

Mannschaft	gewonnene Spiele	unentschiedene Spiele	verlorene Spiele	erzielte Tore	erhaltene Tore
Blaue Flotte			1	3	2
Seestern		1	1	0	
Pinienwald					1

Vervollständigt diese Tabelle auf eurem Antwortblatt.

Aufgabe 4 – 5 Punkte

Seite an Seite

D 5				A 6		A 1	
	B 1		B 6		C 5		C 2
		B 3		C 7		C 4	
	A 4				D 8		D 3

Sylvia spielt mit 32 verschiedenen Karten.
Auf jeder Karte steht eine natürliche Zahl von 1 bis 8 und ein Buchstabe (A, B, C oder D).
In diesem Spiel muss auf zwei Karten, die nebeneinander oder untereinander liegen, entweder der gleiche Buchstabe oder die gleiche Zahl stehen.

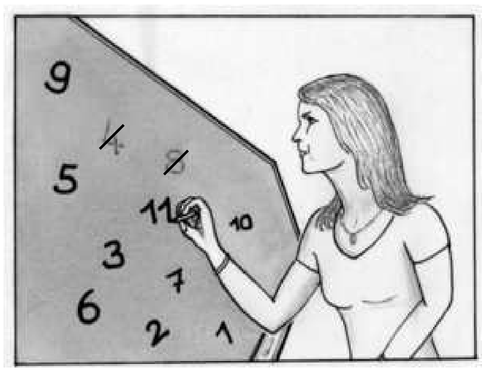
Sylvia hat bereits 13 Karten auf das Spielbrett gelegt.
Zeichnet das Spielbrett auf euer Antwortblatt und vervollständigt es.

Aufgabe 5 – 7 Punkte

Nur eine bleibt übrig!

Hier ist ein Rechenalgorithmus:

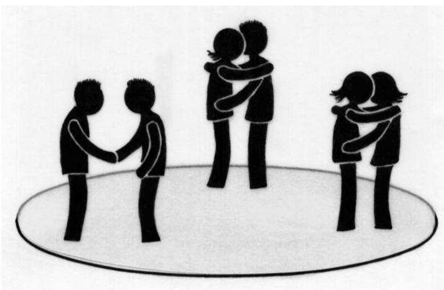
- Man wählt eine natürliche Zahl $n \geq 2$.
- Man schreibt alle natürlichen Zahlen von 1 bis n auf.
- Man streicht zwei beliebige Zahlen durch und ersetzt diese beiden Zahlen durch ihre um 1 verminderte Summe.
- Man wiederholt diese letzte Operation so lange, bis nur noch eine Zahl übrigbleibt.
- Diese Zahl ist das Ergebnis.



Berechnet anhand verschiedener Beispiele das Ergebnis für n = 10.
Was fällt euch auf? Erklärt, was ihr bemerkt habt.
Welche Zahl erhält man als Ergebnis, wenn n = 100 gewählt wird?

Aufgabe 6 – 5 Punkte

Guten Freunden gibt man ein Küsschen.



24 Schüler haben mit drei Begleitpersonen an einem Schüleraustausch teilgenommen.
Bei der Verabschiedung geben sich die Mädchen Küsschen und umarmen die Jungen. Die Jungen geben sich die Hand.
Die Begleitpersonen verabschieden sich untereinander auf die gleiche Art und Weise wie ihre Schüler, und natürlich geben alle Schüler den Begleitpersonen zum Abschied die Hand.
Insgesamt werden 118 Handschläge gezählt.

Wie viele Mädchen und wie viele weibliche Begleitpersonen haben an diesem Schüleraustausch teilgenommen? Begründet eure Antwort.

