Mathématiques SANS Frontières

Ufficio Scolastico per la Lombardia

Matematica Senza Frontiere

Proposta di soluzioni

Accoglienza 2012-2013

Esercizio 1 (7 punti) Giro del cane

La soluzione deve essere redatta in tedesco, inglese, spagnolo o francese con un minimo di 30 parole.

Il mio cane ed io procediamo a velocità costante. Il cane mi ha superato a metà percorso: ha percorso un giro e mezzo nel tempo in cui io ho percorso mezzo giro, perciò la sua velocità è tripla della mia.

Se avesse corso in senso contrario, ci saremmo incontrati una prima volta ad un quarto di giro quando il cane avrebbe percorso tre quarti, poi ancora due volte ad ogni quarto prima di arrivare assieme al punto di partenza. Ci saremmo quindi incrociati **tre volte**.

Esercizio 2 (5 punti) Regolamento di conti

Ognuno deve spendere 39 € e Giulio deve pagare a Claudio 15€

Due possibili soluzioni in 3 transazioni

Giulio dà **36 €** a Luisa; Claudio dà **21 €** a Luisa e **3 €** a Milena
oppure: **Claudio** dà **24 €** à Luisa; Giulio dà **33 €** a Luisa e **3 €** a Milena.

Esercizio 3 (7 punti) L'A, B, C delle trecce

Le operazioni che si annullano (spostare il filo a destra e successivamente a sinistra) sono
AC; **CA**; **BD** e **DB**.
La treccia di Cinzia (individuata con la sequenza casuale) può essere semplificata così:
D(~~D~~(~~AC~~)~~B~~)AA(~~AC~~)D(~~D~~(~~CA~~)~~B~~)A(~~BD~~) = DAADA.
Per disfarla basta digitare **CBCCB**.
DAAD(~~A C~~)BCCB = DAA(~~DB~~)CCB = DA(~~AC~~)CB = D(~~AC~~)B = DB (sequenza che produce effetto nullo**).**

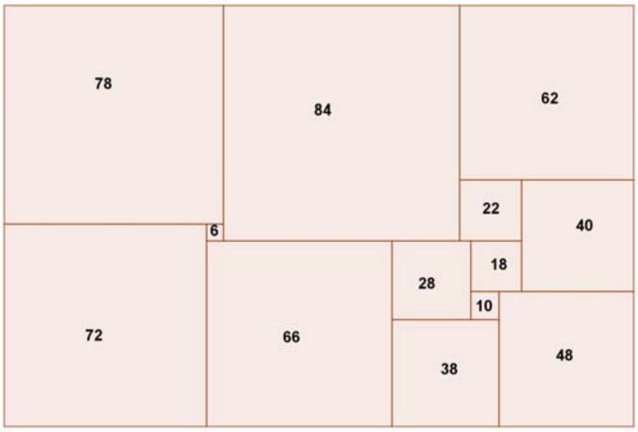
Esercizio 4 (5 punti) Conti in continuazione

Pensando al numero n di operazioni da compiere in contemporanea si può scrivere
$2012 - 5n = 1024+3n$ che ha soluzione $n = 123{,}5$ da cui si deduce $n = 123$ e $n = 124$
I numeri più vicini pronunciati sono
1 397 e **1 393** o **1 392** e **1 396**.

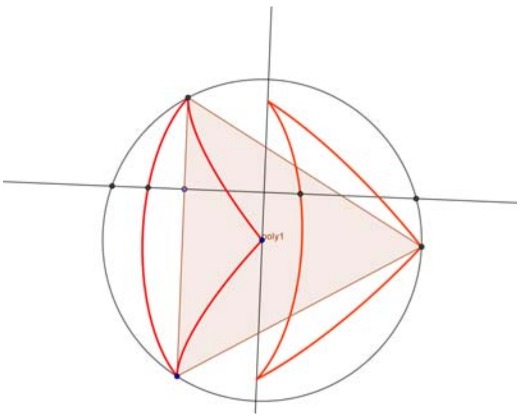
Esercizio 5 (7 punti) Dopo la pioggia

Nella vasca rimane un volume di acqua 106 000 cm^3 = 106 litri.
Il volume di acqua caduta per m^2 si calcola tenendo conto della superficie di base della vasca:
$1{,}7^2 = 2{,}89\ m^2$ → l'acqua caduta per m^2 è circa 36,7 litri.

