Matematica Senza Frontiere

Proposta di soluzioni
Accoglienza 2010-2011

Esercizio 1 (7 punti) In scena!

La soluzione deve essere redatta in tedesco, inglese, spagnolo o francese con un minimo di 30 parole.

Se i 40 ragazzi che preferiscono il teatro sono ripartiti in ragione di 3 per tenda nelle 13 tende (e un altro altrove), si avranno 13 scene teatrali e soltanto 7 canzoni presentate.
Ma se sono ripartiti in ragione di 2 per tenda in ciascuna delle 20 tende, non saranno in maggioranza in ciascuna tenda e ci saranno 20 canzoni presentate nella serata d'addio.

Esercizio 2 (5 punti) Idee ordinate

Ecco l'unica soluzione:

3		4		5		2		1
						∧		
1		2		3		4		5
						∨		∨
2		5		1	<	3		4
								∨
5		3		4		1	<	2
∨								∧
4	>	1		2		5	>	3

Esercizio 3 (7 punti) Economizziamo!!

In tutto si sono utilizzati 18 mm di candele, quindi le 9 età festeggiate sono tutte numeri a due cifre.
La candela 0 non è stata utilizzata perciò in questi tre anni non cambia alcuna cifra delle decine.
La 1 è usata 3 volte, ma la 2 e la 0 non sono state usate quindi 1 è una cifra delle decine.
Siccome la 3 è usata 7 volte essa è per forza usata 6 volte come cifra delle decine ==>

(**13, 14, 15 ; 34, 35, 36 ; 35, 36, 37)**

Le terne (14, 15, 16 ; 33, 34, 35 ; 35, 36, 37) e (15, 16, 17 ; 33, 34, 35 ; 34, 35, 36) non sono coerenti al testo in quanto, essendoci una sola candela « 3 », nessuna data di compleanno può essere 33 e pertanto vanno escluse.

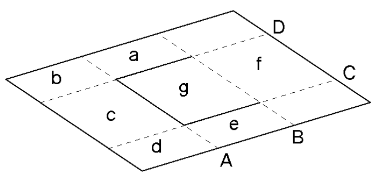
Al prossimo compleanno Francesco soffierà le candele «1» e «6»

Esercizio 4 (5 punti) Sottosopra

Sono possibili altre soluzioni. Sul sito http://www.youtube.com/watch?v=k_6L7kQdLPU si può trovare il video di un'altra soluzione.

Dato che la mano non può passare nel buco bisognerà sforzarsi di far passare il foglio!

- Passare le parti **a, b, c, d, e** sotto secondo la piegatura B.
- Passare le parti **a** e **b** sopra **g** ed **f** secondo la piegatura D e le parti **d** ed **e** sopra **g** ed **f** secondo la piegatura C.
- Passare la parte **c** su **f** secondo la piegatura A.
- Passare la parte **c** sulla mano secondo la piegatura B.
- Aprire le parti **a** e **b** (piegatura D) e **d** ed **e** (piegatura C).
- Far passare le parti **b, c, d** sopra la mano (piegatura A).



Esercizio 5 (7 punti) Quadrobontà

Si potrà trovare la soluzione per tentativi.
Siano ***x*** il numero di caramelle alla fragola e **y** il numero di caramelle al limone.
L' enunciato porta a:

$$\mathbf{14x + 5y = 500}$$

e

***x + y* è un quadrato perfetto**

Poichè **x** e **y** sono interi, si capisce che **x** è necessariamente multiplo di 5 ed, essendo x>0 e y>0, la ricerca si riduce a un numero limitato di casi:

x	***y***	***x + y*** quadrato?
5	86	No
10	72	No
15	58	No
20	**44**	**si**
25	30	No
30	16	No
35	2	No

Quindi la soluzione è: **20 caramelle alla fragola e 44 caramelle al limone.**

Esercizio 6 (5 punti) Più o meno verso il 2010

Sia x la somma dei numeri a cui non cambiare il segno e y la somma dei numeri a cui cambiarlo.

