

“Dati e previsioni”

un approccio per problemi alle competenze sottese

a cura di Franca Rossetti - Ernestina Serventi

Le ultime ricerche, nazionali e internazionali, sulla valutazione degli apprendimenti dei nostri studenti, nell'indagare sulle difficoltà di tipo cognitivo e risolutivo che hanno compromesso i risultati delle prove di matematica, hanno sottolineato la conoscenza, a volte scarsa, a volte nulla, a volte superficiale di alcuni degli argomenti presenti nelle prove, tra cui quelli riguardanti la Statistica e la Probabilità.

La nostra proposta muove, dunque, dall'idea che occorra ipotizzare nuove forme di didattica della matematica, più concrete e accattivanti, tuttavia in linea con le richieste e con le sfide che la società in cui viviamo pone in modo sempre più incalzante.

Il presente modulo, riferito all'ambito “Dati e previsioni”, propone, pertanto, con sviluppo in verticale, un approccio, partendo da una situazione stimolo e in progressione, alla competenza specifica sottesa così indicata:

“Analizzare dati e interpretarli, sviluppando deduzioni e ragionamenti sugli stessi anche con l'ausilio di rappresentazioni grafiche, usando consapevolmente gli strumenti di calcolo e le potenzialità offerte da applicazioni specifiche di tipo informatico”

Il punto di partenza, per ogni ordine di scuola, è un esercizio-stimolo, agganciato a situazioni concrete, ma suscettibile di sviluppi, che richiede agli studenti di rispondere alla consegna riflettendo, osservando e analizzando i dati che rappresentano il fenomeno, a volte desunti anche da opportune rappresentazioni grafiche.

Queste, infatti, costituiscono una tipologia di testo, spesso sottovalutato, ma che occorre conoscere per saper interpretare, col giusto peso, situazioni reali o per ipotizzare nuovi scenari, al fine di effettuare scelte razionali e motivate anche nella quotidianità, riconoscendo “la matematica sottesa” e approcciando proprio processi di matematizzazione.

“Animali domestici”

Livello d'età: 10-11 anni

Nucleo tematico: dati e previsioni

Competenze in esercizio: decodificare e usare rappresentazioni grafiche relative a situazioni note (riferite alla quotidianità) deducendone coerentemente informazioni utili.

Risultati attesi: cogliere il significato di indagine conoscitiva; organizzare i dati raccolti con tabelle e grafici, leggere e analizzare le informazioni in essi contenute.

Situazione stimolo: “Animali domestici”

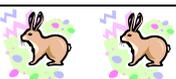
È stata condotta una inchiesta tra i 28 alunni di una classe per conoscere il numero di animali presenti nelle loro famiglie. I risultati di questa inchiesta sono: sette cani, otto gatti, un cavallo, cinque pesci e due conigli. Dove sono presenti, c'è un solo animale per famiglia.

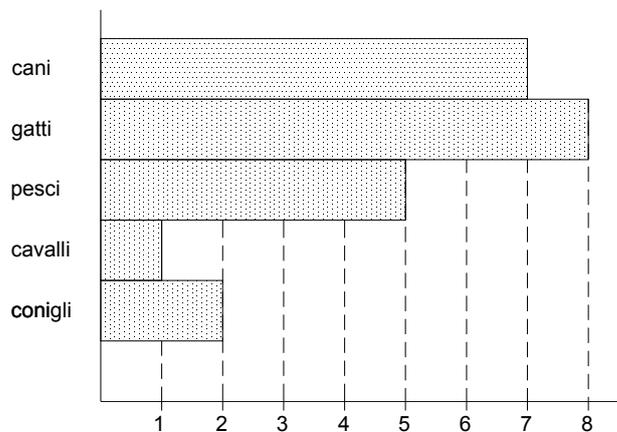
Traccia delle fasi didattiche:

