

# Matemáticas Sin Fronteras



## Prueba de ensayo Diciembre 2013

- ✓ Utilizar sólo una hoja-respuesta por ejercicio.
- ✓ Se tendrá en cuenta todo intento de resolución.
- ✓ La presentación se tendrá en cuenta.

Mathématiques  
SANS  
Frontières

Ejercicio 1  
7 puntos

## Los hermanos Dalton

La solución debe redactarse en alemán, inglés, francés o italiano con un mínimo de 30 palabras.

Die Dalton-Brüder sind vier gefürchtete Banditen aus dem Wilden Westen. Drei von ihnen, Bill, Grat und Emmett, werden gefangen genommen. Jeder wird alleine in eine der 12 abgebildeten Gefängniszellen gesperrt. Jede Zelle hat nur ein einziges Fenster. Der vierte Dalton, Bob, verfügt über folgende Hinweise um seine Brüder zu befreien:

- Das Fenster von Bills Zelle ist nach Süden ausgerichtet.
- Bill befindet sich im Stockwerk oberhalb von Grat.
- Das Fenster von Grats Zelle ist nach Osten ausgerichtet.
- Emmett, der im 2. Stock eingeschlossen ist, befindet sich in einer Zelle, die weiter im Westen liegt als Grats Zelle.
- Eine der Zellen befindet sich direkt unter Bills Zelle.

Auf der Abbildung sieht man den Gefängniswärter. Seine Position wird wie folgt angegeben: (2 ; A ; II).

**Helft Bob seine Brüder zu befreien, indem ihr ihm die Positionen von Bill, Grat und Emmett angebt. Begründet eure Antwort.**

The Dalton Brothers are four ruthless outlaws from the Wild West. Three of the four, Bill, Grat and Emmett, have been imprisoned. Each one is locked up on his own in one of the 12 cells of the prison shown here. Each cell has only one window.

In order to set his brothers free the fourth brother, Bob, uses this information :

- The window of Bill's cell faces south.
- Bill is on the floor above Grat.
- The window of Grat's cell faces east.
- Emmett is on the 2<sup>nd</sup> floor in a cell which lies more to the west than Grat's cell.
- There is just one cell beneath Bill's.

On the diagram you can see the prison warden at position (2, A, II).

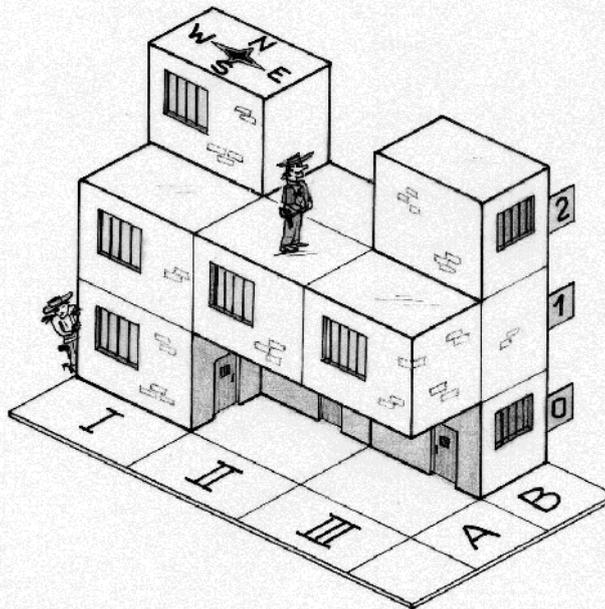
**Help Bob set his brothers free by finding the position of each brother. Justify your answer.**

Les frères Dalton sont quatre redoutables bandits du Far-West. Trois d'entre eux, Bill, Grat et Emmett sont faits prisonniers. Chacun est enfermé séparément dans l'une des 12 cellules de la prison représentée ci-. Chaque cellule n'a qu'une seule fenêtre. Pour libérer ses frères, le quatrième Dalton, Bob, dispose des indications suivantes :

- La fenêtre de la cellule de Bill est orientée au sud.
- Bill se trouve à l'étage au-dessus de celui de Grat.
- La fenêtre de la cellule de Grat est orientée à l'est.
- Emmett, enfermé au 2<sup>e</sup> étage, se trouve dans une cellule plus à l'ouest que celle de Grat.
- Il existe une cellule juste en dessous de celle de Bill.

