

Matematica Fără Frontiere

Competitie 2007-2008

26 februarie 2008

- Pentru toate exercițiile în afară de numerele 2,3,4 și 7, sunt necesare explicații, justificări sau ilustrații.
- Va fi examinată fiecare soluție, chiar parțială.
- Se va ține cont de acuratețe.
- Fiecare foaie – răspuns trebuie să fie folosită pentru un singur exercițiu pentru care trebuie să fie prezentată o singură soluție; în caz contrar exercițiul va fi anulat

Exercițiul 1 — (7 puncte)

Rezolvarea exercițiului 1 trebuie să fie redactată în limba aleasă nu mai mult 30 cuvinte.

Forza, scappiamo!

La nuit est noire et sans lune. Juliette, Romain, Antoine et Sophie sont poursuivis par de dangereux brigands. Pour échapper à leurs poursuivants ils doivent franchir un précipice en passant sur une passerelle en très mauvais état. Elle supporte le poids de deux personnes au maximum. Il faut absolument un éclairage pour traverser. Les quatre amis ne disposent que d'une seule lanterne qui s'éteindra dans une demi-heure.

Juliette est rapide : elle est capable de traverser la passerelle en une minute. Romain a besoin de deux minutes pour cette traversée. Antoine est lent, il lui faut dix minutes. Sophie est encore plus lente, vingt minutes lui sont nécessaires.

Si deux amis traversent ensemble, ils avanceront au rythme du plus lent.

Tous les quatre ont réussi à traverser en moins de trente minutes.

Expliquer leur stratégie.

It is a dark and moonless night. Juliet, Rob, Tony and Sophie are being chased by dangerous bandits. In order to escape they have to cross a precipice on a footbridge which is in a very bad state. It can hold the weight of two persons only.

A light is absolutely needed to cross. The four friends have only got one lantern which will go out in half an hour.

Juliet is quick; she can cross the footbridge in one minute. Rob needs two minutes to do that. Tony is slow: ten minutes will be necessary. Sophie is even slower: she will need twenty minutes. If two friends cross together, they will move according to the rhythm of the slowest.

The four of them managed to cross in less than thirty minutes.

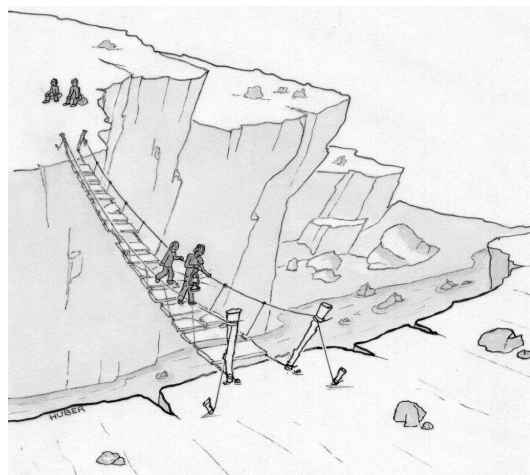
Explain their strategy.

Die Nacht ist schwarz und ohne Mond. Juliette, Romain, Antoine und Sophie werden von gefährlichen Räubern verfolgt. Um ihnen zu entkommen, müssen sie mit Hilfe eines Stegs einen Abgrund überwinden. Der Steg ist in sehr schlechtem Zustand und hält höchstens das Gewicht von zwei Personen aus. Für die Überquerung braucht man unbedingt eine Beleuchtung. Die vier Freunde besitzen nur eine einzige Laterne, die in einer halben Stunde erlischt.

Juliette ist schnell: Sie schafft es den Steg in einer Minute zu überqueren. Romain braucht zwei Minuten für die Überquerung. Antoine ist langsam, er braucht dafür zehn Minuten. Sophie ist noch langsamer, sie benötigt zwanzig Minuten.

Wenn zwei Freunde gemeinsam hinübergehen, dann kommen sie im Rhythmus des langsamsten voran. Alle vier haben es in weniger als dreißig Minuten geschafft hinüberzugehen.

Erklärt ihre Strategie.



La noche es oscura y sin luna. Julieta, Román, Antonio y Sofía están perseguidos por unos bandidos. Para escaparles, tienen que franquear un precipicio pasando por una pasarela en muy mal estado. Soporta el peso de dos personas como máximo.

Se necesita absolutamente una luz para poder cruzar. Los cuatro amigos sólo tienen una linterna que se apagará dentro de media hora.