- A. Illustrazione del significato di “Indagine statistica” facendo riferimento a situazioni reali e distinguendo tra indagini globali e campionarie
- B. Elencazione delle fasi tramite le quali l'indagine statistica si svolge
- C. Lettura della “Situazione stimolo” seguita da commento
- D. Inserimento dei dati in una tabella (ricordando che la tabulazione è proprio una fase dell'indagine statistica)

cani	gatti	pesci	cavalli	conigli
7	8	5	1	2

- E. Rappresentazione dei dati con un ideogramma e con un diagramma a barre orizzontali sottolineando che sono possibili altre rappresentazioni, per esempio con barre verticali, e ricordando che le diverse rappresentazioni devono, comunque, essere efficaci ed efficienti.

cani	
gatti	
pesci	
cavalli	
conigli	



Quale l'animale più presente e in che misura? Argomentate la risposta!

1. Condurre una indagine analoga all'interno della classe (dove si sta lavorando) e di una classe parallela.
2. Confrontare i risultati emersi tra le due situazioni sia utilizzando una opportuna tabella, sia rappresentazioni grafiche efficaci traendo le opportune considerazioni.

A titolo di esempio:

	n. animali classe appartenenza	n. animali classe parallela
cani		
gatti		
pesci		
cavalli		
conigli		
totale animali		

tot. animali classe parallela/n. alunni;

tot. animali classe di appartenenza/n. alunni

Tempi:

- due ore per i punti A, B, C, D
- due ore per il punto E
- tre ore per le possibili attività successive.

Attività di verifica

- 1) Condurre un'indagine conoscitiva, all'interno della propria scuola (numerosità del campione arbitraria) per indagare circa il tempo mediamente trascorso dagli alunni di 10-11 anni davanti alla televisione nell'arco di una giornata di scuola.
- 2) Rapportare questo dato al tempo dedicato allo studio e al tempo libero traendone le opportune considerazioni.

“I nostri cugini sono invecchiati o ringiovaniti?”

Livello di età: 13-14 anni

Nucleo tematico: dati e previsioni

Competenze in esercizio: leggere e ricavare informazioni da grafici organizzandole in modo tabellare per esplicitarne gli indicatori richiesti a scopo comparativo.

Risultati attesi: l'alunno sperimenterà la lettura di informazioni partendo da un grafico poco presente nella prassi didattica allargando così le sue possibilità di intervento, nell'interpretazione del reale, con "le rappresentazioni grafiche più opportune".

La distinzione tra frequenza assoluta, frequenza relativa e frequenza relativa percentuale, con esempi di calcolo, già studiati in ambito teorico, permetterà all'alunno di cogliere, in un diverso ambito, il significato di percentuale.

La differenza concettuale tra probabilità e frequenza sarà acquisita in seguito ad eventuali sviluppi che il quesito consente.

Situazione stimolo: “I nostri cugini sono invecchiati o ringiovaniti?”

Nei grafici in figura sono rappresentate, per età, le popolazioni rispettivamente nel 1917 e nel 2006 di una nazione europea.