Aufgabe 7 — 7 Punkte

Aus der Ferne

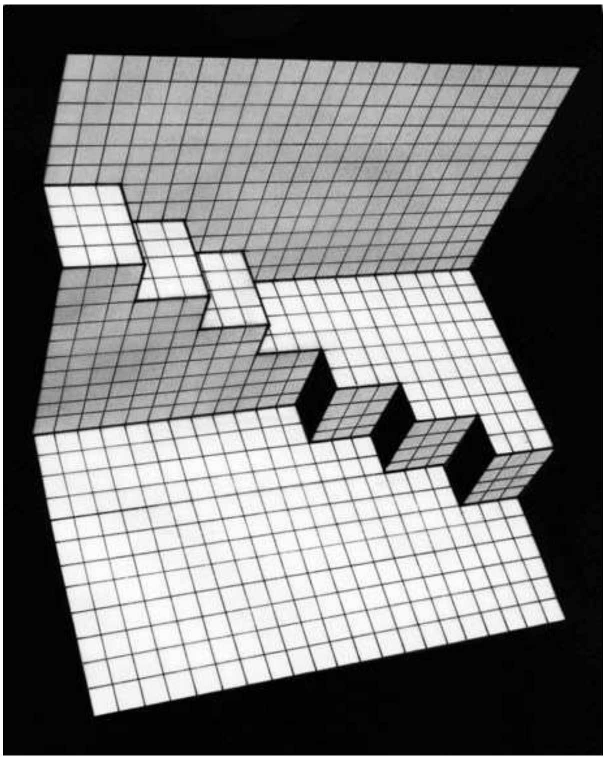
Zwei Geraden g und h schneiden sich rechtwinklig im Punkt O. Auf einer Halbgeraden, die einen der vier rechten Winkel halbiert, liegt der Punkt A, 5 cm von O entfernt.
B sei ein Punkt auf der Geraden g. Die Gerade durch A und B schneidet die Gerade h im Punkt C. M ist der Mittelpunkt der Strecke BC.

Wenn der Punkt B die Gerade g durchläuft, beschreibt der Punkt M eine Kurve. Zeichnet diese Kurve

Aufgabe 8 — 5 Punkte

Kirigami

In Japan ist Kirigami eine Kunstform, bei der aus Papier durch Einschneiden und Falten räumliche Objekte geschaffen werden.
Das abgebildete Kirigami-Objekt wurde auf diese Art aus nur einem Blatt Papier hergestellt. Die beiden ineinandergeschobenen Treppen entstehen, wenn man das Blatt faltet.



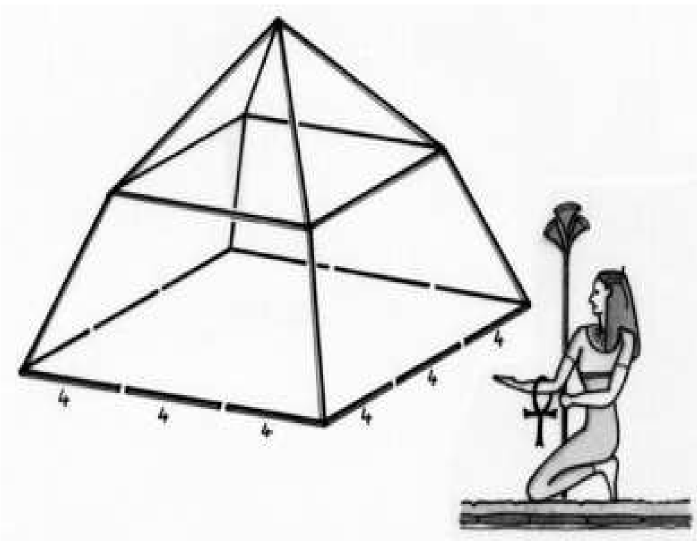
Stellt das abgebildete Kirigami-Objekt selbst her, indem ihr ein kariertes Blatt Papier einschneidet und so faltet, dass wie auf der Abbildung die beiden Treppen entstehen. Beachtet dabei auch die Maße (die Kästchen).
Klebt euer Kirigami-Objekt auf das Antwortblatt.

Aufgabe 9 — 7 Punkte

Pyramide gesucht!