Julieta es rápida, es capaz de pasar la pasarela en un minuto.

Román necesita dos minutos para pasar. Antonio es más lento, necesita diez minutos.

Sofía es todavía más lenta, necesita veinte minutos.

Si dos amigos pasan juntos, avanzarán al ritmo del más lento.

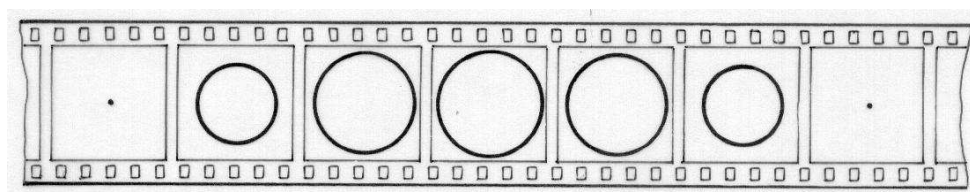
Los cuatro llegaron a pasar en menos de treinta minutos.

Explica su estrategia.

Exercițiul 2 — (5 puncte)

O lume plată

Flatland este o lume cu două dimensiuni. Când o sferă traversează această lume locuitorii ei observă

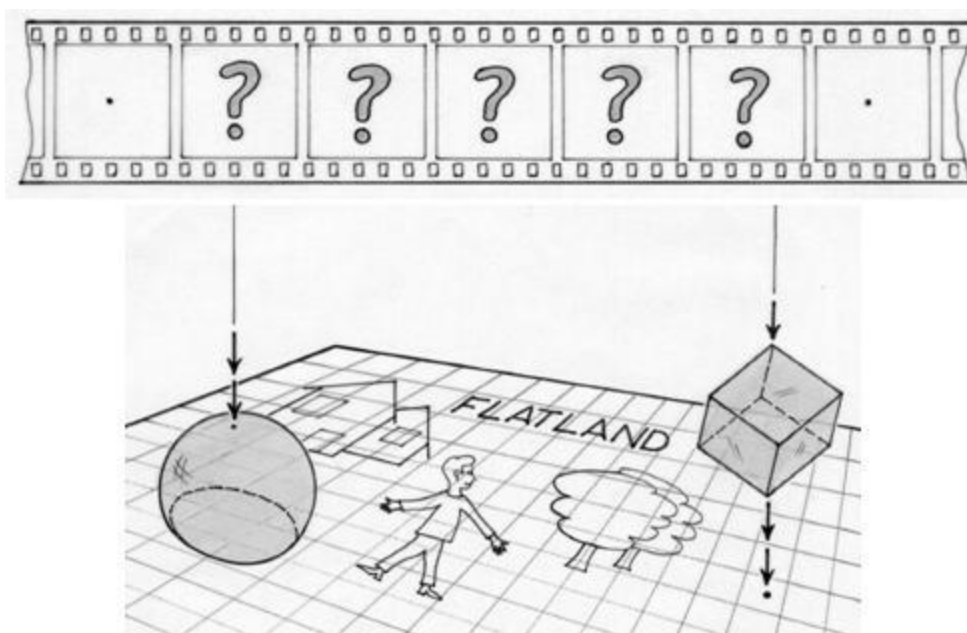


fenomenul reprezentat pe pelicula reprodusă aici.

Cele 7 imagini, reluate la intervale de timp regulate, arată niște secțiuni ale sferei.

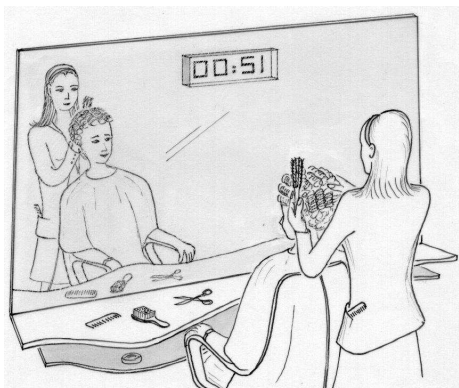
Intr-o zi un cub traversează din întâmplare Flatland.

Se prezintă cu unul din vârfurile sale și se deplasează, cu viteză constantă, de-a lungul axei ce corespunde diagonalei care iese din acest vârf. Axa este perpendiculară pe Flatland.



Completați în mod analog secvența trecerii cubului prin Flatland..