Sur le dessin, on voit le gardien de la prison. On note sa position par (2 ; A ; II).

**Aider Bob à libérer ses frères en indiquant la position de chacun d'eux. Justifier.**



I fratelli Dalton sono quattro terribili banditi del Far West.

Tre di essi, Bill, Grat et Emmett sono imprigionati. Ognuno è rinchiuso da solo in una delle 12 celle della prigione rappresentata nel disegno. Ogni cella ha una sola finestra.

Bob, il quarto Dalton, per liberare i suoi fratelli ha a disposizione le seguenti informazioni:

- la finestra della cella di Bill è esposta a sud,
- Bill si trova al piano sopra a Grat,
- la finestra della cella di Grat è esposta a est,
- Emmett, rinchiuso al secondo piano, si trova in una cella più a ponente di quella di Grat,
- c'è una cella proprio sottostante quella di Bill.

Nel disegno, si vede la guardia della prigione. La sua posizione è indicata come (2, A, II).

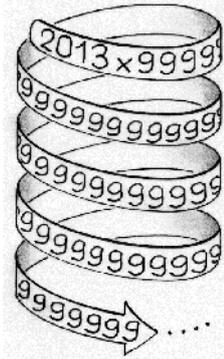
**Aiutate Bob a liberare i suoi fratelli indicando la posizione di ognuno. Giustificate la risposta.**

**Ejercicio 2**  
5 puntos

# ¡Cuántos nueves!

$$2013 \times 999 \dots 999$$

Número escrito con 2013 cifras todas iguales a 9.

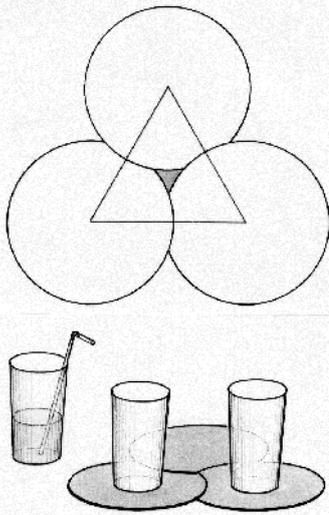


¿Cuál es la suma de las cifras del resultado de esta multiplicación? Justifica la respuesta.

**Ejercicio 3**  
7 puntos

# Geometría con posavases

Sobre la mesa del restaurante hay tres posavases con forma de discos de 10 cm de diámetro. Jugando con esos tres discos, los coloco de forma que sus centros son los vértices de un triángulo equilátero. Los voy acercando hasta que la zona gris de la figura adjunta desaparezca. Los 3 centros siguen estando situados en los vértices de un triángulo equilátero.



Calcula el valor exacto del lado de este triángulo equilátero.

**Ejercicio 4**  
5 puntos

# Imagen con zoom



Una aplicación del smartphone de Santiago le permite mostrar imágenes por satélite con diferentes escalas.

Santiago fijó una vista de su barrio con su casa abajo a la derecha y la escuela de su pueblo arriba a la izquierda, situadas en línea recta a 150 m una de la otra.

Con dos dedos, pellizca una diagonal de su pantalla para reducir la imagen. La pantalla muestra entonces una imagen por satélite más grande: Santiago ve su pueblo entero. Ahora la diagonal de la pantalla corresponde a una distancia real de 600 m.

Santiago continúa pellizcando repetidas veces y de la misma manera la pantalla de su smartphone hasta que aparece una gran parte de Europa. Esta última imagen, en la figura adjunta, contiene en diagonal las ciudades de Berlín y de Madrid cuya distancia en línea recta es de 1 860 km.

¿Cuántas veces ha pellizcado Santiago su pantalla desde la vista de su barrio hasta esta última imagen? Justifica la respuesta.

**Ejercicio 6**  
5 puntos

# Lado impar

En mi calle, en mi acera, en el lado impar, las casas están numeradas con 1, 3, 5, 7, ... Mi casa está en el número 37. Si se numeraran las casas comenzando por el otro extremo de la calle, el número de mi casa sería 65. ¿Cuántas casas hay en el lado impar de mi calle? Justifica la respuesta.