$$\begin{cases} x+y=5050 \\ x-y=2010 \end{cases}$$ da cui $y = 1\,520$

Per avere il minimo dei segni « - » si cambieranno i segni dei numeri più grandi.
Da 86 a 100 ci sono 15 numeri, ora 86 + … + 100 < 15 × 100
Da ciò, un primo tentativo dà 85+86+…+100 = 1480.
Bisognerà ancora cambiare il segno di 40, in totale **17 cambiamenti di segno.**

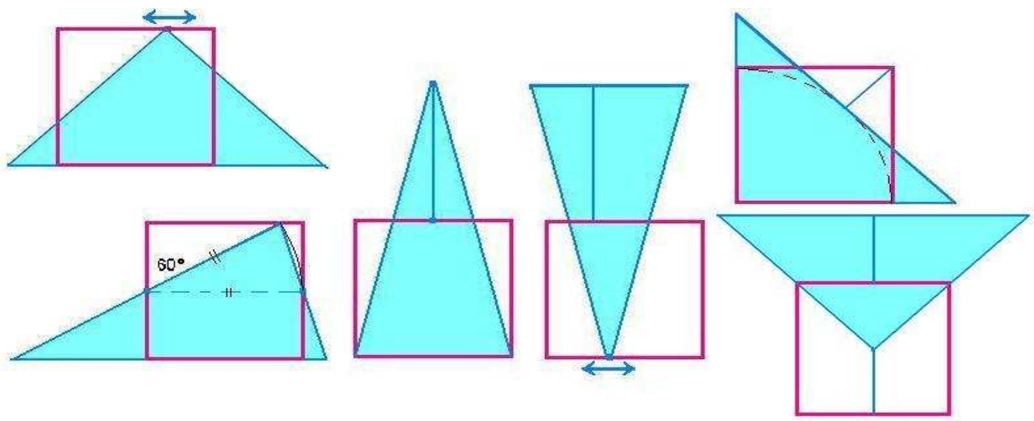
N.B. Ci sono altre soluzioni con 17 cambiamenti di segno.

Esercizio 7 (7 punti) Ma l'oro dov'è?

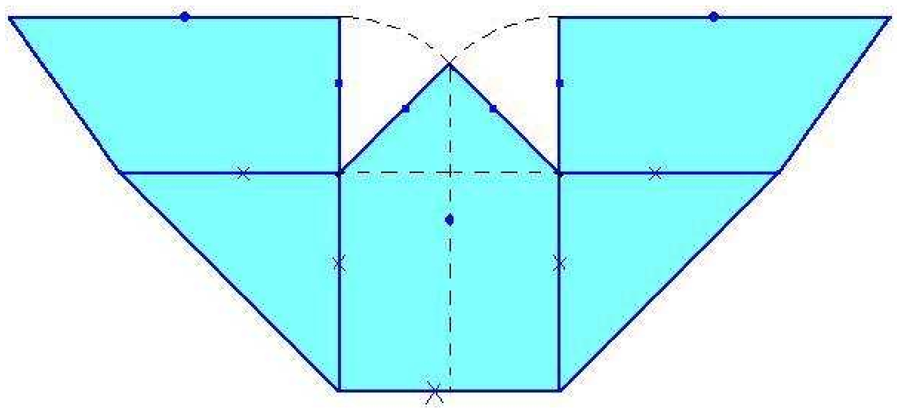
La prima frase non può essere vera altrimenti l'oro sarebbe nel primo baule (1), subito si ricava che l'oro non può essere né in (1), né in(2) né in (3).
Allora l'affermazione tre è falsa, quindi il bronzo si trova in (3);
l'affermazione quattro è pure falsa altrimenti il (3) conterrebbe il nickel;
quindi l'oro non può trovarsi che nel (5); il platino nel (4);
l'argento non è in (1), quindi è nel (2).
Concludendo:**1 : Nickel – 2 : Argento – 3 : Bronzo – 4 : Platino – 5 : Oro.**

Esercizio 8 (5 punti) Dal quadrato al triangolo

Ecco 6 soluzioni che danno 3 triangoli isosceli di dimensioni differenti. La quarta è una variante della precedente. Come per la prima, il vertice può appartenere al lato.
N.B. La partizione del quadrato secondo le sua diagonale corrisponde al limite della prima soluzione, ma dà solo due pezzi.