Esercizio 6 (5 punti) Quadrati OK

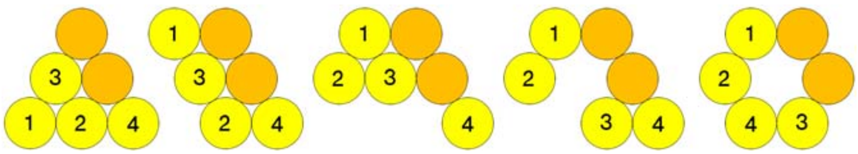


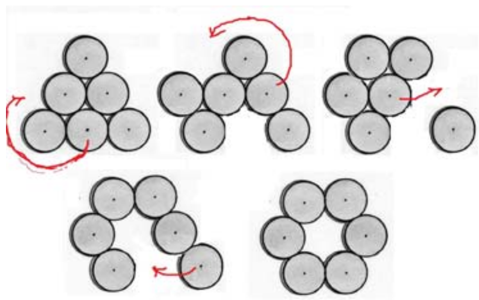
Esercizio 7 (7 punti) False immagini



Esercizio 8 (5 punti) Sei soldini

Due possibili soluzioni:



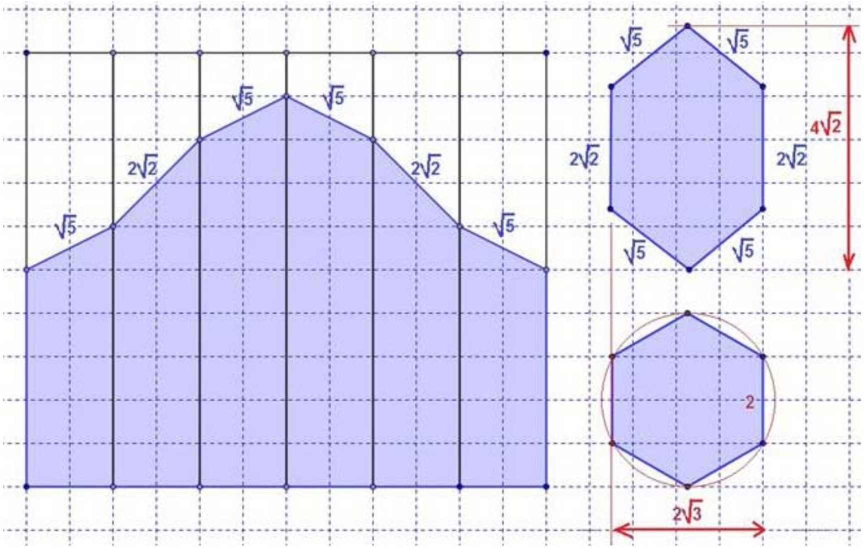


Esercizio 9 (7 punti) Tu puoi o tu non puoi

Si tratta di individuare tutti i triangoli a lati interi con perimetro 21.
I triangoli devono essere diversi.
Ecco le dodici soluzioni:
(10 10 1), (10 9 2), **(10 8 3)**, **(10 7 4)**, **(10 6 5)**,
(9 9 3), **(9 8 4)**, **(9 7 5)**, **(9 6 6)**, **(8 8 5)**, **(8 7 6)** e **(7 7 7)**.

Esercizio 10 (10 punti) Cristallografia

N.B. Il calcolo della lunghezza dei lati non è richiesto, sono indicate le lunghezze solo per facilitare la correzione.



Speciale terze

Esercizio 11 (5 punti) Libertà condizionata

Se ogni urna contiene un ugual numero di palle bianche e nere, allora la probabilità per il carcerato di esser liberato è ½**.**
Per qualsiasi altra distribuzione, la probabilità di rilascio è superiore a ½ se la guardia sceglie l'urna "giusta" e meno di ½ se si sceglie l'urna "sbagliata".
Se il carcerato mette una sola palla bianca in un'urna e tutte le altre palle nell'altra, queste probabilità sono rispettivamente $\frac{1}{1}$ e $\frac{11}{23}$.
Questa distribuzione massimizza la probabilità nella casella "giusta" ma anche nella "sbagliata".

La probabilità di rilascio, quindi, è la seguente:

$$\frac{1}{2}\times 1+\frac{1}{2}\times\frac{11}{23}$$

quasi il 74%.

Esercizio 12 (7 punti) Salita

Arrivati all'enne-simo gradino rimangono alle spalle ***(n-1)*** o ***(n-2)*** gradini a seconda del passo effettuato.

Se si indica u_n il numero di modi per raggiungere l'enne-simo gradino risulta $\boxed{u_n = u_{n-1} + u_{n-2}}$.
Inoltre, $u_1 = 1$ e $u_2 = 2$, da cui

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	**13**
u_n	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233	**377**

(*Successione di Fibonacci*)

Esercizio 13 (10 punti) Telescopico

Quando il bicchiere richiudibile è aperto, si dimostra tramite il teorema di Talete che ogni elemento ricopre un quarto dell'altezza del precedente.
L'altezza interna del bicchiere è, pertanto, di 80 mm.
Per stimare la capacità si può assimilare il bicchiere a un tronco di cono e applicando la formula

$V \approx \frac{\pi \times 80}{3}\left(15^2 + 15 \times 35 + 35^2\right)$ ≈ **165 457 mm^3**

Si ottiene ***V*** **≈ 165 cm^3**.

(Il calcolo più accurato nelle sezioni darebbe come risultato 164 703 mm^3)