Exercițiul 3 — (7 puncte)



Reflexie

Roza, mereu cu capul puțin în nori, se pierde în gândurile ei în timp ce coafeza se ocupa de coafura ei.
Dintr-o dată ridică ochii să se uite la ceas și spune:
“Vai, e târziu....” Dar puțin după aceea Roza înțelege neatenția ei: a confundat ora efectivă a ceasului cu imaginea acestuia reflectată în oglinda salonului, gresind cu zece minute.
Ceasul este digital și vizualizează orele de la 00.00 la 23.59.
Cifrele posibile sunt: 0123456789

La ce ora s-a uitat Roza la ceas?

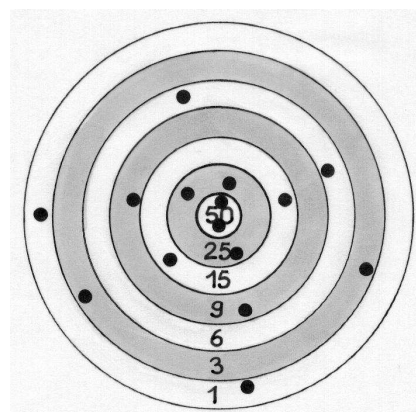
Indicați alte ore pentru care cadranul ceasului și reflexul lui în oglinda dau o diferență de zece minute.

Exercițiul 4 — (5 puncte)

Tragere la tinta

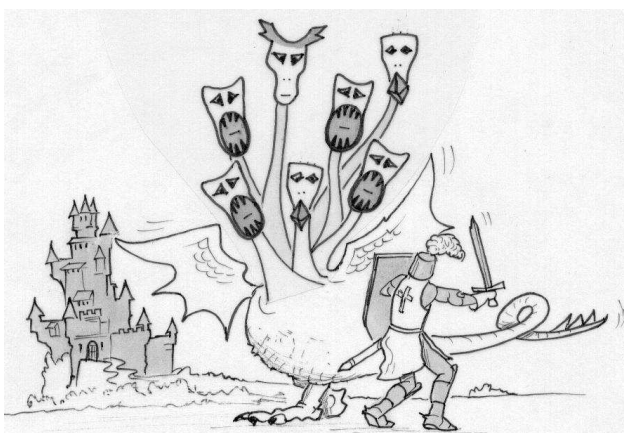
Trei arcași au efectuat 5 trageri fiecare pe această țintă.
Se pot vedea gaurile lăsate de săgeți.
Cei trei arcași au terminat partida la egalitate.

Inregistrați cum sunt împărțite punctele obținute de fiecare din cei trei arcași.



Exercițiul 5 — (7 puncte)

Lovituri cu capul



După numeroase acte de vitejie, curajosul cavaler trebuie să mai omoare un balaur policefal înainte de elibera printesa.

Balaurii din această specie au 7 capete care pot fi de trei tipuri: cap – cioc, cap – ureche și cap- gât. Cu o singură lovitură de spadă cavalerul poate tăia un cap sau două.

Dacă taie un cap sau două de același fel, ele cresc imediat la loc ; dar dacă taie simultan două capete de tip diferit, va crește la loc numai un cap de al treilea tip. De exemplu, dacă taie un cap- ureche și un cap – cioc, crește din nou numai un cap – gât.

Balaurul moare când rămâne cu un singur cap.

Poate fi omorât balaurul reprezentat în imaginea alăturată?

Motivați răspunsul .

Care sunt balaurii policefali ce nu pot fi ucisi?

Exercițiul 6 — (5 puncte)

Operații de vot

Vizitând blogul prietenei sale Maria, Giulio observă că vizitatorii sunt invitați să-și exprime părerea despre blog cu un vot.

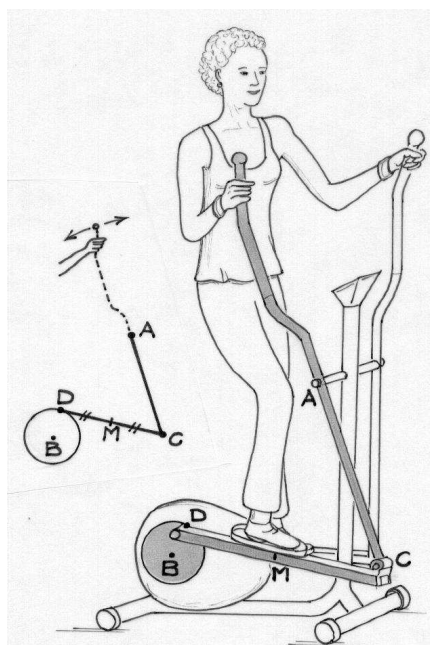
Un mesaj indică media voturilor adusa la zi. Lui Giulio îi place mult blogul și hotărăște să dea ca notă media la care va adăuga un punct.

