

Matematica Senza Frontiere

Competizione 2007-2008

26 febbraio 2008

- Per tutti gli esercizi, esclusi i numeri 2, 3, 4 e 7, sono richieste spiegazioni, giustificazioni o illustrazioni.
- Sarà esaminata ogni risoluzione, anche parziale.
- Si terrà conto dell'accuratezza.
- Ogni foglio-risposta deve essere utilizzato per un singolo esercizio per il quale deve essere riportata una sola soluzione, pena l'annullamento.

Esercizio 1 — (7 punti) soluzione da redigere nella lingua prescelta con un minimo di 30 parole

Forza, scappiamo!

■

La nuit est noire et sans lune. Juliette, Romain, Antoine et Sophie sont poursuivis par de dangereux brigands. Pour échapper à leurs poursuivants ils doivent franchir un précipice en passant sur une passerelle en très mauvais état. Elle supporte le poids de deux personnes au maximum.

Il faut absolument un éclairage pour traverser. Les quatre amis ne disposent que d'une seule lanterne qui s'éteindra dans une demi-heure.

Juliette est rapide : elle est capable de traverser la passerelle en une minute. Romain a besoin de deux minutes pour cette traversée. Antoine est lent, il lui faut dix minutes. Sophie est encore plus lente, vingt minutes lui sont nécessaires.

Si deux amis traversent ensemble, ils avanceront au rythme du plus lent.

Tous les quatre ont réussi à traverser en moins de trente minutes.

Expliquer leur stratégie.

■

It is a dark and moonless night. Juliet, Rob, Tony and Sophie are being chased by dangerous bandits. In order to escape they have to cross a precipice on a footbridge which is in a very bad state. It can hold the weight of two persons only.

A light is absolutely needed to cross. The four friends have only got one lantern which will go out in half an hour.

Juliet is quick; she can cross the footbridge in one minute. Rob needs two minutes to do that. Tony is slow: ten minutes will be necessary. Sophie is even slower: she will need twenty minutes. If two friends cross together, they will move according to the rhythm of the slowest.

The four of them managed to cross in less than thirty minutes.

Explain their strategy.

■

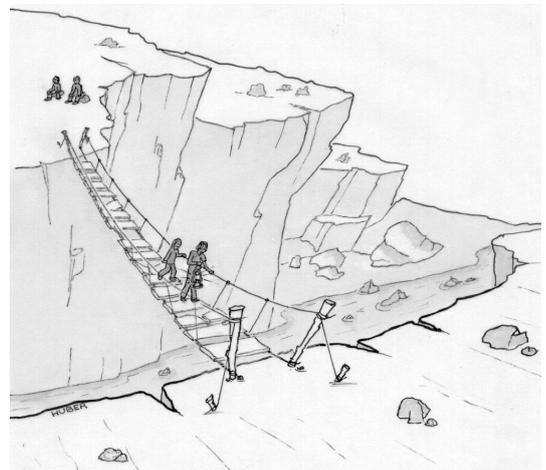
Die Nacht ist schwarz und ohne Mond. Juliette, Romain, Antoine und Sophie werden von gefährlichen Räubern verfolgt. Um ihnen zu entkommen, müssen sie mit Hilfe eines Stegs einen Abgrund überwinden. Der Steg ist in sehr schlechtem Zustand und hält höchstens das Gewicht von zwei Personen aus. Für die Überquerung braucht man unbedingt eine Beleuchtung. Die vier Freunde besitzen nur eine einzige Laterne, die in einer halben Stunde erlischt.

Juliette ist schnell: Sie schafft es den Steg in einer Minute zu überqueren. Romain braucht zwei Minuten für die Überquerung. Antoine ist langsam, er braucht dafür zehn Minuten. Sophie ist noch langsamer, sie benötigt zwanzig Minuten.

Wenn zwei Freunde gemeinsam hinübergehen, dann kommen sie im Rhythmus des langsamsten voran. Alle vier haben es in weniger als dreißig Minuten geschafft hinüberzugehen.

Erklärt ihre Strategie.

■



La noche es oscura y sin luna. Julieta, Román, Antonio y Sofía están perseguidos por unos bandidos. Para escaparles, tienen que franquear un precipicio pasando por una pasarela en muy mal estado. Soporta el peso de dos personas como máximo.