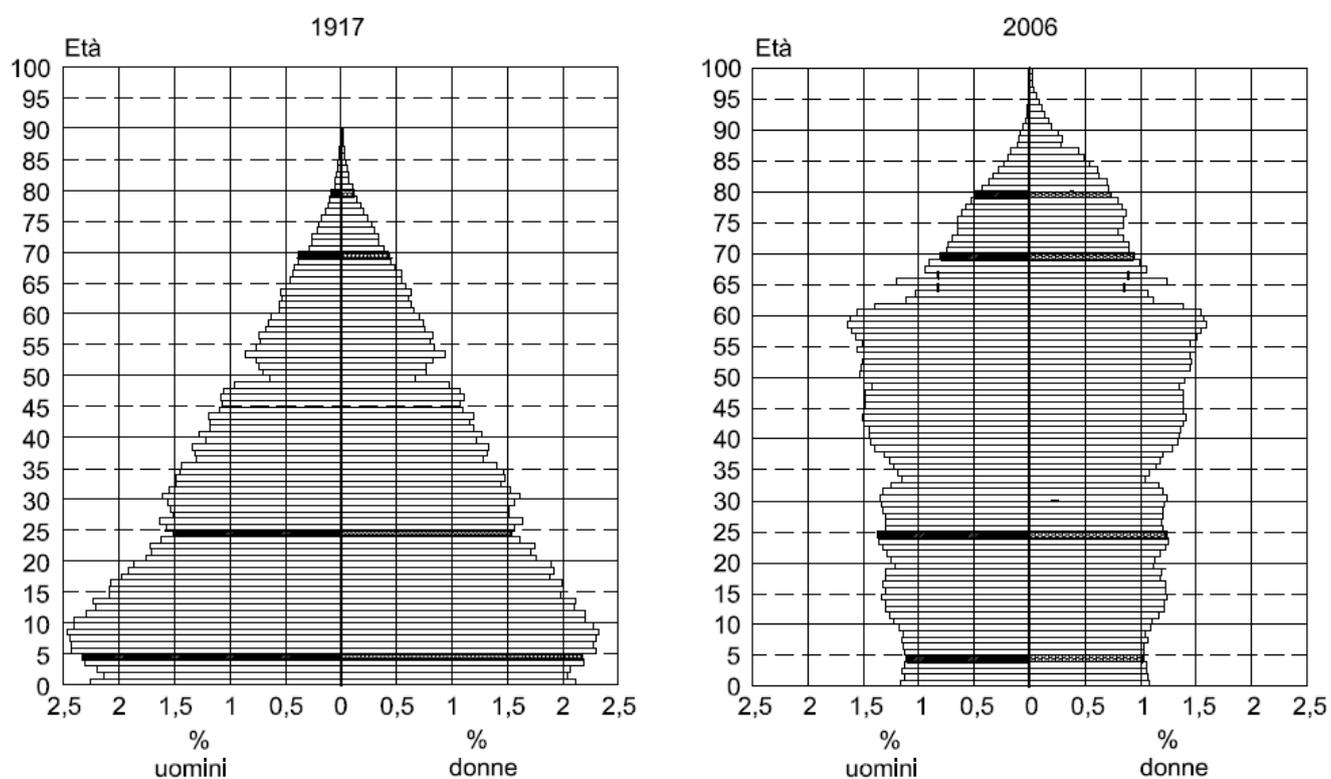
Dal 1917 al 2006 è aumentata la % delle persone anziane: confrontando i due grafici, per un ottantenne del 2006, rispetto ad un ottantenne del 1917, di quanto è aumentata l'aspettativa di vita (anni che restano ancora da vivere rispetto all'età estrema)?

E' cambiato anche l'andamento demografico (meno nascite, più longevità ...).

Riportate in una tabella, per il solo sesso maschile di età 5, 25, 70, 80 anni, la percentuale di incidenza sulla popolazione totale nei due anni considerati.

Di quanto la presenza degli ottantenni, nel 2006, è aumentata rispetto al 1917?

Andamento dell'età della popolazione negli anni 1917 e 2006



Soluzione

L'aspettativa di vita, che per un ottantenne del 1917 era di 10 anni, passa a 20 anni nel 2006

La tabella richiesta è la seguente

Anno 1917		Anno 2006	
M 5 anni	2,3%	M 5 anni	1,1%
M 25 anni	1,5%	M 25 anni	1,4%
M 70 anni	0,4%	M 70 anni	0,8%
M 80 anni	0,1%	M 80 anni	0,5%

Nel 1917 gli ottantenni rappresentavano lo 0,1% della popolazione; nel 2006 lo 0,5%.

Se ne deduce che, nell'arco di tempo preso in esame, la presenza degli ottantenni è quintuplicata!

Possibili attività

- A) Illustrare la "situazione stimolo" e l'analisi della stessa a classe riunita sottolineando la presenza del simbolo della % e richiamandone il concetto
- B) Evidenziare la peculiarità del grafico e il modo di trarre informazioni da esso tramite un'attenta "lettura"
- C) Invitare gli alunni a risolvere a gruppi l'esercizio con confronto in intergruppo
- D) Focalizzare l'attenzione sui significati di frequenza e probabilità come due aspetti con i quali può essere studiato un fenomeno: a posteriori con la frequenza, a priori con la probabilità.

