

# Jeux et problèmes en classe de mathématiques

Rémy Jost , inspecteur général honoraire, France

## Seminario « Matematica senza Frontiere »

Monza, Italie, jeudi 20 novembre 2014

Quatre parties presque indépendantes :

- I. Les jeux et les compétitions de l'école au lycée
- II. Regard croisé sur l'éducation en Finlande et en Chine
- III. La résolution de problèmes
- IV. La réussite des élèves et de l'enseignement

## I. Les jeux et les compétitions de l'école au lycée

### Les Jeux à l'école

#### Quelques étapes historiques

- Au moyen âge : Charlemagne a encouragé la place des jeux à l'école pour motiver les élèves
- Ensuite et pratiquement jusqu'au début du 20<sup>ème</sup> siècle, les jeux ont été bannis à l'école ; en fait une sorte de veto implicite de la part de l'Eglise, les jeux de hasard peu théorisés étaient suspectés d'être « diaboliques » ;
- Au cours du 20<sup>ème</sup> siècle les théories pédagogiques de Montessori et de Freinet introduisent systématiquement le jeu en classe, dans les années 70 les compétitions mathématiques commencent à fleurir, c'est le début du printemps des jeux mathématiques !

#### Les atouts des jeux à l'école

- Ils participent au développement social et de la personnalité des élèves ;
- Ils font réfléchir les enseignants à leur pédagogie ;
- Ils plongent les élèves dans les mécanismes de la mémorisation, du raisonnement, des règles, des stratégies ;
- Ils excitent la curiosité, la motivation, l'envie de chercher des élèves et des professeurs ;

Un paradoxe : on apprend en jouant et c'est sérieux. « *Pour les petits enfants les jeux ne sont pas des jeux, c'est ce qu'il y a de plus sérieux au monde* » (Montaigne)

#### Quelques exemples de jeux à l'école

##### Chez les enfants de l'école maternelle

Le jeu de 7 familles permet de découvrir :

- les nombres jusqu'à 7 (si les familles sont numérotées de 1 à 7)

- particulièrement le nombre 6 (6 personnages dans chaque famille) (même si le nombre 6 n'est pas « dit », la famille n'est complète que lorsque ses 6 membres en sont réunis : on travaille réellement sur le cardinal, et donc sur la notion de nombre)
- la notion de classement (par familles)
- la représentation en tableau cartésien (6x7)
- les compléments (j'ai 4 membres de la famille, combien m'en manque-t-il ?)
- les comparaisons (j'ai 3 familles, tu en as 4...)

Un jeu de cartes pour jouer à la « bataille » aide :

- les élèves à effectuer les comparaisons les valeurs des cartes ;
- le maître à observer et analyser les méthodes utilisées par chacun des enfants, par sa médiation à faire comprendre le lien entre ces méthodes (recours aux constellations/ utilisation de l'écriture chiffrée présente aux coins de la carte/ appréhension directe et immédiate de la différence des quantités..). Le maître peut reprendre ensuite dégager avec la classe entière un premier niveau d'abstraction. D'une situation concrète ludique, il amène les enfants à une certaine mathématisation.

### **De l'école primaire au collège, entre autres le calcul mental**

L'école ne comporte pas que des activités ludiques, mais l'enseignant peut très souvent utiliser le jeu ou des petits concours pour engager l'élève dans un processus dynamique d'apprentissage motivant. *Le calcul mental* entre ainsi dans cette catégorie à condition que chaque élève soit valorisé par ses réussites progressives. Ainsi il entre dans le jeu... et simultanément il apprend.

### **De l'école primaire au lycée des compétitions par équipes ou des concours individuels,**

**Par exemple en individuel ou en équipes des exercices de Mathématiques sans frontières**

#### **Exemple1 : MSF JUNIOR 2014**

##### **Buffle rusé**

Depuis son hélicoptère, le gendarme Cruchon observe un embouteillage sur l'autoroute. Il estime à 1 km la longueur du bouchon. "Cruchon, ici la base, combien de véhicules dans ce bouchon selon vous ?"