Se necesita absolutamente una luz para poder cruzar. Los cuatro amigos sólo tienen una linterna que se apagará dentro de media hora.

Julieta es rápida, es capaz de pasar la pasarela en un minuto.

Román necesita dos minutos para pasar. Antonio es más lento, necesita diez minutos.

Sofía es todavía más lenta, necesita veinte minutos.

Si dos amigos pasan juntos, avanzarán al ritmo del más lento.

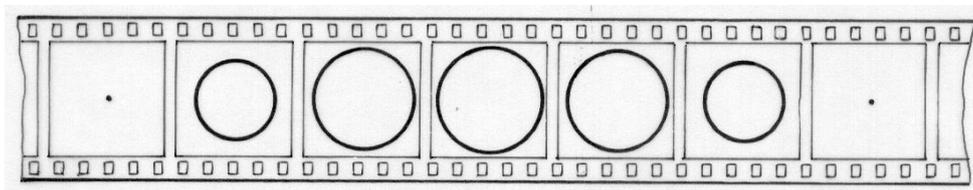
Los cuatro llegaron a pasar en menos de treinta minutos.

Explica su estrategia.

Esercizio 2 — (5 punti)

Un mondo piatto

Flatland è un mondo a due dimensioni. Quando una sfera attraversa questo mondo i suoi abitanti osservano



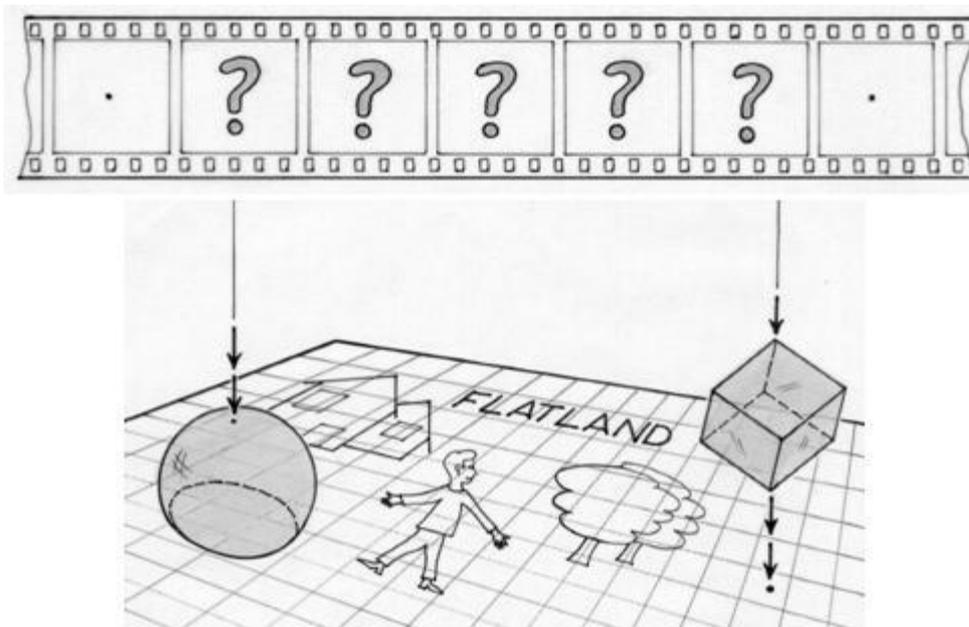
il fenomeno rappresentato nella pellicola qui riprodotta.

Le 7 immagini, riprese a intervalli di tempo regolari, mostrano delle sezioni della sfera.

Un giorno un cubo si trova ad attraversare Flatland.

Si presenta con uno dei suoi vertici e si sposta, a velocità costante, lungo l'asse individuato dalla sua diagonale uscente da tale vertice.

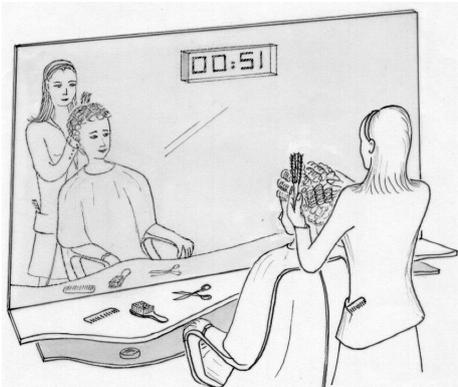
L'asse è perpendicolare a Flatland.