Tempi:

- due ore per lo svolgimento delle varie attività e la soluzione del quesito
- una per sottolineare la differenza tra probabilità e frequenza con esempi significativi.

Attività di verifica

La seguente tabella (tratta da "Il Mondo", 16 settembre 2011, pag. 95) riporta il traffico aeroportuale di passeggeri nella regione Puglia:

Aeroporti	2009	2010
Bari	2 801 152	3 379 548
Brindisi	1 082 423	1 599 788
Foggia	68 228	71 721
Totale	3 951 803	5 051 057

1. Esprimete, in termini quantitativi, assoluti e percentuali, di quanto ciascun aeroporto ha visto incrementare il proprio traffico passeggeri tra il 2009 e il 2010
2. Quale aeroporto ha registrato l'incremento maggiore e quale il minore?
3. In che misura il traffico passeggeri dell'aeroporto di Bari incide sul traffico passeggeri totale della regione Puglia?
4. Rappresentate graficamente, con aerogrammi distinti, i dati del 2009 e quelli del 2010 e, se possibile, in classe o in laboratorio, sperimentate l'efficacia comunicativa visiva dei diagrammi accostati quando è richiesta la comparazione tra fenomeni.

“La strada ferrata dell’Unità d’Italia”

Livello d’età: 15-16 anni

Nucleo tematico prevalente: dati e previsioni/relazioni e funzioni

Competenze in esercizio:

- risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica
- utilizzare la matematica per il trattamento quantitativo dell’informazione in ogni ambito
- analizzare dati e interpretarli sviluppando deduzioni e ragionamenti sugli stessi

Risultati attesi: l’alunno sarà in grado di “leggere” una tabella a doppia entrata e di estrapolarne le informazioni richieste ai fini di un loro utilizzo per esprimersi, in un giudizio, con motivazioni supportate da calcoli.

Situazione stimolo: “La strada ferrata dell’Unità d’Italia”

Dall’annuario statistico del 1863 (consultabile presso la biblioteca “Angelo Mai” di Bergamo), è stata tratta, mantenendo le diciture delle classificazioni dell’epoca, la seguente tabella che mette in evidenza, nell’ambito delle politiche di sviluppo, la situazione delle strade ferrate del Regno:



Linee / percorso in km	in esercizio	in costruzione	allo studio	da studiare	Totale km
<i>Linee studiate o esercitate dal governo</i>	0,676	0,693	0,657	1,035	3,061
<i>Reti possedute o esercitate da compagnie particolari</i>	1,576	1,135	0,369	0,485	3,565
<i>Linee in concessione</i>	0,692	0,084			0,776
<i>Totale</i>	2,944	1,912	1,026	1,520	7,402

Tizio sostiene che la differenza (in valore assoluto) tra il "peso", in termini di frequenza relativa, delle linee governative in esercizio studiate o esercitate dal governo, e quello delle linee in concessione sia meno dell'1 %.

Siete d'accordo con lui? Motivate la vostra tesi.

Traccia di soluzione

Dopo un'attenta lettura della tabella a doppia entrata per riga, per colonna e nel suo insieme occorre focalizzare l'attenzione sul concetto di "peso", cioè il rapporto tra la parte e il tutto, quindi tra il dato preso in esame e il totale generale.

In tal modo si individueranno i termini dei rapporti tra cui fare il confronto per poi riflettere sul significato di "valore assoluto".

La motivazione della risposta completa la richiesta del quesito.

$$|(0,676/7,402) - (0,776/7,402)| < 0,01$$

$$|0,0913 - 0,1048| = 0,0135 \quad \text{l'affermazione è pertanto falsa}$$

Possibili attività

- A) Illustrazione della situazione stimolo e analisi a classe riunita del problema
- B) Esercitazione in gruppi differenziati che focalizza l'attenzione, a titolo di sintesi o di recupero, sui concetti di % e di valore assoluto
- C) Risoluzione, a gruppi, dell'esercizio e confronto in intergruppo

D) Possibili sviluppi:

D1 Attività di laboratorio per un lavoro di gruppo tendente a sperimentare la più opportuna rappresentazione grafica dei dati in esame.

