

Matematiikka Ilman Rajoja – Suomi

maaliskuu 2012

- Kilpailun aikana ei saa käyttää kännyköitä.
- Kirjoita jokainen ratkaisu omalle paperilleen.
- Kaikista ratkaisuista, myös keskeneräisistä, voi saada pisteitä.
- Kilpailuaika on 2 tuntia.

Tehtävä 1. Epäilemättä

7 pistettä

Sinun tulee vastata tähän kysymykseen ranskaksi, englanniksi tai espanjaksi.

Laszlo a envoyé un SMS à Nicole:

«Je suis sûr que dans ton village, on peut trouver deux personnes qui ont leur anniversaire le même jour.

- Evidemment, répond Nicole, puisque tu sais qu'il y a plus de 400 habitants dans mon village ! J'ai lu que chez toi, en Hongrie, il y a près de 10 millions de téléphones mobiles. Ainsi, je suis sûre que l'on peut trouver deux Hongrois qui ont leur anniversaire le même jour et qui en plus utilisent le même code PIN pour leur téléphone mobile.

- Evidemment, répond Laszlo, puisque tu sais qu'un code PIN comporte 4 chiffres.»

Expliquer les raisonnements de Laszlo et de Nicole.

Laszlo has just texted Nicole: "I'm sure that in your village you can find two people who have their birthday on the same day."

"Obviously", replies Nicole, "when you know that there are more than 400 people living in our village! I've read that in Hungary, your own country, there are more than 10 million mobile phones. So I'm certain that you could find 2 Hungarians who have their birthday on the same day and also have the same PIN for their mobile phone."

"Obviously", replies Laszlo, "when you know that a PIN code has 4 digits."

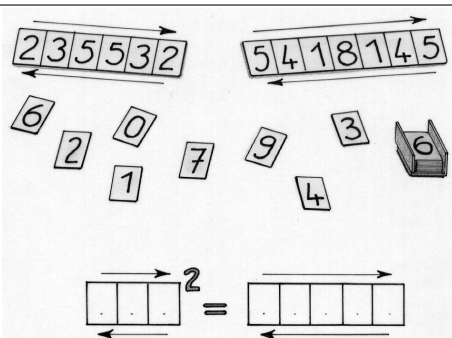
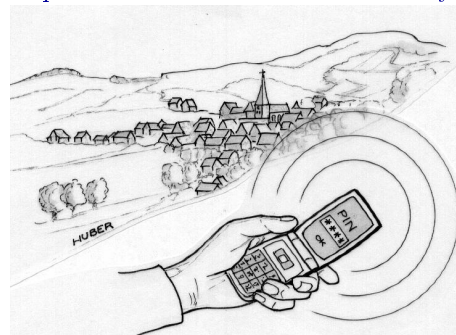
Explain the logic of Laszlo and Nicole's argument.

Laszlo ha mandado un SMS a Nicole: «Estoy seguro de que en tu pueblo, podemos encontrar dos personas que cumplan años el mismo día.

-Claro, contesta Nicole, ¡como sabes quemi pueblo tiene más de 400 habitantes! He leído que en tu país, en Hungría, Hay cerca de 10 millones de teléfonos móviles. Por lo tanto, estoy segura que podemos encontrar dos húngaros que cumplan años el mismo día y que además utilizan el mismo código PIN para sus móviles.

- Claro, contesta Laszlo, porque sabes que un código PIN tiene 4 cifras.»

Explica los razonamientos de Laszlo y de Nicole.

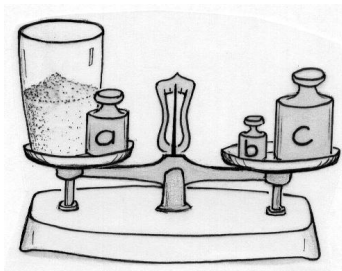


Tehtävä 2. Ei koskaan pariton tai parillinen?

5 pistettä

Kokonaisluku on palindromi, jos se on sama luettuna oikealta vasemmalle ja vasemmalta oikealle. Esimerkiksi 235 532 ja 5 418 145 ovat palindromeja.

Etsi suurin viisinumeroinen palindromi, joka on myös jonkin kolminumeroisen palindromin neliö. Perustele vastauksesi.



Tehtävä 3. Punnukset

7 pistettä

Käytettävissä on orsivaaka ja kolme punnusta. Punnusten painot ovat kokonaislukuja a , b ja c kilogrammoina.