**Quel nombre indiquerais-tu si tu étais le gendarme ? Explique ton raisonnement.**

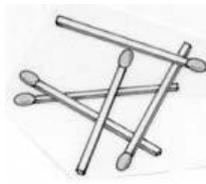


*Principaux éléments mathématiques* : estimation, moyenne, conversions, longueurs, dénombrement, calcul.

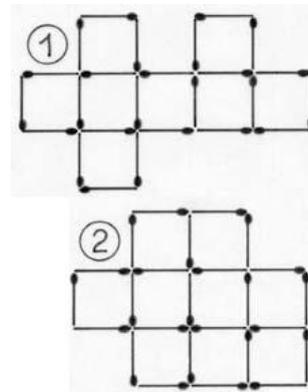
*Capacités* : raisonner logiquement, pratiquer la déduction, communiquer à l'écrit en utilisant un langage mathématique adapté, effectuer à la main des calculs simples, additionner, multiplier, diviser, effectuer mentalement des calculs simples, déterminer un ordre de grandeur, savoir passer d'un mode d'expression à un autre, contrôler la vraisemblance d'un résultat.

*Ce que l'élève doit faire* : estime le nombre de véhicules pris dans un bouchon d'1 km, déduit, raisonne logiquement, calcule, traduit des données, modélise, apprend à chercher à *plusieurs*, à débattre, à expliquer, à rédiger...

### Exemple2 : MSF 2010 **CARRÉS d'ALLUMETTES**



En posant 25 allumettes à plat sur une table, on peut construire 8 carrés de côté unitaire si on les dispose comme sur la figure 1 : et 9 carrés de côté unitaire si on les dispose comme sur la figure 2 :



**Construire le plus grand nombre possible de carrés unitaires avec 100 allumettes. Présenter un dessin de la solution trouvée.**

*Capacités* : utiliser un schéma, chercher la meilleure solution.

*Ce que l'élève doit faire* : Manipulation, dénombrement, optimisation, débattre avec ses camarades

*Prolongement possible* : On peut poser le problème pour 1000 allumettes. Il devient alors bien plus difficile et nécessite un traitement algébrique.

## Créer des problèmes de compétition

### Qu'est ce qu'un bon problème de compétition ?

- Créé de la surprise, de l'étonnement, de l'envie de chercher ;
- Ouvert, peu guidé ;
- Énoncé facile à lire, à comprendre, contexte amusant ;
- Question claire ;
- Différent d'un exercice d'application du cours ;
- Si possible avec plusieurs méthodes de résolution ;
- Testé plusieurs fois, travail en équipe de concepteurs, relecture par une personne extérieure, voire avec un test avec élèves.

### Les problèmes de compétitions en équipes d'élèves

Les problèmes de compétition ne sont pas proposés pour appliquer directement du cours, mais exigent tout de même des connaissances. Il y a une réelle rupture avec la règle en classe où le professeur propose des situations mathématiques en lien avec le cours

### Quelques objectifs :

- Procurer du plaisir à chercher et à trouver ensemble ;

- Traduire une situation problème en un problème mathématique pour la résoudre et conclure ;
- Changer une certaine image des mathématiques ;
- Contribuer à un développement social et personnel de l'élève par la confrontation d'idées, le débat, la prise de risque et de décision.

#### Les conditions et les intérêts :

- **Pour les élèves** la compétition est acceptée par l'équipe d'élèves pour élaborer des stratégies de recherche, des débats pour chercher, pour conclure...

**Pour le professeur**, la compétition en classe ne peut lui être imposée, car en tant qu'entraîneur, il doit apprendre à faire face à des situations et des questions imprévues, à faciliter les travaux d'équipes, à se taire, à expliquer autrement. En tant que régulateur et expert, le jour même ou un autre jour, il fait le point sur ce qui a été mis en œuvre, ce qui a été appris, sur ce qui doit être retenu..., car il connaît les objectifs à atteindre.