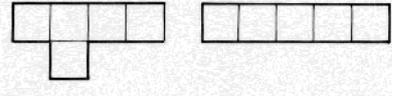


**Ejercicio 5**  
7 puntos

# Una bonita tarjeta

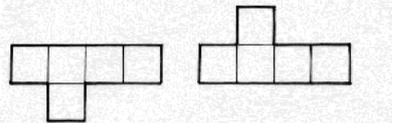
Un pentaminó es una figura formada por 5 cuadrados idénticos unidos por uno de sus lados.

Aquí tenemos dos ejemplos de pentaminós:



Los pentaminós obtenidos a partir de otros por simetría axial o por rotación no cuentan como un pentaminó diferente.

Por ejemplo los pentaminós siguientes son idénticos:

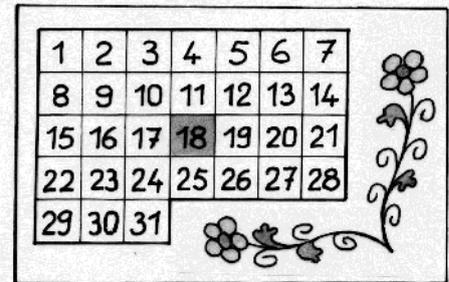


Existe 12 pentaminós diferentes.

Dibuja los 12 pentaminós.

El cumpleaños de Charlotte es el 18 de enero.

Quiere diseñar una tarjeta de invitación que quiere cubrir utilizando 6 pentaminós diferentes dejando la casilla 18 libre.



Ayuda a Charlotte a realizar su tarjeta de invitación. Da una solución donde aparezca los pentaminós utilizados, coloreados con colores distintos.

**Ejercicio 7**  
7 puntos

# Cuadrado perdido

Este es el texto encontrado en un viejo cuaderno:

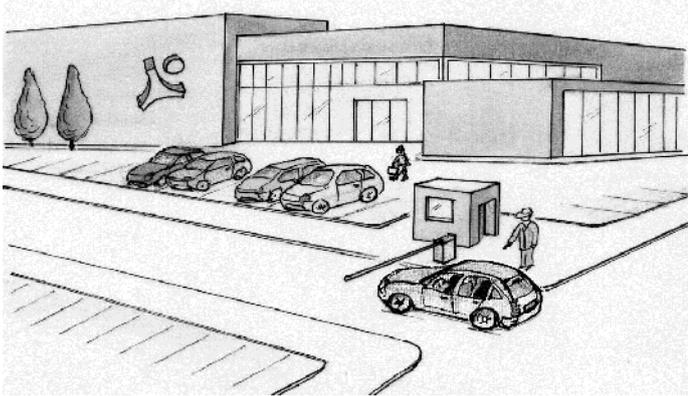
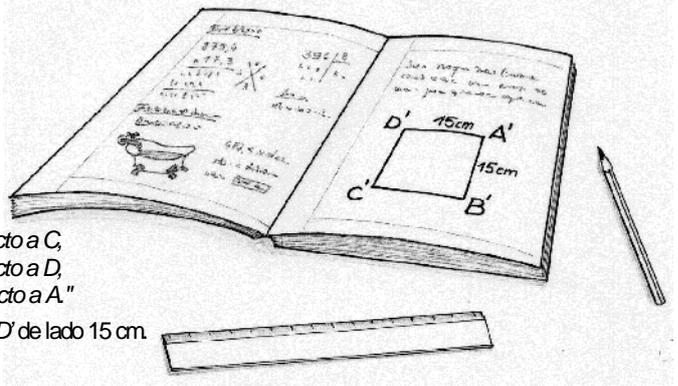
"Dibuja un cuadrado ABCD.

Construye el punto A' simétrico del punto A respecto a B.

De la misma forma se construyen los puntos: B' simétrico de B respecto a C,  
C' simétrico de C respecto a D,  
D' simétrico de D respecto a A."