Completate in modo analogo la sequenza del passaggio del cubo attraverso Flatland

Esercizio 3 — (7 punti)

Riflessione



Rosa, sempre un po' con la testa tra le nuvole, si perde dietro ai suoi pensieri mentre la parrucchiera si occupa della messa in piega.

All'improvviso alza gli occhi per guardare l'orologio e dice: "Mammamia, sono in ritardo..."; ma poco dopo Rosa comprende la sua svista: ha confuso l'ora effettiva dell'orologio con la sua immagine riflessa nello specchio del salone e così si è sbagliata di 20 minuti.

L'orologio è digitale e visualizza le ore da 00:00 a 23:59.

Le cifre possibili sono 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9.

A che ora Rosa ha guardato l'orologio?

Indicate le altre ore per cui il display dell'orologio e il suo riflesso nello specchio danno una differenza di 20 minuti.

Esercizio 4 — (5 punti)

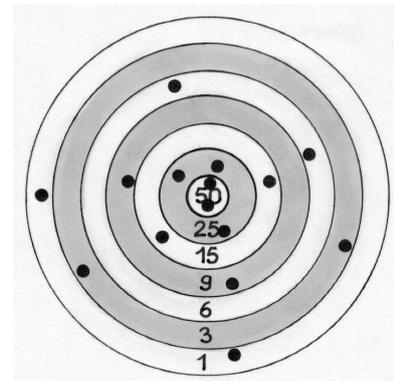
Tiro al bersaglio

Tre arcieri hanno effettuato 5 tiri ciascuno su questo bersaglio.

Si possono vedere i fori lasciati dalle frecce.

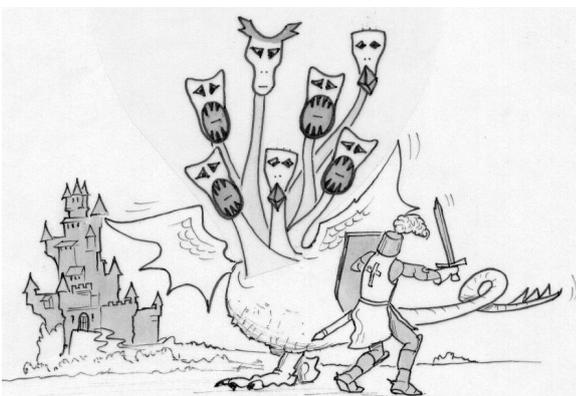
I tre arcieri hanno terminato la partita in parità.

Riportate la suddivisione dei punti ottenuti da ciascuno dei tre arcieri.



Esercizio 5 — (7 punti)

Colpi di testa



Dopo numerose imprese, il prode cavaliere deve ancora uccidere un drago policefalo prima di liberare la principessa.

I draghi di questa specie hanno 7 teste che possono essere di tre tipi: testa-becco, testa-orecchio, testa-gola. Con un solo colpo di spada il cavaliere può tagliare una o due teste.

Se taglia una o due teste identiche queste rispuntano subito; ma se taglia simultaneamente due teste di tipo diverso, ne rispunta solo una del terzo tipo. Per esempio, se taglia una testa-orecchio e una testa-becco rispunta una testa-gola.

Il drago muore quando rimane con una sola testa.

Si può uccidere il drago rappresentato in figura?

Motivate la risposta.

Quali sono i draghi policefali che non si possono uccidere?

Esercizio 6 — (5 punti)

Votazione

Visitando il blog della sua amica Maria, Giulio osserva che i visitatori sono invitati a dare il loro parere sul blog con un voto.

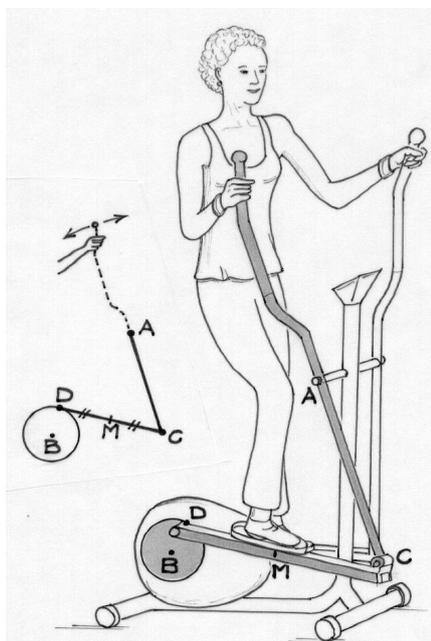
Un messaggio indica la media aggiornata dei voti. A Giulio piace molto il blog e decide di dare come voto la media aumentata di un punto.