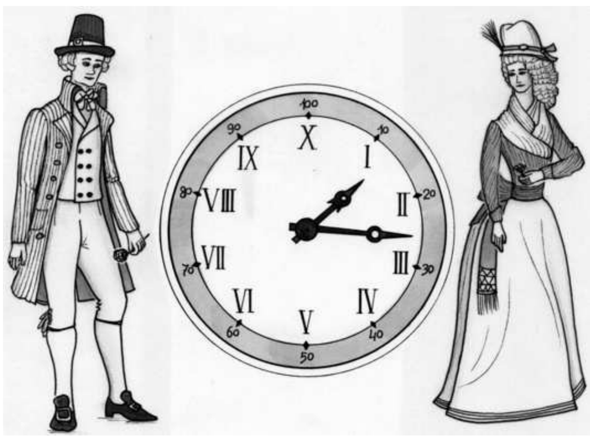
Hugo hat aus Stäben der Länge 4 cm und 8 cm den unten abgebildeten Körper gebaut. Für die quadratische Grundfläche hat er die 4 cm langen Stäbe verwendet, für alles andere die 8 cm langen.
Dieser Körper ist keine richtige Pyramide, weil die Stäbe an den Seitenkanten keine Gerade bilden, sondern mit einem Knick aufeinandertreffen.

Durch Hinzufügen von vier Stäben könnt ihr aus diesem Körper eine richtige Pyramide machen. Gebt eine Möglichkeit dafür an und begründet, warum es sich jetzt um eine richtige Pyramide handelt.
Berechnet auf mm genau die Höhe der Pyramide.



Aufgabe 10 — 10 Punkte

Zeit für Revolution!



Während der französischen Revolution wurde nicht nur die Gesellschaft revolutioniert, sondern auch das System der Maßeinheiten. Für alle Maße wurde das Dezimalsystem eingeführt. So entstand auch die Dezimalzeit: Der Tag (von Mitternacht bis Mitternacht) wurde in 10 Dezimalstunden unterteilt; jede Dezimalstunde bestand aus 100 Dezimalminuten, jede Dezimalminute aus 100 Dezimalsekunden.
Die neu entwickelten Dezimaluhren stellten einen ganzen Tag dar, von Mitternacht bis Mitternacht. Die Abbildung zeigt eine solche Dezimaluhr. Der kleine Stundenzeiger dreht sich in 10 Dezimalstunden um 360°, der große Minutenzeiger in 100 Dezimalminuten.

Zeichnet eine Dezimaluhr, die 12 Uhr mittags unserer Zeit anzeigt und eine, die 13.20 Uhr unserer Zeit anzeigt.
Begründet eure Antwort.

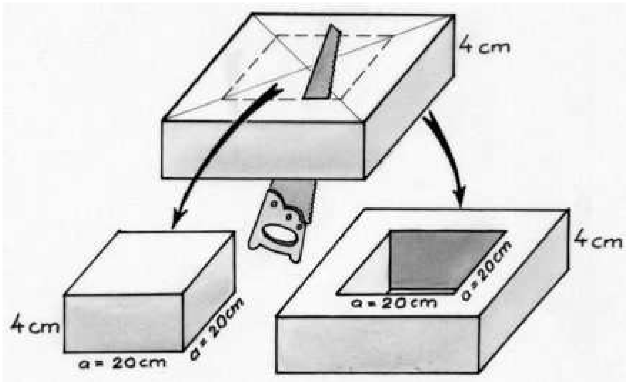
Anmerkung: Die Dezimalzeit konnte sich nicht durchsetzen und wurde 1795, zwei Jahre nach ihrer Einführung, wieder abgeschafft.

Klassenstufe 10

Aufgabe 11 5 Punkte

Zwei Körperteile

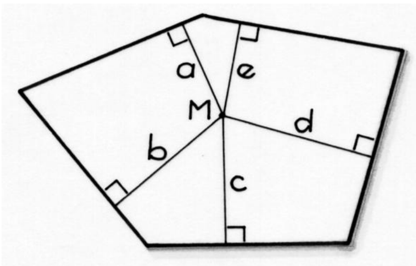
Vor Miriam liegt eine 4 cm dicke Styroporplatte in Form eines Quaders mit quadratischer Grundfläche.
Aus dieser Platte schneidet Miriam einen Quader mit einer quadratischen Grundfläche von 20 cm Seitenlänge heraus.
Miriam sagt zu Sofia: „Schau mal! Ich habe zwei Körper erhalten. Das Volumen des einen Körpers ist kleiner als das Volumen des anderen Körpers. Wenn ich einen Quader mit einer quadratischen Grundfläche von 19 cm Seitenlänge herausgeschnitten hätte, wäre das genau umgekehrt gewesen."