Dupa ce evaluează blogul, pagina internet calculează noua medie automat. Giulio constată că media a crescut cu 0.02 puncte. Se întreabă deci câte persoane au votat înaintea lui.

Calculați numărul de clienți care au votat blogul Mariei înainte de Giulio.

Exercițiul 7 — (7 puncte)

Un efort susținut



Doamna care folosește această “bicicleta de apartament” acționează pârghiile în jurul unei axe fixe A, înainte și înapoi. Aceste pârghii sunt în legătura cu două suprafețe pe care se sprijină picioarele și care produc rotația unui disc greu. Imaginea va arăta mecanismul: punctele A și B sunt fixe, punctul D se deplasează cu cercul din centrul B segmentale AC și DC sunt mobile și au o lungime constantă.

Reproduceți pe foaia – răspuns figura cu următoarele dimensiuni:

$AB = 10 \text{ cm}$ $AC = 10 \text{ cm}$ $DC = 5 \text{ cm}$ $BD = 3 \text{ cm}$

Trasați punct după punct curba pe care o descrie punctul mediu M al segmentului DC când punctul D descrie un cerc complet în jurul lui B.

Exercițiul 8 — (5 puncte)

Cresteți și multiplicați-va !

Pentru o cercetare despre reproducerea microorganismelor, Aurelia alege trei feluri de bacterii indicate cu literele A, B și C.

La început numărul bacteriilor de cele trei tipuri este același.

Apoi însă,

numărul bacteriilor A se va dubla la fiecare 2 ore;

numărul de bacterii B se va triplica la fiecare 3 ore

numărul de bacterii C se va quintupla la fiecare 5 ore;

Care este specia a carei populații se va dezvolta cel mai repede?

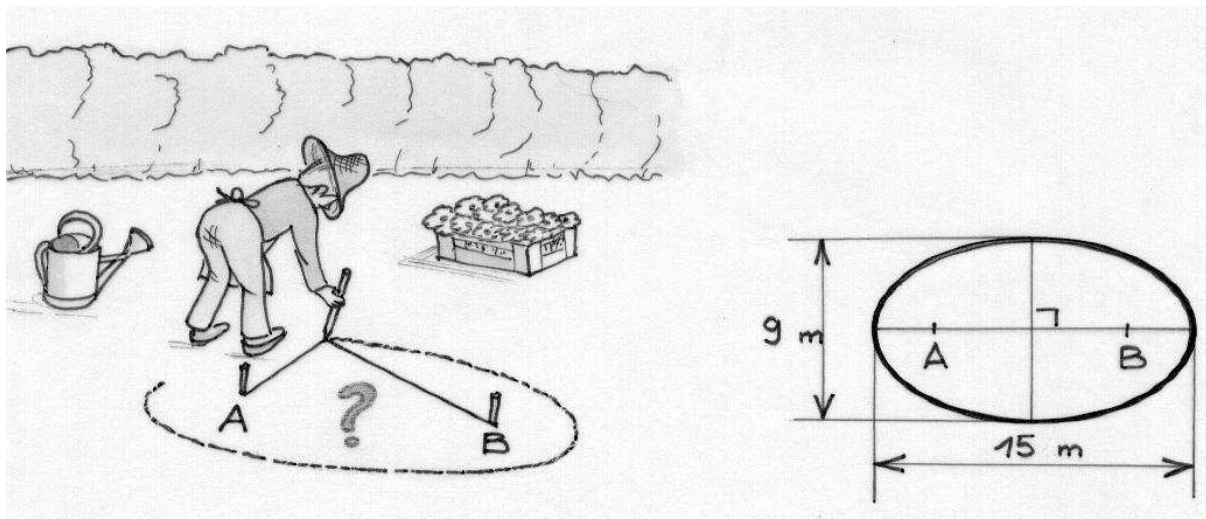
Care este cea mai lentă?

Motivați răspunsul.