Dopo la sua valutazione, la pagina internet si aggiorna automaticamente. Giulio constata che la media è aumentata di 0,02 punti. Si chiede allora quante persone hanno votato prima di lui.

Calcolate il numero di utenti che hanno votato il blog di Maria prima di Giulio.

Esercizio 7 — (7 punti)

Una bella sudata



La signora che usa questa "bici d'appartamento" aziona le leve intorno ad un asse fisso A, avanti ed indietro.

Queste leve sono collegate a due pedane su cui appoggiano i piedi e che fanno ruotare un disco pesante.

La figura mostra il meccanismo:

- i punti A e B sono fissi
- il punto D si sposta ~~su~~ con il cerchio di centro B
- i segmenti AC e DC sono mobili e hanno lunghezze costanti.

Riproducete sul foglio risposta la figura con le dimensioni seguenti:

AB = 10 cm AC = 10cm DC = 5 cm BD = 3 cm

Tracciate punto per punto la curva che descrive il punto medio M del segmento DC quando il punto D effettua un giro completo intorno a B.

Esercizio 8 — (5 punti)

Crescete e moltiplicatevi

Per una ricerca sulla riproduzione dei microrganismi, Aurelia si interessa a tre tipi di batteri indicati con le lettere A, B, C.

Al momento iniziale c'è lo stesso numero di batteri di ciascuna delle tre specie.

In seguito, però,

- il numero di batteri A raddoppierà ogni 2 ore
- il numero di batteri B triplicherà ogni 3 ore
- il numero di batteri C quintuplicherà ogni 5 ore.

Qual è la specie la cui popolazione si svilupperà più in fretta?

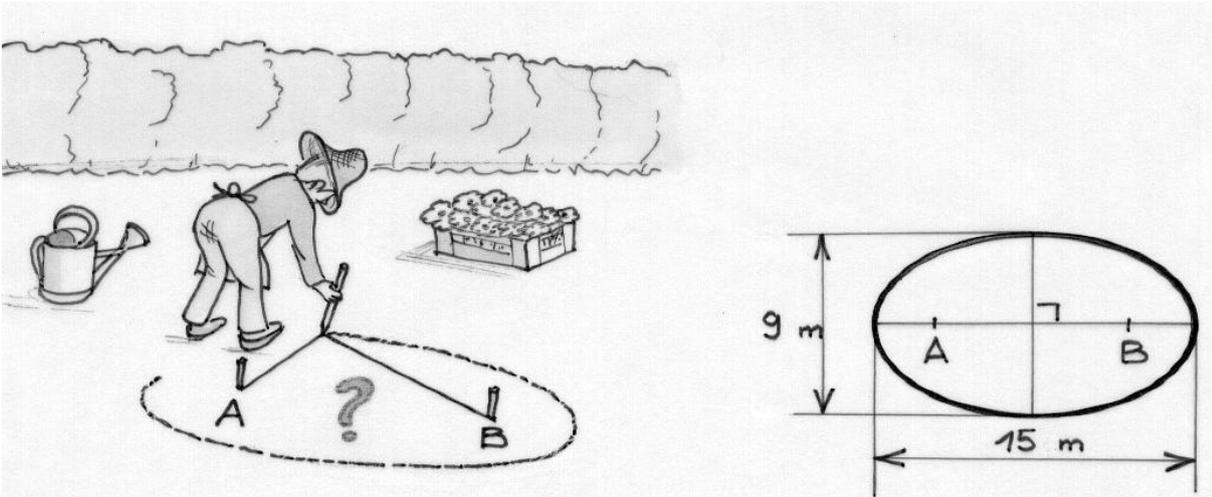
Quale la più lenta?

Motivate la risposta.

Esercizio 9 — (7 punti)

Con lo spago

Per tracciare una ellisse, Maddalena pianta due paletti in A e B.
Fissa una estremità di uno spago al paletto A e l'altra al paletto B.
Poi tira lo spago con un bastoncino, sposta il bastone mantenendo lo spago teso e girando intorno ai due paletti.
Il suo bastoncino traccia una ellisse sul terreno.
Osservate il disegno.