L'insegnante metterà in guardia dalle rappresentazioni grafiche "distorcenti" che si incontrano quando ci si imbatte con rappresentazioni cartesiane in cui l'unità di misura delle ascisse non risulta uguale a quella delle ordinate o quando il grafico è tridimensionale (molto frequenti in statistica!).

In questo caso l'andamento di un fenomeno può apparire ben diverso da quello che in effetti è trasmettendo "impressioni" o "sensazioni" visive non corrispondenti al reale.

Si richiamano, a titolo di esempio, alcune norme di carattere generale

1. gli assi di supporto devono essere chiaramente individuati con le variabili che rappresentano e con le rispettive unità di misura
2. l'impiego di un'origine arbitraria per le scale, su ciascun asse, deve venir segnalato con la rottura della linea, o in altro modo
3. la comparazione dei diagrammi relativi a fenomeni simili dovrebbe essere facilitata il più possibile, per esempio impiegando scale di misura identiche e disponendo le figure in modo contiguo
4. le legende dovrebbero essere tali da rendere la loro comprensione il più possibile indipendente dal testo
5. occorre evitare, per quanto possibile, la sovrapposizione di curve marcate.

D2 Lettura guidata, per gruppi, sulle fonti di dati statistici, presenti nella biblioteca d'Istituto, da cui è possibile reperire informazioni per eventuali attività di ricerca muovendo da dati reali.

E) Spunto per ricordare l'evento dell'anno (diversamente è sempre possibile, con dati reali, collegarsi all'attualità di fenomeni o notizie).

F) Possibili approfondimenti:

- spunto per riprendere i concetti di frequenze assolute e relative al fine di introdurre i concetti di frequenze congiunte e marginali sottolineando la valenza della loro portata in termini di "lettura" e "interpretazione" dei dati
- con l'occasione l'insegnante può far notare agli alunni differenze e analogie tra probabilità e frequenza proponendo una tabella a doppia entrata con dati relativi a fenomeni aleatori
- attività multidisciplinare con l'insegnante di italiano e storia se si utilizzano i dati in esame; con altri docenti se i dati si riferiscono ad altri fenomeni.

Tempi:

- due ore per le attività di cui ai punti A), B) ,C)
- un'ora per le attività di cui ai punti D1 e D2 ,E), F)

Attività di verifica

La presente tabella (uno stralcio) si riferisce ad una inchiesta che è stata fatta per controllare se le colonnine dei distributori automatici di benzina sono in regola, dato che la normativa prevede una tolleranza dello 0,2% in meno e dello 0,3% in più rispetto alla quantità erogata. Il riferimento è a 20 litri di benzina dichiarati.

(la tabella completa è riportata alle pagine 74 e seguenti della rivista: "al Volante", ottobre 2011).

Pompe	Prezzo indicato Euro/litro	Quantità erogata litri	Prezzo reale Euro/litro
Eni (Milano)	1,478	20,02	1,477
Q8 (Padova)	1,505	20,00	1,505
Esso (Bologna)	1,505	19,98	1,507
Shell (Torino)	1,549	20,05	1,545
Tamoil (Modena)	1,543	19,94	1,548

1. Analizzate i dati, tenendo presente le tolleranze ammesse dalla normativa: le pompe prese in considerazione sono tutte a norma? Giustificate la risposta con opportuni calcoli e, se possibile, indagate sulle fonti giuridiche coinvolte (leggi, decreti, regolamenti) per un'attività multidisciplinare.
2. Paragonate il prezzo indicato con quello reale con un diagramma a barre accostate, quindi sperimentate in laboratorio ulteriori soluzioni grafiche calcolando media e mediana sia con riferimento al prezzo indicato, sia con riferimento al prezzo reale.