## II. Regard croisé sur l'éducation en Finlande et en Chine

### Finlande

- Valeurs développées à l'école : solidarité, civisme, travail, responsabilité
- Le redoublement n'existe pas ;
- L'élève n'a pas peur de se tromper ; s'il rate son devoir, il peut recommencer ;
- **En mathématiques** : Les élèves préparent les cours à la maison ; les exercices sont dans la lignée de PISA; le travail en équipe en classe est encouragé ; voir quelques exercices en annexe pages 10 à 11
- Les professeurs gardent leurs élèves au moins trois années consécutives ;
- Les professeurs se forment régulièrement dans leur établissement ; ils apprennent aussi à inventer des jeux.

### Chine

- Valeurs développées à l'école : solidarité, civisme, obéissance, travail, mémorisation ;
- Les élèves chantent chaque matin un chant patriotique, saluent leur professeur, nettoient la salle de classe ; relaxation et gymnastique
- Effectif des classes de 40 à 50 élèves ;
- Trois disciplines obligatoires : chinois, mathématiques, anglais ;
- Redoublement très rare, suivi important des élèves, l'enseignant responsable de la réussite ;
- Les écoles classées par les résultats des élèves aux tests et des professeurs aux concours de pédagogie ;
- Les professeurs se forment régulièrement dans leur établissement ;
- **En mathématiques** : chaque jour des devoirs sur cahier, corrigés dans les cahiers par le professeur; leçon du lendemain à préparer à la maison à partir du livre ; chaque jour une

séquence de 10 minutes avec un travail d'équipe sur un problème nouveau, sauf la dernière année d'examen... Voir quelques exercices ou activités en annexe pages 12 à 13.

### **III. La résolution de problèmes**

#### **Selon de grands mathématiciens et des didacticiens actuels**

**Selon Henri Poincaré (1854-1912) et Jacques Hadamard (1865-1963), chercheurs et philosophes, quatre étapes dans la résolution**

- Préparation,
- Incubation,
- Illumination,
- Vérification

**Selon Georges Polya (1887-1985), chercheur et pédagogue, en mathématiques quatre étapes dans la résolution**

- Compréhension du problème
- Conception d'un plan
- Mise à exécution du plan
- Examen de la solution

**Selon Terence Tao, médaille Fields 2006,**

Dispositions d'esprit : de l'appréhension, mais un mental fort avec du courage, sceptique sur son travail, mais enthousiaste, plaisir et confiance en soi. De façon conjointe utiliser les méthodes mémorisées et développer la résolution de problèmes

Il insiste sur des phases essentielles dans la résolution : réflexion, essais, reformulation, conjectures, raisonnement. Éventuellement recommencer plusieurs fois avant d'arriver au résultat.

#### **Selon les didacticiens actuels**

La résolution de problèmes nécessite la mise en œuvre des quatre compétences suivantes :

- rechercher, extraire et organiser l'information utile ;
- choisir et exécuter une méthode de résolution, par exemple calculer, mesurer, .. ;
- raisonner, argumenter, pratiquer une démarche expérimentale, valider un résultat ;
- Présenter la démarche suivie, les résultats obtenus, communiquer.

**Les apports récents de la didactique** (voir les références des didacticiens cités en annexe page 9)

Pendant plus de 30 ans on a préconisé l'enseignement des mathématiques par le problème. Il était conseillé d'enseigner les mathématiques en grande partie par la résolution de problèmes et de presque tout faire découvrir par les élèves. C'était aussi le cas de l'enseignement dans d'autres disciplines.

Alain Mercier parle du « mot d'ordre : enseigner par le problème » et se demande s'il ne s'agit pas

« d' une utopie, parce que les conditions techniques de sa mise en œuvre efficace ne sont pas réalisées. » Il parle « d'une demande qui ne peut pas aboutir à l'invention d'une technique efficace, une demande appelant un état que l'autorité peut toujours opposer aux réalisations maladroites des professeurs et qui fonctionne donc comme un discours moral inquisitoire. »<sup>1</sup>

Jean Julo s'est lui posé la question de l'efficacité d'un enseignement par résolution de problèmes en traitant de l'amélioration des schémas de problèmes. Dès 2002, il suggérait de « miser sur des apprentissages spécifiques, basés sur une catégorisation et sur l'explication des différences structurales entre des problèmes qui se ressemblent »<sup>2</sup>.