Näiden kolmen punnuksen avulla voidaan mitata kaikki tasakilot 13 kilogrammaan saakka.

Mitkä ovat punnusten painot a , b ja c ?

Esitä selvästi, miten kaikki 13 punnitusta tehdään.

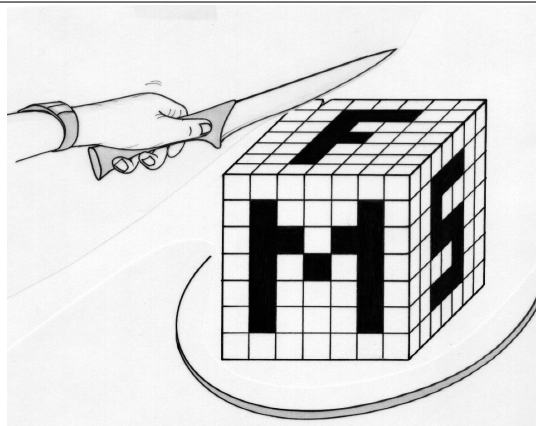
Tehtävä 4. Näyttöllä

5 pistettä

Näyttöllä näet jalkapalloilijan, joka on potkaisemassa kohti näyttöä, jossa näet jalkapalloilijan, joka...

Piirrä vastauspaperille 16 cm x 9 cm kokoinen näyttö ja siihen myös kaksi muuta näyttöä. Piirrä kuva jalkapalloilijasta ja pallosta selvästi näyttölle. Pidä mittasuhteet samoina piirtämässäsi kuvassa kuten ne ovat annetussa kuvassa.

Piirretyn jalkapalloilijan kuvan laatu ja taiteellisuus eivät vaikuta pisteisiin.



Tehtävä 5. Kuution paloittelu

7 pistettä

Kuvan isossa kuutiosta jokainen pikkukuutiorivi, joka päättyy mustaan pikkukuutioon, sisältää pelkästään mustia pikkukuutioita. Kaikki muut pikkukuutiot ovat valkoisia. Ison kuution jokaisesta kuudesta tahkosta leikataan pois yksi pikkukuutiokerros.

Piirrä perspektiivikuva kuutiosta leikkauksen jälkeen samassa asennossa. Kuinka monta valkoista pikkukuutiota tässä uudessa kuutiosta on? Perustele vastauksesi.

Tehtävä 6. Täsmälliset tölkit 5 pistettä

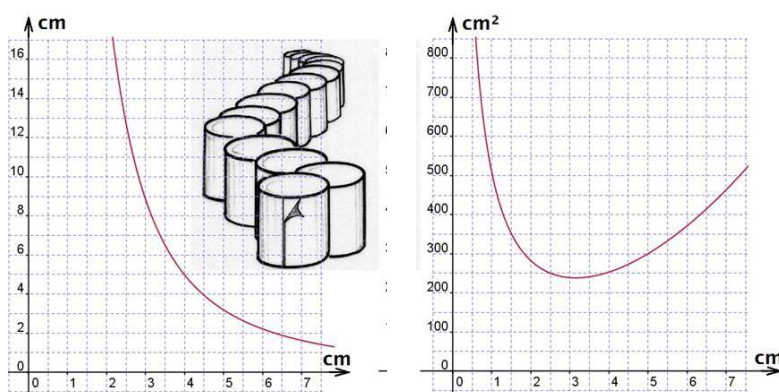
Tehdas haluaa valmistaa suuria määriä alumiinitölkejä. Tölkkien tulee olla tietyn tilavuuden omaavia sylintereitä.

Käyrä 1 osoittaa halutulle tilavuudelle tölkin korkeuden sen säteen funktiona.

Käyrä 2 osoittaa halutun tölkin pinta-alan säteen funktiona.

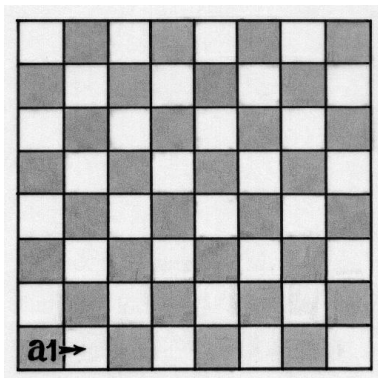
Ratkaise käyrien perusteella hyvä arvio tölkin mitoilte niin, että käytetään mahdollisimman vähän alumiinia.

