

Competición interclases de 3° y 4° de E.S.O.

organizada con el concurso de la Inspección Pedagógica Regional y la IREM de Estrasburgo (Francia)

Matemáticas Sin Fronteras



Prueba del 7 de febrero del 2006

- ✓ No tomar más que una hoja-respuesta por ejercicio
- ✓ Se piden explicaciones y justificaciones para todos los ejercicios excepto para los números 2, 4, 6, 7 y 8.
- ✓ Se examinará toda solución incluso parcial.
- ✓ La presentación se tendrá en cuenta.

Mathématiques
SANS
Frontières

Ejercicio 1 7 puntos

Pom-Pom girls

Solución que debe redactarse en alemán, inglés, francés o italiano

Ritagliate la figura allegata secondo i tratti punteggiati ; poi, scambiate le parti A e B. Incollate, quindi, sul foglio risposta la nuova rappresentazione del gruppo.

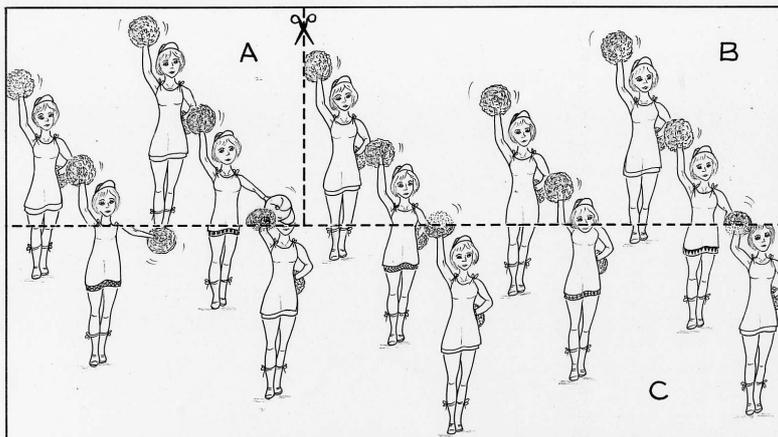
Con questa manipolazione si potrebbe pretendere di provare che $13 = 12$, ma, naturalmente, in questa "dimostrazione" c'è un errore.

Individuate l'errore ed illustrate con precisione in che cosa consiste l'inganno.

Découper la figure jointe suivant les pointillés, puis échanger les pièces notées A et B. Coller la nouvelle vue du groupe sur la feuille-réponse.

Par cette manipulation on prétend prouver que $13 = 12$, mais il y a, bien sûr, un défaut dans cette "démonstration".

Trouver ce défaut et expliquer précisément en quoi consiste la supercherie.



Schneidet das beiliegende Bild entlang der gestrichelten Linie aus. Vertauscht anschließend A und B. Klebt dieses neue Gruppenbild auf das Lösungsblatt.

Durch diese Manipulation möchte man beweisen, dass $13 = 12$ ist. Aber natürlich steckt irgendwo ein Fehler in diesem „Beweis“.

Findet den Fehler und erklärt genau worin der Trick besteht.

Cut out the figure attached along the dotted lines. Then swap piece A with piece B. Stick the new view of the

group on your worksheet.

This re-arrangement claims to prove that $13 = 12$, but of course, this "demonstration" is wrong.

Find the fault and explain precisely what the trick is.

Ejercicio 2 5 puntos

Antiprisma

Un prisma recto es un poliedro con dos caras poligonales paralelas e iguales, además, sus caras laterales son rectángulos.

Un antiprisma es un poliedro con dos caras poligonales paralelas e iguales pero sus caras laterales son triángulos isósceles.

Construir el patron de un antiprisma de tal forma que :

- Las dos caras paralelas sean hexágonos regulares de lado 3 cm.
- Las caras laterales sean triángulos isósceles. Sus lados iguales miden 4 cm.

Pegar el patron sobre la hoja respuesta.



Ejercicio 3
7 puntos

Al cartel

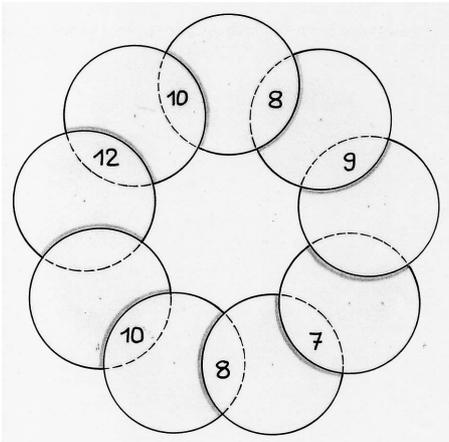
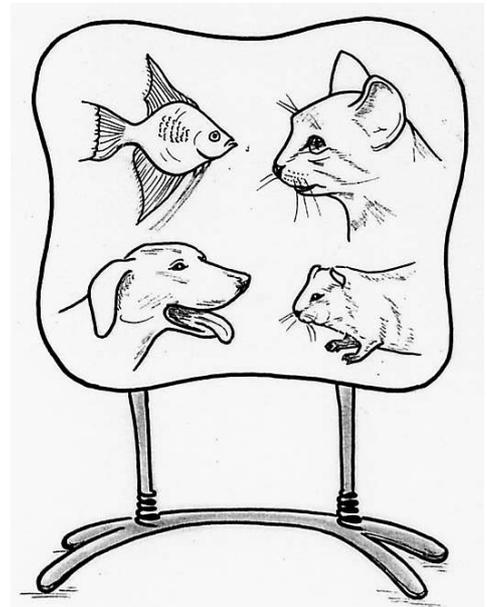
El Sr. Pablo vende animales de 4 especies en su pequeña tienda. Cada mañana, indica sobre el escaparate de su almacén el resto de animales que le quedan por vender.