Selon Bernard Sarrazy<sup>3</sup>, , utiliser des problèmes pour faire construire une notion mathématique par les élèves s'est révélé moins performant qu'un enseignement plus traditionnel, entre autres à cause

- d'une forte variabilité liée aux compétences pédagogiques des enseignants dans l'organisation et la gestion des situations ;
- de la complexité des problèmes proposés ;
- de l'institutionnalisation différée dans la leçon.

## **Les automatismes et la résolution de problèmes**

L'activité mathématique est basée sur la résolution de problèmes. Mais pour résoudre des problèmes, pour raisonner, pour penser des stratégies et les mettre en œuvre avec réussite, les élèves doivent pouvoir s'appuyer sur des connaissances solides mémorisées et des automatismes.

Ce n'est qu'en s'appuyant sur un corpus de connaissances et de savoir faire solidement maîtrisés qu'on peut progresser.

Et c'est à ces conditions que la classe de mathématiques devient un lieu de créativité et de formation de la pensée..

### **Qu'entend-t-on par automatismes en mathématiques ?**

Ce sont des capacités maîtrisées, de méthodes bien mémorisées, des techniques et des raisonnements élémentaires, rencontrés par l'élève dans sa formation, et mises en œuvre lors de la résolution de nombreux problèmes Ce ne sont ni des « recettes », ni des astuces à « sortir du chapeau » au bon moment !

---

<sup>1</sup> Une question curriculaire de l'enseignement élémentaire des mathématiques : la « résolution de problèmes » in Actes du Séminaire national, l'enseignement des mathématiques à l'école primaire, Eduscol, 2007, [http://eduscol.education.fr/D0217/actes\\_maths\\_primaire.pdf](http://eduscol.education.fr/D0217/actes_maths_primaire.pdf)

<sup>2</sup> Julo Jean, Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes, Grand N, n°69, p.31 à 52, 2002

<sup>3</sup> De quelques effets de contrats et du rôle des situations didactiques dans la résolution des problèmes d'arithmétique au cycle 3 in Actes du Séminaire national, l'enseignement des mathématiques à l'école primaire, Eduscol, 2007, [http://eduscol.education.fr/D0217/actes\\_maths\\_primaire.pdf](http://eduscol.education.fr/D0217/actes_maths_primaire.pdf)

Ils s'acquièrent dans la durée sous la conduite du professeur. Ils se développent en mémorisant et en automatisant progressivement certaines procédures, certains raisonnements élémentaires qui ont valeur de méthodes.

Ils doivent être entretenus et mémorisés afin d'être sélectionnés en situation de recherche. Par leur disponibilité et leur mobilisation immédiate en mémoire de travail, les automatismes facilitent la prise d'initiative lors des raisonnements plus complexes et des résolutions de problèmes.

Les élèves sont davantage sécurisés pour explorer des voies de résolution, ils osent plus facilement essayer des pistes sans être freinés par des soucis de les retrouver. Leur capacité d'autonomie est en est accrue.

### **Des exemples d'automatismes**

#### *En calcul*

- la maîtrise du sens des quatre opérations. Exemple : choisir la bonne opération dans un calcul.
- la connaissance de procédures de calcul mental rapides et efficaces. Exemple pour calculer  $210 \times 5$ .
- les pourcentages et proportions : disposer d'une opération immédiate pour appliquer un pourcentage ou calculer une fraction d'une quantité. Exemples : « 80% de... » c'est aussi multiplier par 0,8.. ou c'est  $1/5$  de moins... ou c'est les  $8/10$  de... ; « les  $3/4$  de... » c'est aussi ... ;

#### *En géométrie,*

- une bonne mémorisation des propriétés géométriques de quelques figures de base (carré, rectangle, triangle isocèle...)
- une bonne habileté dans leur construction, à main levée, avec des instruments de dessin, des logiciels de construction dynamique sont nécessaires :
- par exemple pour le rectangle : avoir en mémoire, et immédiatement disponibles, une caractérisation par les diagonales, une caractérisation par les angles droits, le calcul de son aire, de son périmètre ; ... ;

## **IV. Réussite des élèves et de l'enseignement**

### **De l'école primaire au lycée « Ce qui n'est pas enseigné, en mathématiques, n'est pas appris »,**

Cette proposition ne concerne pas que les mathématiques ; pour les enfants des milieux défavorisés qui ne peuvent compter que sur l'école ou pour ceux qui rencontrent des difficultés dans leurs apprentissages, elle peut concerner tous les domaines.