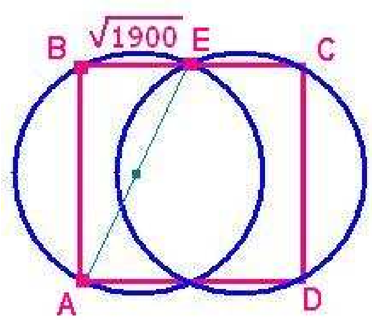
Esercizio 9 (7 punti) Abbaino



N.B. il modello in figura non è nella scala richiesta.

Esercizio 10 (10 punti) Si scopre o si ricopre?

Un possibile procedimento:



I quattro vertici del tavolo devono essere ricoperti, ma una tovaglia non può ricoprire due vertici opposti. Ogni tovaglia dovrà ricoprire due vertici consecutivi. la disposizione ottimale è dunque la seguente:
La tovaglia di sinistra tocca in A e B e la sua circonferenza incontra il lato BC del quadrato in E.
ABE è rettangolo, i punti A e E sono gli estremi del diametro.
Per il teorema di Pitagora: **BE =** $\sqrt{1900}$ ≈ **43,588..cm < 45 cm.**

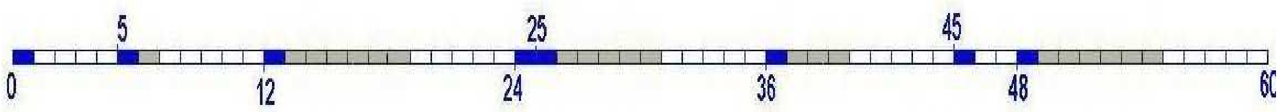
Dunque è impossibile un ricoprimento totale.

SPECIALE TERZE

Esercizio 11 (5 punti) In cima?

Considerando la corsa come una grande salita seguita da una grande discesa, si può verificare l'impossibilità di arrivare a quota 2 800 m.
Per raggiungere 2 800 m sarebbero necessarie 2h 40min e, per scendere a 1 800 m, 50 minuti.
Ora 3h 24min < 3h 30min.
Si può anche calcolare l'altezza massima a cui Stefania arriva: 2 760 m.

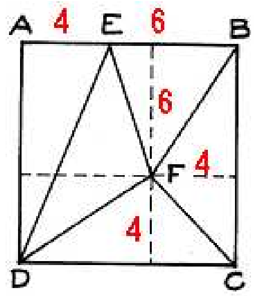
Esercizio 12 (7 punti) Aleabus



La durata dell'attesa è di 11 min se Emilia si presenta alla pensilina a :13 oppure a :49 quando l'autobus è appena passato. **Questo è il valore massimo.**
La durata dell'attesa dipende dal momento in cui arriva alla fermata nell'intervallo [0;60). Nel grafico si è rappresentato in giallo (grigio chiaro) l'insieme dei momenti per cui l'attesa sarà superiore a 5 min.
Si tratta di 5 intervalli di durata totale di 21 min.

La probabilità, per Emilia di aspettare più di 5 min è *P* = $\frac{21}{60} = \frac{7}{20}$ = 0,35.

Esercizio 13 (10 punti) In parti uguali?



L'area del quadrato ABCD di lato 10 cm è 100 cm².
Ogni triangolo dovrà avere area di 20 cm².
Affinché AED abbia un' area di 20 cm², bisogna che AE = 4 cm.
Affinché BCF e DCF abbiano ciascuno un'area di 20 cm², bisogna che F si trovi a 4 cm da BC e da DC.
Ma allora l'area di EBF = $\frac{6\times 6}{2}$ = 18 cm².
La partizione proposta è dunque impossibile.

Generalizzando: la partizione di un quadrato in 5 triangoli equivalenti è impossibile.