Suunnittele etiketti, joka sopii tarkalleen tölkin kaarevalle pinnalle.



Käyrä 1

Käyrä 2



Tehtävä 7. Sinne ja takaisin

7 pistettä

Ruudukkoon piirretään polku ruudusta ruutuun. Polun pitää lähteä ruudusta $a1$ ja palata samaan ruutuun. Polun pitää kulkea jokaisen ruudun kautta täsmälleen yhden kerran.

Ruudusta voi siirtyä vain viereiseen ruutuun vaaka- tai pystysuunnassa. Liikkuminen viistottain on kiellettyä.

Piirrä tällainen polku 8×8 ruudukkoon.

Kun yritetään samaa erilaisiin ruudukoihin, isompiin tai pienempiin, huomataan, että kaikkiin ruudukoihin ei ole mahdollista tehdä tällaista polkua.

Onko mahdollista 17×17 ruudukkoon piirtää tällainen polku? Todista vastauksesi.

Tehtävä 8. Neljä kertaa yhdeksän

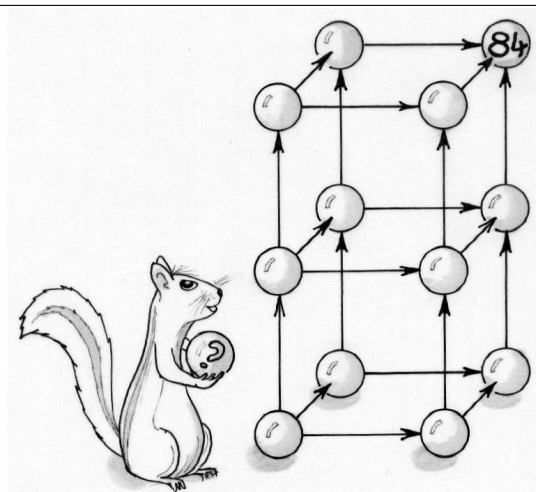
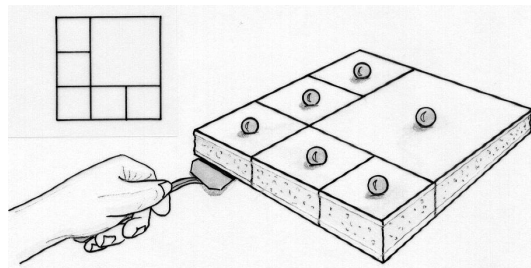
5 pistettä

Tässä on yksi tapa jakaa neliö kuuteen pienempään neliöön.

Nyt haluat jakaa neliön yhdeksään pienempään neliöön.

Jos kahdessa jaossa palat vastaavat toisiaan, mutta ovat vain eri järjestyksessä, jaot tulkitaan samoiksi.

Esitä neljä eri tapaa jakaa neliö yhdeksäksi pienemmäksi neliöksi.



Tehtävä 9. Nuolen lento

7 pistettä

Sinun tulee laittaa diagrammin jokaiseen palloon numero seuraavan säännön mukaisesti :

Kun nuoli lähtee pallosta a mennäkseen pallon b , tällöin b on a :n kerannainen.

Piirrä diagrammi vastauspaperillesi. Täydennä se käyttäen kokonaislukuja. Voit käyttää yhtä numeroa vain kerran.

Tehtävä 10. Kolmiopalapeli

10 pistettä

Voit tehdä neljästä tasakylkisestä kolmiosta isomman tasakylkisen kolmion, jos liität ne yhteen aivan kuten palapelin.

Osoittaaksesi miten tämä toimii sinun tulee piirtää :

- Tasakylkinen kolmio, jonka kantakulmat on α astetta ja kanta x cm.
- Tasakylkinen kolmio, jonka kantakulmat on α astetta ja tasakyljet x cm.
- Kaksi tasakylkistä kolmiota, joiden kärkien kulma on α astetta ja tasakyljet x cm.

Valitse terävä kulma α ja pituus x . Piirrä ja leikkaa tarvittavat neljä tasakylkistä kolmiota. Liitä saamasi palapelin ratkaisu vastauspaperillesi. Osoita, että olipa valitut terävä kulma α ja pituus x mitkä tahansa, voit aina tehdä kolmion ja se on aina tasakylkinen.