En tous cas, pour les mathématiques, la construction des savoirs se fait sous la direction du maître, par le choix d'activités pertinentes et de longs temps consacrés au processus d'apprentissage et au réinvestissement. Pour cela les maîtres doivent avoir une maîtrise parfaite des connaissances et des compétences qu'ils doivent faire acquérir aux élèves.

Si cette vision de l'enseignement des mathématiques n'est plus vraiment discutée concernant le calcul, en revanche pour la résolution de problèmes elle est encore inégalement partagée : le regroupement d'élèves autour de grands « problèmes pour chercher » est un dispositif pédagogique qui a pu être promu sans que soit suffisamment mise en avant la nécessité d'enseigner des connaissances, des méthodes et des raisonnements élémentaires, de mémoriser des résultats utiles.

## Quelques principes ou conditions de réussite

### Pour l'élève en mathématiques

- L'élève doit pouvoir s'appuyer sur des connaissances solides et des automatismes efficaces pour résoudre des problèmes.
- Le professeur qui fait toujours tout « découvrir » à ses élèves s'adresse en fait aux meilleurs de ses élèves, à ceux qui ont le moins besoin de lui pour réussir.

### Pour l'enseignement des mathématiques

- La qualité de l'enseignement des mathématiques repose davantage sur la capacité de proposer des situations de travail aux élèves, motivantes, progressives. Elle prend appui sur l'inventivité de l'enseignant, sur sa capacité à varier et adapter les méthodes d'apprentissage.
- Le calcul mental en particulier doit faire l'objet d'un enseignement régulier, être entretenu et approfondi tout au long de la scolarité. L'étude des performances d'une cohorte d'élèves menée par l'Institut de Recherche sur l'Education montre que certaines compétences développées à l'école primaire sont fortement prédictives de la réussite scolaire au collège: Il s'agit surtout de la structuration du temps et du calcul mental
- L'observation des erreurs commises par les élèves en situation est un acte essentiel pour l'enseignant de mathématiques. En comprenant l'erreur commise par l'élève, le professeur peut éviter l'installation de démarches erronées. Il peut aussi l'amener à se corriger lui-même en lui faisant préciser son raisonnement.
- Face à de grosses lacunes ou à des difficultés majeures en mathématiques, c'est de préférence le professeur de la classe qui prend en charge l'élève, tout d'abord dans la classe, et s'il le juge nécessaire hors de la classe lors de temps d'enseignement supplémentaires. Voir la Finlande

## En conclusion

Tout professeur est responsable de la réussite de chacun de ses élèves.

Quelques points forts :

**« Participer à des compétitions mathématiques permet d'apprendre autrement »**

**« La résolution de problèmes et la maîtrise des automatismes sont complémentaires dans la formation mathématiques de l'élève »**

**« Ce qui n'est pas enseigné n'est pas appris ! »**

Rémy Jost ([jostremy@gmail.com](mailto:jostremy@gmail.com))

## **Didacticiens cités**

### **JEAN JULO**

Maître de Conférences UFR de Mathématiques /IREM de Rennes  
Université Rennes 1

### **Alain MERCIER**

Professeur en Education, didactique des mathématiques, didactique comparée IFE  
Ecole Normale Supérieure Lyon

### **Bernard SARRAZY**

Professeur des universités Département des sciences de l'éducation  
Faculté des Sciences de l'Homme Université Bordeaux Segalen