Exercițiul 9 — (7 puncte)

Cu o sfoara

Pentru a trasa o elipsă Magdalena fixează doi țarusi în A și B.
Fixează o extremitate a unei funii pe țarusul A și cealaltă extremitate pe țarusul B.
Apoi trage sfoara cu un bețisor, deplasează bățul menținând sfoara întinsă și mergând în jurul celor doi țarusi.
Bețisorul ei trasează o elipsă pe teren.



Axa mare a elipsei este segmentul ale cărei extremități aparțin elipsei și trece prin punctul mediu al segmentului AB față de care este perpendicular.
Magdalena a trasat o elipsă ale cărei axe măsoară respectiv 15 și 9 m.

Care este lungimea sforii și care este distanța între A și B?

Motivați răspunsul.

.

Exercițiul 10 — (10 puncte)

În echipă

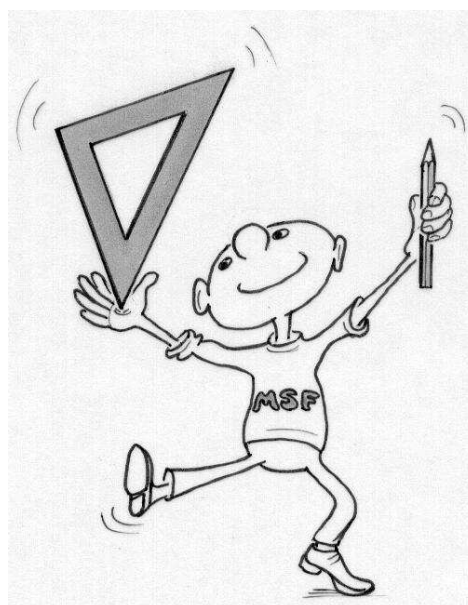
Simion are la dispoziție un echer de 45 de grade fără grade și un creion.

Trasează conturul echerului său și a desenat astfel un triunghi dreptunghi isoscel.

Cu echerul și cu creionul Simion reușește să traseze baricentrul și centrul înscris în acest triunghi. Bravo, Simion!
Descrieți o metodă de construcție pentru fiecare din aceste două centre cu instrumentele lui Simion.

Motivați răspunsul..

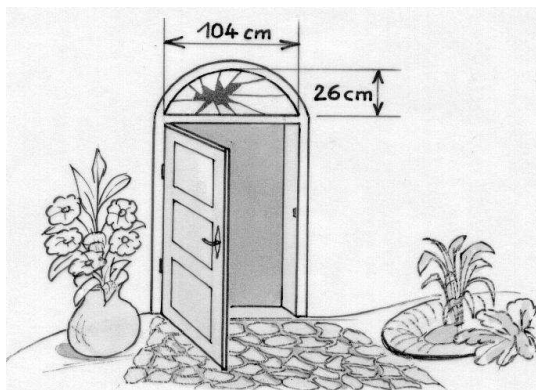
.



Speciale terze

Exercițiul 11 — (5 puncte)

Geamul spart



Eliza trebuie sa înlocuiasca geamul spart deasupra usei de la intrare. Acest geam este delimitat de un segment de 104 cm lungime si de un arc de circumferință. Înălțimea geamului care trebuie înlocuit este de 26 cm. Pentru a taia noul geam pe care Eliza i l-a cerut, geamgiul are nevoie sa cunoască raza arcului de circumferință.

Calculați aceasta rază.

Exercițiul 12 — (7 puncte)

Pentru o suta de varste

Intr-un oras de 5000 de locuitori își au resedința numai tineri si bătrâni. Dar 20% din tineri se consideră batrâni si 10% din bătrâni se consideră tineri. Ceilalti se consideră ceea ce sunt. Tuturor cetățenilor din acest ciudat oras li se pune aceeași întrebare: "Ești un om bătrân?"
34% din locuitori raspunde "da".

Câți tineri locuiesc in oras?

Motivați răspunsul.

Exercițiul 13 — (10 puncte)

Turlututu

Enrico construiește o pălărie de vrăjitoare punând unul peste altul două conuri de carton în asa fel încat axul lor sa coincidă. Primul con este obținut plecând de la un disc cu raza de 18 cm, tăind pe lungimea razei si suprapunând cartonul pe un unghi de 60 de grade. Pentru al doilea con folosește un disc cu aceeași rază, dar cu o suprapunere de 180 de grade.

Calculați înălțimea fiecarui con, înălțimea totală a pălăriei cu o aproximație de 1 mm si ilustrați calculul cu un desen.