Proposte per un'azione di rinforzo

A conclusione del percorso, pensato in verticale, dalla classe V primaria alla secondaria di secondo grado, si presentano alcune proposte di lavoro atte a favorire l'apprendimento di fondamentali conoscenze relative al nucleo: dati e previsioni.

Si tratta di proposte che possono essere opportunamente modificate o integrate al fine di rispondere all'esigenza del piano di lavoro personale e che sono fattibili nel corso della normale didattica curricolare.

Esercizio 1 Quanto ho risparmiato?

Educare al risparmio è un obiettivo da non trascurare!

Siamo convinti che si debba cominciare fin da piccoli; per questo anche la matematica può dare il suo contributo.

A partire dal giorno del suo decimo compleanno, Giorgio riceve dai nonni una mancia settimanale. Ogni settimana, egli cerca di risparmiare una piccola somma, che utilizzerà poi per acquistare i regali di Natale.

Alla fine di ogni mese, egli controlla quanto è riuscito a risparmiare.

Ecco come Giorgio ha rappresentato i risparmi realizzati da agosto a novembre.

Agosto	■ ■
Settembre	■
Ottobre	■
Novembre	■ ■

■ = 10 €



Si chiede:

- Quanto ha risparmiato complessivamente Giorgio?
- Quanto ha risparmiato in media al mese?
- Rappresentate la situazione con un diagramma a barre.



Possibili attività

Condurre una indagine all'interno della classe, facendo riferimento ad un ipotetico mese, per calcolare la media mensile delle paghette e riportare in tabella i risultati della rilevazione.

Esercizio 2 Gita scolastica

Barbara è l'insegnante della classe V^a A che deve programmare l'annuale gita scolastica; prima di decidere la meta, vuole conoscere i desideri degli alunni della propria classe e delle classi parallele che parteciperanno alla gita.

Le possibili mete sono:

- Fattoria didattica
- Museo di Scienze Naturali
- Parco della Preistoria
- Parco faunistico



Dall'indagine è emerso:

Classe	V ^a A	V ^a B	V ^a C
Fattoria didattica	7	5	8
Museo di Scienze naturali	7	5	6
Parco della Preistoria	6	7	6
Parco faunistico	5	7	4

Rappresentate le informazioni contenute nella tabella con un diagramma a barre.