**FINLANDE Extrait d'un test pour des élèves de sixième (élèves de 11-12 ans)**

5. Piirrä aurinkotuoli suurennettuna mittakaavassa 2:1.



/ 1p

6. Kartan mittakaava on 1:10 000.

a) Kuinka monta metriä on todellisuudessa matka, joka kartalla on 1 cm? \_\_\_\_\_

b) Kuinka pitkä on todellisuudessa lampi, jonka pituus kartalla on 7,2 cm? \_\_\_\_\_

c) Kuinka pitkä on kartalla polku, jonka pituus todellisuudessa on 340 m? \_\_\_\_\_

/ 3p

7. Muunna annetuksi yksiköksi.

a) 5,4 m = \_\_\_\_\_ cm

30 cm = \_\_\_\_\_ dm

b) 2 000 cm<sup>3</sup> = \_\_\_\_\_ dm<sup>3</sup>

0,3 m<sup>3</sup> = \_\_\_\_\_ dm<sup>3</sup>

c) 2 km<sup>2</sup> = \_\_\_\_\_ ha

850 mm<sup>2</sup> = \_\_\_\_\_ cm<sup>2</sup>

d) 12 l = \_\_\_\_\_ dm<sup>3</sup>

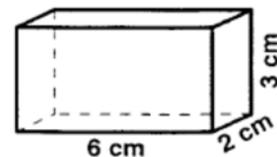
5 m<sup>3</sup> = \_\_\_\_\_ l

/ 4p

8. Laske laatikon

a) pohjan pinta-ala \_\_\_\_\_

b) tilavuus. \_\_\_\_\_



/ 2p

Traduction :

5. Dessine le fauteuil de plage en le passant à l'échelle 2:1.

6. L'échelle de la carte est 1:10 000. a) Combien de mètres; en réalité; est la distance qui mesure 1 cm sur la carte? b) Combien de mètres en réalité est un étang dont la longueur sur la carte mesure 7,2 cm? c) Quelle est la longueur d'un sentier sur la carte qui mesure dans la réalité 340 m?

7. Convertis dans l'unité indiquée.

8. Calcule a) l'aire du fond de la boîte b) le volume de la boîte

## FINLANDE : Exercices de Probabilité en seconde (élèves 15-16 ans)

### Calcul de probabilité

**26** Lesquels parmi les nombres suivants ne peuvent pas être des valeurs de probabilité.

40 % 0,7 0,7 % 1,1 -0,5  $\frac{3}{8}$  0,006 120 %  $\frac{5}{2}$  3 %

**27** On choisit le délégué de ta classe à la loterie. Quelle est la probabilité que ce soit une fille ?

**28** Annu est née un lundi. Quelle est la probabilité que Hannu, l'ami d'Annu, soit né aussi un lundi ?

**29** Une rame de métro vient à la station toutes les cinq minutes et reste à la station deux minutes. Quelle est la probabilité que la rame soit à la station quand Riina arrive sur le quai ?

**30.** Sur la roue de la fortune il y a 16 secteurs de même taille. Pour un tour, quelle est la probabilité que la flèche pointe vers un secteur

a) rouge

b) bleu

c) jaune ou vert

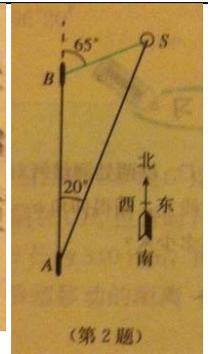
d) pas rouge ?

**31** Dans le jeu Yatzy on lance 5 dés. Ida lance les numéros 2, 3, 4, 4, 5. Elle essaie une suite et lance le deuxième quatre de nouveau. Quelle est la probabilité qu'elle réussisse ?

# CHINE Mathématiques élèves de 15-16 ans

## Exercice 1 Calcul d'une distance en mer

如图，一艘船以 32.2 n mile/h 的速度向正北航行，在 A 处看灯塔 S 在船的北偏东  $20^\circ$ ，30 min 后航行到 B 处，在 B 处看灯塔 S 在船的北偏东  $65^\circ$  方向上。求灯塔 S 和 B 处的距离（精确到 0.1 n mile）。



## Exercice 2 Football tir au but

Soit un terrain de football de 65 mètres de largeur, le but fait 7 mètres de largeur.

Où doit se positionner le footballeur le long de la longueur du terrain, pour pouvoir envoyer le ballon au but plus facilement ?

