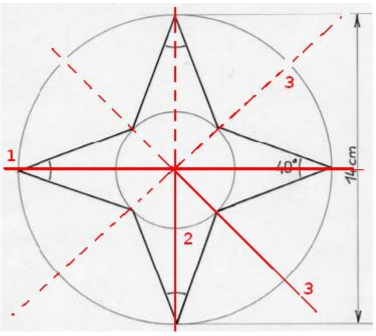
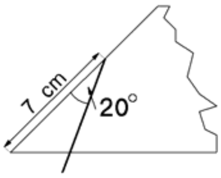
Matematica Senza Frontiere
Soluzioni prova di Accoglienza 2007/2008

Esercizio 1 - Ma dove andiamo?

Dopo che la decisione di andare ad Atene è stata presa, un amante di Berlino potrà fare osservare che una maggioranza di allievi (13 contro 12) preferiscono Berlino ad Atene. Democraticamente, si cambierà dunque destinazione per Berlino. Ma allora gli amanti di Cordova potranno sostenere che una maggioranza di allievi (13 contro 12) preferiscono Cordova a Berlino.
È il ritorno alla scelta iniziale. Queste contestazioni non avranno più fine. Questa situazione di stallo è stata messa in evidenza dal filosofo e matematico Nicolas Condorcet (1743-1794).

Esercizio 8 - La stella





Si piega il foglio 3 volte, si traccia un tratto come indicato... quindi si dà appena un colpo di forbici prima di dispiegarlo.

Esercizio 3 - Tricromia

Ci sono 3 colori dunque 3 tetraedri monocolori.
I tetraedri bicolori sono di due tipi:
- con 3+1 facce: interessa solo la scelta dei colori, ci sono dunque 3x2=6 tetraedri di questo tipo.
- con 2+2 facce: interessa solo la scelta dei colori, ci sono 3 modi di scegliere 2 colori fra 3, dunque 3 tetraedri di questo tipo.

I tetraedri tricolori hanno 2 facce dello stesso colore.
Si sceglie fra 3 colori per queste facce.
Le facce restanti prendono i colori restanti (per simmetria, si trova, una volta scelto il colore delle prime 2 facce, un solo tetraedro di questo tipo). Così ci sono 3 tetraedri tricolori.
Ci sono dunque in tutto: 3+6+3+3 = 15 tetraedri.

Esercizio 4 - Calendario cubico

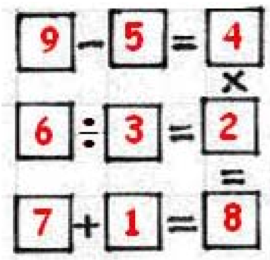
0,1 e 2 devono potere essere associati a tutte le altre cifre. Dovranno essere rappresentati sui due dadi. Restano dunque sei facce libere per le sette cifre restanti. Carla ne verrà a capo disegnando una cifra 9 in modo che, se la gira, si possa leggere 6: infatti 9 e 6 non sono mai utilizzati simultaneamente

Esercizio 5 - Dimensioni zuccherine

Siano x, y e z i numeri delle zollette di zucchero in ogni direzione. Il numero 252 si scompone come prodotto di 3 numeri in diversi modi: se si considera che $9 \approx 2 \times 4$ e $7 \approx 1{,}5 \times 4$, la scatola contiene 4 zollette nel senso dell'altezza, 7 in larghezza e 9 in lunghezza. Gli altri casi non vanno bene.

x	y	z
2	3	42
2	6	21
2	9	14
3	4	21
3	6	14
4	7	9
6	6	7

Esercizio 6 - Falso Sudoku

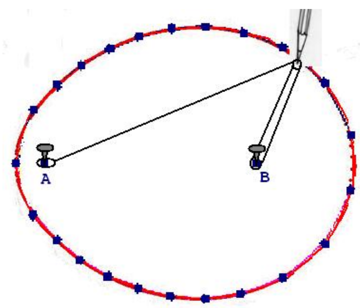


Ecco una delle 2 soluzioni.
(7 e 1 possono essere scambiati)

Esercizio 7 - L'ove story

MA	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	116
MB	90	85	80	75	70	65	60	55	50	45	40	37

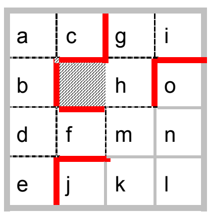
Ogni paio di valori fornisce due punti M simmetrici rispetto all'asse (AB). Così le galline producono le loro uova... Osservazione: si può costruire questa curva grazie ad un dispositivo meccanico con chiodi e della corda come illustrato qui di seguito: la corda è fissata in A e alla punta della matita dopo essere passata dietro il chiodo B.