Für welche ganzzahlige(n) Seitenlänge(n) der quadratischen Grundfläche der Styroporplatte trifft Miriams Aussage zu? Begründet eure Antwort.

Aufgabe 12 7 Punkte

Fünfeckskonstante



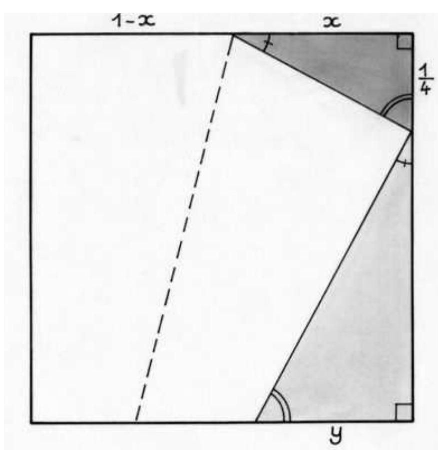
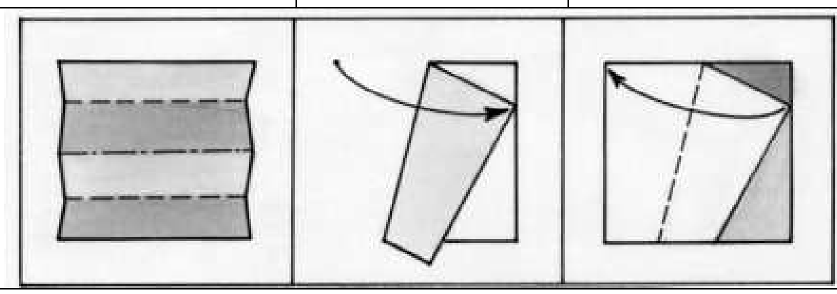
Jan hat mit einem dynamischen Geometrieprogramm ein Fünfeck konstruiert, bei dem alle Seiten gleich lang, die Winkel aber unterschiedlich groß sind. Ins Innere des Fünfecks hat er den Punkt M gesetzt und von M aus das Lot auf jede Seite des Fünfecks gefällt. Die Länge eines solchen Lots ist der Abstand von M zur entsprechenden Fünfeckseite. Jan schiebt den Punkt M im Inneren des Fünfecks hin und her, und es fällt ihm auf, dass sich die Summe der fünf Abstände dabei nicht verändert.

Beweist, dass die Summe der fünf Abstände von dem Punkt M zu den Seiten des Fünfecks immer gleich bleibt, unabhängig davon, wo im Inneren des Fünfecks sich der Punkt M befindet.
Tipp: Stellt eine Beziehung zwischen der Fläche des Fünfecks und der Summe der fünf Abstände her.

Aufgabe 13 10 Punkte

Brüche falten

Der Origami-Meister Kazuo Haga hat eine geniale Methode entdeckt, mit deren Hilfe man die Seite eines quadratischen Blattes durch Falten in gleich große Teile teilen kann. Um nach dieser Methode zum Beispiel 1/5 der Seite zu erhalten, geht man zunächst folgendermaßen vor:

1. Man faltet ein quadratisches Blatt Papier in vier gleich große Teile	*2. Man faltet die linke obere Ecke auf den Punkt, der 1/4 der Seite begrenzt..*	*3. Die beiden Dreiecke, die dabei entstehen, markiert man farbig und faltet das Blatt dann wieder auf.*	
			

Schneidet die beiden farbig markierten Dreiecke aus und legt sie so übereinander, dass eine Strahlensatzfigur entsteht. Klebt die Strahlensatzfigur auf das Antwortblatt. Berechnet zunächst x und dann y. Wie muss man das Blatt jetzt noch falten, um 1/5 der Seitenlänge zu erhalten?