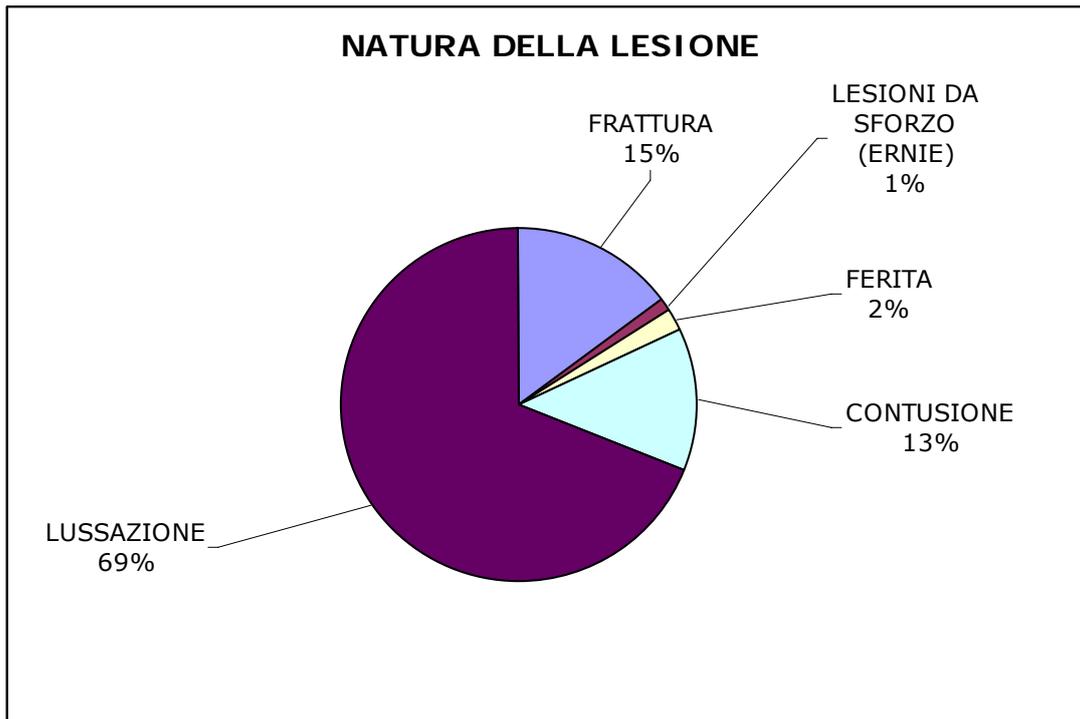
Attività collegate

Con l'aiuto di un atlante cercare di localizzare i luoghi dove sono possibili le mete proposte e descriverne le caratteristiche.

Esercizio 3 Quando lo sport fa male

Il mensile "Focus"¹ riporta un interessante articolo che mette in guardia dagli eccessi sportivi: l'attività fisica fa bene, dicono gli ultimi studi, quando è moderata, mentre lo sport agonistico, anche amatoriale, è spesso dannoso per la salute e l'usura del corpo.

L'analisi della rappresentazione della *Natura delle lesioni* e *la distribuzione delle classi di età degli infortunati* offrono lo spunto per qualche riflessione:



Classe di età	% infortunati
da 0 a 17 anni	1%
da 18 a 34 anni	94%
da 34 a 49 anni	4,5%
da 50 e oltre	0,5%

La tabella evidenzia la distribuzione statistica per fasce d'età delle persone infortunate nell'esercizio di attività sportive.

Ad esempio, su 100 soggetti infortunati solo 1 ha una età compresa tra 0 e 17 anni.

1. Rappresentate, con un diagramma a barre, l'importanza (in termini quantitativi) della percentuale delle lesioni, secondo la loro natura.
2. Considerando la totalità degli infortuni, quale fascia di età è più a rischio?

(Nota per il docente: la domanda è prevista quale stimolo per avviare un dibattito sui dati necessari per la risposta e, quindi, la prefigurazione dei casi possibili)

¹ Focus 221, marzo 2011, in "Quando lo sport fa male", a pagina 114 e seguenti

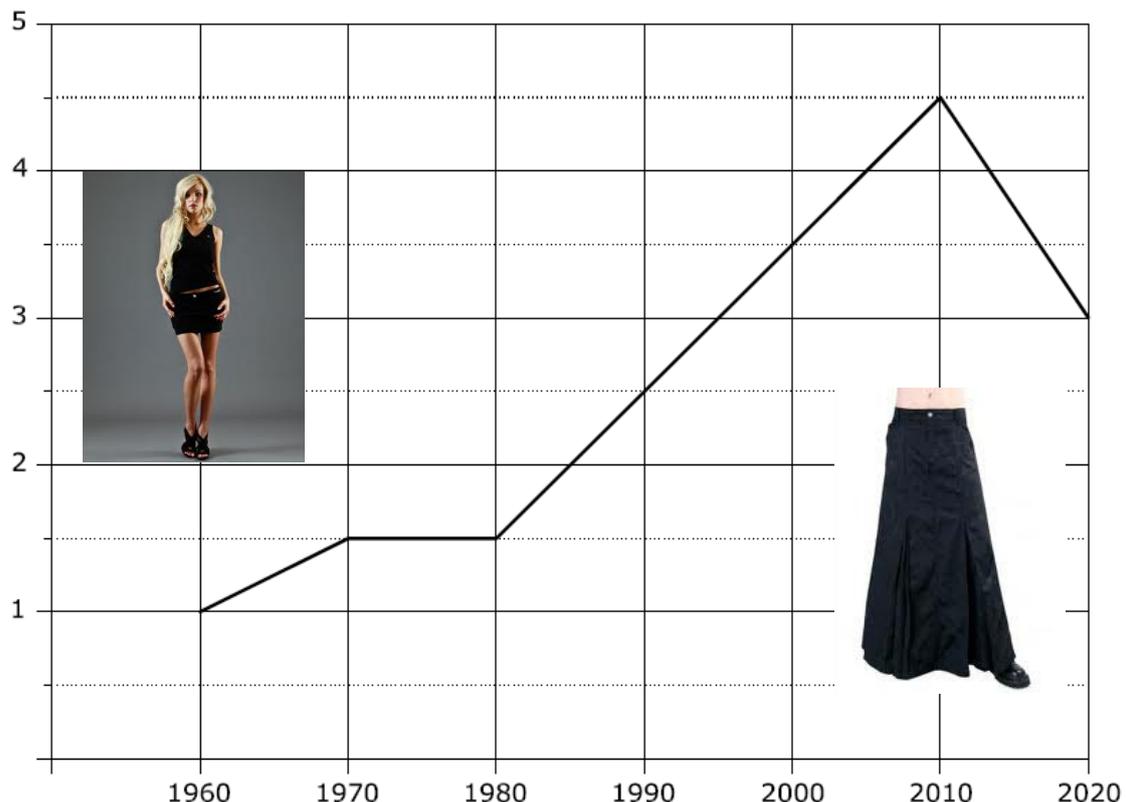
- Rappresentate con un istogramma e con un aerogramma l'andamento del fenomeno discutendo sull'efficacia delle rappresentazioni.
- Una società sportiva amatoriale è frequentata da 250 persone di cui 70 di età compresa tra 18 e 34 anni. Quante, tra queste, potrebbero subire infortuni? La condizione che le informazioni deducibili dalla tabella precedente siano valide è necessaria e sufficiente per rispondere?