En el cuaderno, desgraciadamente, no queda más que un cuadrado A'B'C'D' de lado 15 cm.

**Dibuja un cuadrado A'B'C'D' de lado 15 cm. Construye después el cuadrado ABCD inicial. Describe la construcción y justifícala.**



**Ejercicio 8**  
5 puntos

# Compartir coches

Esta mañana, el guarda del aparcamiento de una gran empresa ve entrar tantos coches con 3 ocupantes como coches con 4 ocupantes, y tantos coches con 2 ocupantes como coches cuyo único ocupante es el conductor. Ningún coche trae más de cuatro ocupantes.

**Sabiendo que 100 personas vienen en coche, determina, expresando todas las posibilidades, el número de coches que entran en el aparcamiento.**

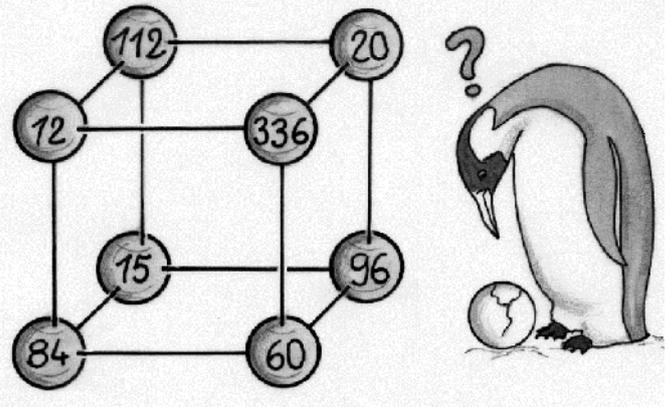
**Ejercicio 9**  
7 puntos

# Algebra de bolas

En el interior de 8 esferas, hemos escondidos los números del 1 a 8. Cada esfera contiene sólo un número. Estas 8 esferas están colocadas en los vértices del cubo representado aquí.

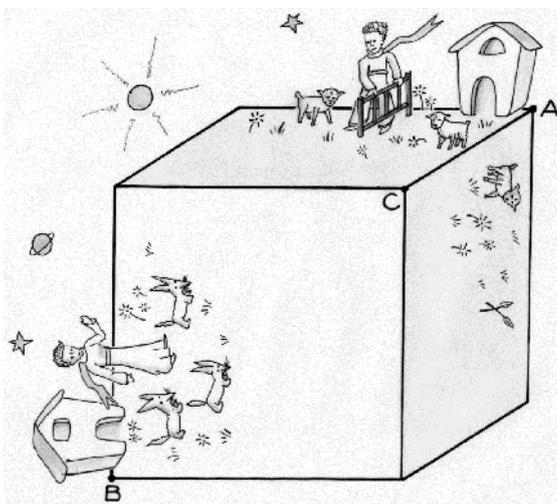
Sobre la superficie de cada esfera, escribimos el producto de los números contenidos en las 3 esferas que están unidas a ellas por aristas.

**Reproduce el cubo e indica el contenido de cada esfera.**



**Ejercicio 10**  
10 puntos

# Un astuto reparto



En una galaxia lejana existe un planeta cúbico donde viven dos poblaciones: corderos protegidos por el pequeño príncipe Arikara cuyo aprisco está situado en A y zorros, un poco salvajes, vigilados por la princesa Bella, cuya granja está situada en B. Para proteger a sus corderos, Arikara quiere instalar una cerca que divida la superficie del planeta en dos terrenos separados por una línea fronteriza que dé totalmente la vuelta al planeta. Esta línea debe tener la siguiente característica: si un cordero encuentra a un zorro en cualquier punto de esta línea, ambos tienen, tomando el camino más corto, la misma distancia que recorrer para volver a sus respectivas granjas.

**Reproduce el desarrollo de las tres caras visibles representadas aquí.**

**Coloca sobre este desarrollo dos puntos de la frontera. Justifica la respuesta.**

**Construye la línea fronteriza sobre la cara delantera del desarrollo.**

**Ayuda al pequeño príncipe a instalar la cerca trazando la línea fronteriza sobre las tres caras visibles del planeta cúbico representado en perspectiva.**