L'asse maggiore dell'ellisse è il segmento i cui estremi appartengono all'ellisse e passa per i punti A e B.
L'asse minore dell'ellisse è il segmento i cui estremi appartengono all'ellisse, passa per il punto medio del segmento AB ed è ad esso perpendicolare.
Maddalena ha tracciato una ellisse i cui assi misurano rispettivamente 15 m e 9 m.

Qual è la lunghezza dello spago e qual è la distanza fra A e B?

Motivate la risposta.

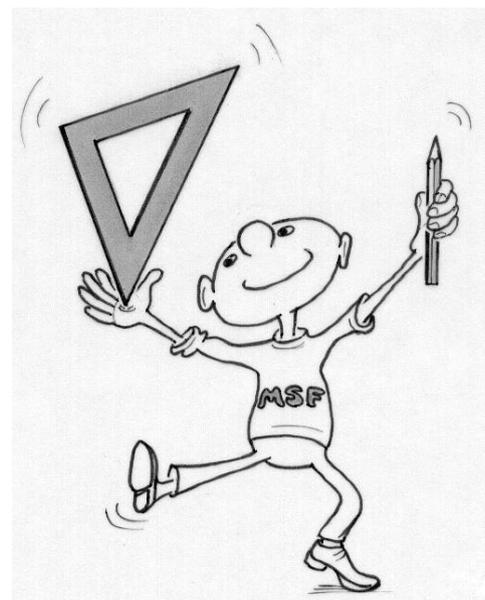
Esercizio 10 — (10 punti)

In squadra

Simone ha a disposizione una squadra a 45 gradi non graduata e una matita.
Traccia i contorni della sua squadra e ha così disegnato un triangolo rettangolo isoscele.
Con la squadra e la matita Simone riesce a tracciare il baricentro e il centro del cerchio inscritto in questo triangolo.
Bravo Simone!

Descrivete un metodo di costruzione per ciascuno di questi due centri con gli strumenti di Simone.

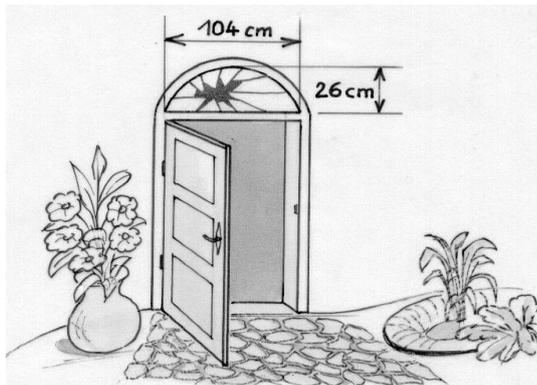
Motivate la risposta.



Speciale terze

Esercizio 11 — (5 punti)

Il vetro rotto



Elisa deve sostituire il vetro rotto sopra la sua porta d'ingresso. Questo vetro è limitato da un segmento di 104 cm di lunghezza e da un arco di circonferenza.

L'altezza del vetro da sostituire è di 26 cm.

Per tagliare il nuovo vetro che Elisa gli ha chiesto il vetraio vuol conoscere il raggio dell'arco di circonferenza.

Calcolate tale raggio.

Esercizio 12 — (7 punti)

Per cento età

In una città di 5 000 abitanti vivono solamente dei giovani e dei vecchi.

Ma il 20% dei giovani si considerano vecchi ed il 10% dei vecchi si considerano giovani.

Gli altri si considerano per quello che sono.

A tutti gli abitanti di questa buffa città viene posta la stessa domanda:

“Sei un vecchio?”

Il 34% degli abitanti risponde di sì.

Quanti sono i giovani della città?

Motivate la risposta

Esercizio 13 — (10 punti)

Turlututu

Enrico costruisce un cappello da strega impilando due coni di cartone in modo che i loro assi coincidano.

Il primo cono è ottenuto a partire da un disco di 18 cm di raggio tagliato lungo il raggio e sovrapponendo il cartone per un angolo di 60 gradi.

Per il secondo cono utilizza un disco dello stesso raggio ma con una sovrapposizione di 180 gradi.

Calcolate l'altezza di ogni cono, l'altezza totale del cappello con l'approssimazione al millimetro e illustrate il calcolo con un disegno.