(c'est-à-dire pour que l'angle AMB soit le plus grand possible)

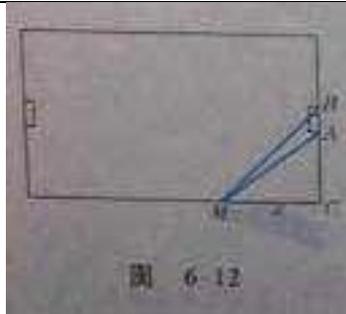


图 6-12

Soit un terrain de football de 65 mètres de largeur, le but fait 7 mètres de largeur.

Où doit se positionner le footballeur le long de la longueur du terrain, pour pouvoir envoyer le ballon au but plus facilement, c'est-à-dire pour que l'angle AMB soit le plus grand possible ?

例 2 设足球场宽 65 米，球门宽 7 米，当足球运动员沿边路带球突破，距底线多远处射球门，对球门所张的角最大？（保留两位小数）

## Activités culturelles et historiques :

### Mesure du rayon de la terre par triangulation

par Jean Picard (1620-1682)

**阅读材料**

人们早期怎样测量地球的半径?

我们知道, 地球的形状近似一个球, 那么怎样测出它的半径呢? 下面我们介绍一种人们早期近似测量地球半径的方法.

如图1, 设圆周长为  $C$ , 半径为  $R$ , 圆上  $M$ 、 $N$  两地间的弧长为  $l$ , 对应的圆心角为  $n^\circ$ .

因为  $360^\circ$  的圆心角所对的弧长就是圆周长  $C=2\pi R$ , 所以  $1^\circ$  的圆心角所对的弧长是  $\frac{2\pi R}{360}$ , 即  $\frac{\pi R}{180}$ . 于是半径为  $R$  的圆中,  $n^\circ$  的圆心角所对的弧长  $l$  为

$$l = \frac{n\pi R}{180}$$

$$\therefore R = \frac{180l}{\pi n}$$

在实际测量地球半径时,  $M$ 、 $N$  两地常选在同一条子午线上, 然后用天文方法测出  $M$ 、 $N$  两地的纬度, 即可算出  $n^\circ$ . 当  $M$ 、 $N$  两地相距很远时, 常采用布设三角网的方法, 算出  $MN$ , 即  $l$  的长. 如图2, 在  $M$ 、 $N$  两地间布设三角点, 构成  $\triangle AMB$ 、 $\triangle ABC$ 、 $\triangle BCD$ 、 $\triangle CDE$ 、 $\triangle EDN$  等. 用经纬仪可测出这些三角形的各个角的度数, 再量出  $M$  点附近的那条基线  $MA$  的长, 即可算出  $MN$  的长.

具体算法如下:

在  $\triangle MAB$  中, 由于它的各个角已测出,  $AM$  的长也量出, 故由正弦定理得

$$MB = \frac{AM \sin \angle MAB}{\sin \angle ABM}$$

$$AB = \frac{AM \sin \angle AMB}{\sin \angle ABM}$$

同理可求得

$$BC = \frac{AB \sin \angle CAB}{\sin \angle ACB}$$

$$CD = \frac{BC \sin \angle CBD}{\sin \angle BDC}$$

$$BD = \frac{BC \sin \angle BCD}{\sin \angle BDC}$$

$$DE = \frac{CD \sin \angle ECD}{\sin \angle CED}$$

$$DN = \frac{DE \sin \angle DEN}{\sin \angle DNE}$$

$\therefore MN = MB + BD + DN$ .

法国的皮卡尔 (Picard, J. 1620年~1682年) 于1669年~1671年间, 率领他的测量队首次测出了巴黎和亚眠之间的子午线的长, 求得子午线  $1^\circ$  的长约为 111.28 km, 这样他推算出地球的半径为

$$R = \frac{180 \times 111.28}{3.1416 \times 1} \approx 6376 \text{ (km)}$$

他推算出的值与现在公认的地球半径 6371 km 非常接近.

另外, 布设三角网有多种方法 (如图2中的虚线), 要根据实际情况, 布设的网点越少越好.