Possibili attività collegate

- Coinvolgendo anche il docente di educazione fisica condurre un'indagine per rilevare la distribuzione delle frequenze degli infortuni, nell'arco di una settimana e con riferimento all'intera scuola.
- Discutere, partendo dai dati reali presentati in tabella, sul modo di fare previsioni sottolineando la necessità di disporre di dati rappresentativi. In questo modo i concetti di "popolazione statistica" e di "campione" verranno acquisiti naturalmente.
- Sottolineare che la presentazione di dati, da parte dei media, a volte, come in questo caso, può scostarsi da quello proposto usualmente dai libri di testo.

Esercizio 4 L'orlo fa girare ...l'economia!

Il mensile "Focus", maggio 2011, riporta in sintesi, a pagina 134, lo studio di due economisti olandesi che hanno verificato una singolare teoria economica: la "Teoria dell'indice dell'orlo", formulata da un economista statunitense fin dal 1926. Secondo questa teoria, in tempi di crisi, l'orlo della gonna si allunga; con la crescita economica le gonne si accorciano.



Il grafico riportato dal mensile è stato sintetizzato nel precedente, di più semplice lettura, senza tuttavia perdere in significatività, allo scopo di indurre a qualche riflessione:

1. Posto uguale a **5** "l'indice dell'orlo" che individua la lunghezza massima ed uguale a **1** quello che individua la lunghezza minima, di quanto, in percentuale, è aumentata la lunghezza della gonna dall'introduzione della minigonna al 2000?
2. Quale è stata la variazione media negli ultimi 40 anni del secolo XX?
3. Supponendo (ed auspicando!) il superamento dell'attuale crisi economica nell'arco del prossimo decennio, di quanto la lunghezza della gonna dovrebbe diminuire percentualmente rispetto al 2010?

Attività multidisciplinari correlate

4. Riflettere sulle cause che possono originare crisi economiche traendo spunto dalle grandi crisi che hanno segnato la nostra storia.
5. Focalizzare l'attenzione sul concetto di "Numero Indice", molto utilizzato anche dai media nella diffusione di informazioni correnti, per dimostrare la necessità di acquisire competenze matematiche ai fini di una corretta comprensione della realtà.
6. Discutere sulla significatività della media aritmetica quale indice di sintesi di una serie di informazioni e proporre, in alternativa, in presenza di outliers, la mediana il cui uso risulterà perfettamente giustificato.