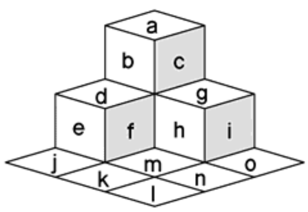
Esercizio 2 - Il podio dei vincitori

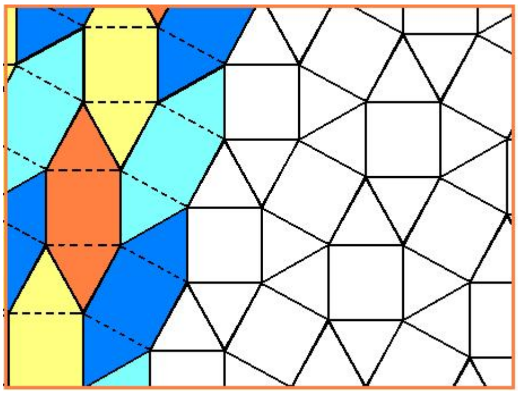
Ecco una possibile soluzione :

La faccia tratteggiata serve a consolidare il modellino



—— taglio
------ piega





Esercizio 9 - Sosta giurassica

La figura mostra una pavimentazione.
Si può osservare che questo pavimento è composto con giustapposizione "in spiga" di elementi composti da 2 triangoli e 1 quadrato (vedere qui di lato). Ciascuno di questi elementi può costituire un'unità di pavimentazione.
L'area di uno di questi elementi è circa (900+2x390) cm², cioè 0,168 m². Per coprire 100 m², occorreranno quasi $\frac{100}{0{,}168}$ di questi elementi, cioè 595 quadrati e 1190 triangoli circa, o 600 quadrati e 1200 triangoli se si arrotonda più grossolanamente.

Esercizio 10 - Sedia a sdraio

Applicando il teorema di Pitagora nei triangoli ABE_3, quindi ABE_1, risulta AB = 40 cm quindi AE_1 = $10\sqrt{7}$ cm.
L'intervallo tra le tacche è dunque $25-5\sqrt{7}$ cm .
Allora AE_4 = $75-5\sqrt{7} \approx$ 61,8 cm e AE_5=$100-10\sqrt{7} \approx$ 73,5cm.
Secondo la diseguaglianza triangolare E_4 è accessibile, ma E_5 è troppo lontano, poiché AB + BC = 70 cm.

Speciale Terze

Esercizio 11 - Multiplissimo

Un numero è multiplo di 2, di 3 e di 5 se, e soltanto se, è multiplo di 30.
La scrittura decimale del nostro numero si conclude dunque inevitabilmente con 0.
Inoltre la somma delle sue cifre deve essere anch' essa un multiplo di 30. Il più piccolo che esiste è 30.
Per scrivere 30 come somma di cifre, occorrono almeno 4 cifre.
Il più piccolo numero che soddisfa le condizioni necessarie è 39 990.

Esercizio 12 - Succo d'acqua

Marcello beve un primo bicchiere che contiene il 100% di succo di frutta. Il suo secondo bicchiere è al 75%. Il terzo contiene succo allo 0,75x75% cioè 56,25 %. Si ha una progressione geometrica di ragione 0,75. Così, il suo 11° bicchiere è al 5,6% ed il 12° al 4,2%, come i tre seguenti poiché ha raggiunto la "quota di insipidità". Marcello può dunque bere in tutto 15 bicchieri.

bicchieri	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
%	100	75	56,25	42,19	31,64	23,73	17,80	13,35	10,01	7,51	5,63	4,22	4,22	4,22	4,22

Esercizio 13 - La caccia è aperta

Sia v la velocità di Giuliano in km/h: quella del gruppo è dunque 1,25v.
Per fare gli ultimi 25 chilometri, a Giuliano occorrono 25/v ore e al gruppo 25/1,25v ore; da cui la disequazione: 25/v ≤25/1,25v + 8/60 quindi v≥ 37,5 km/h. Se Giuliano corre a oltre 37,5 km/h, può sperare di vincere questa corsa.
Risoluzione senza equazione: la velocità del gruppo è 5/4 di quella di Giuliano. Il gruppo fa 5 km mentre Giuliano ne fa 4. Non arriverà a recuperare Giuliano se quest'ultimo è a meno di 20 km dall'arrivo. Era a 25 km 8 minuti fa.
Ha dunque dovuto fare oltre 5 km in 8 minuti, la sua velocità deve dunque essere superiore a 5/8 km/min cioè 37,5 km/h.