Aquí tenemos el cartel del día :



Para cada especie, calcular el número de animales que deben venderse hoy.

Realizar sobre el mismo modelo el cartel de mañana, si vende hoy a 3 gatos, 6 peces, 1 conejillo de indias y ningún perro.



Ejercicio 4
5 puntos

Vistos al revés

Se numeran nueve fichas en la parte "cara" de 1 a 9. Sobre cada una se inscribe entonces un número entero diferente. En la parte "cruz" son indistinguibles.

Se les da la vuelta en la parte "cruz", y se dispone en rosetón : ver la figura de al lado.

Sobre algunas de las partes solapadas figura la suma de los números de las dos fichas que se encuentran superpuestas.

Reproducir la figura sobre la hoja-respuesta en la misma disposición e inscribir sobre cada ficha su número.

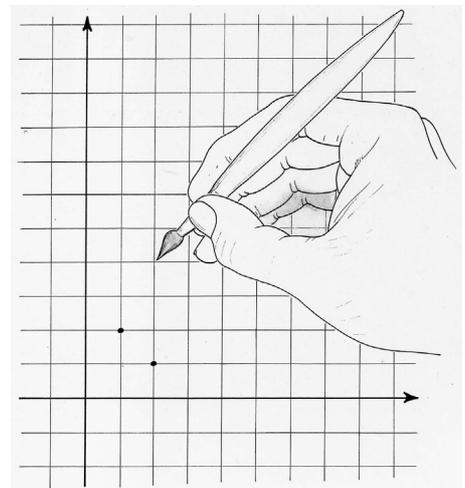
Ejercicio 5
7 puntos

Pares y Medios

En un sistema de coordenadas del plano, Claudio coloca puntos con coordenadas enteras imponiéndose la siguiente norma :

« Ningún medio de dos puntos colocados debe tener sus 2 coordenadas enteras. »

¿Cuál es el número máximo de puntos que Claudio podrá colocar respetando esta norma ? Razone la respuesta.



Ejercicio 6
5 puntos

El precio de los premios

Isabel organiza una carrera para los niños de su escuela. Participan 50 niños.

Después de la prueba, cada participante recibirá una recompensa y una sola : una copa, una camiseta o una medalla.

Una copa cuesta 23 €. Una camiseta cuesta 7 €. Las medallas son vendidas por lotes de 5 y un lote cuesta 4 €.

Isabel dispone de un presupuesto de 150 € que debe gastar enteramente. Todas las recompensas deben distribuirse.

¿Cuántas copas, camisetas y medallas Isabel puede comprar ?

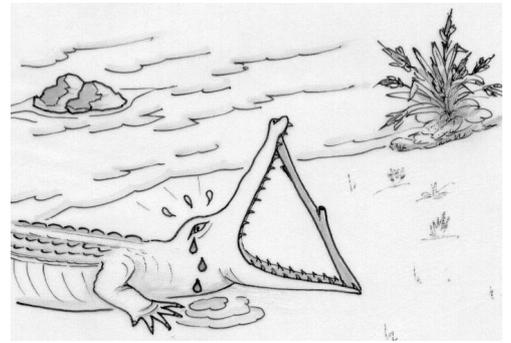


Ejercicio 7
7 puntos

Lágrima de cocodrilo

Así es como se traza una lágrima de cocodrilo en un ángulo xOy de 100° : trazar un segmento $[AB]$ de longitud 14 centímetros de modo que A pertenezca a la semirrecta $[Oy)$ y B a la semirrecta $[Ox)$. M es entonces el simétrico de O respecto a la recta (AB) .

Construir la curva descrita por el punto M cuando las extremidades del segmento $[AB]$ se desplazan sobre los lados del ángulo.

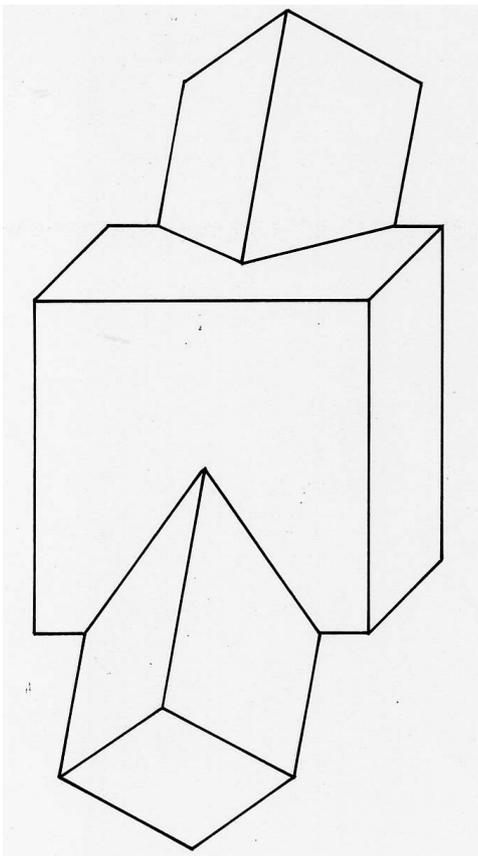


Ejercicio 8
5 puntos

Piercing

Se taladra un cubo de tal modo que pueda hacer pasar una barra con forma de prisma recto (ortopedro) de base cuadrada. Dos aristas de esta barra cortan dos aristas opuestas del cubo y las dos otras pasan cada una por los centros de dos caras del cubo. La figura siguiente muestra la situación en perspectiva.

Se retira la barra del cubo taladro.



Sin justificación, ni cálculo, dibujar en una perspectiva del mismo tipo una vista del resto del sólido. Se representarán las aristas vistas por líneas continuas y las aristas ocultas por líneas discontinuas.

Ejercicio 9
7 puntos

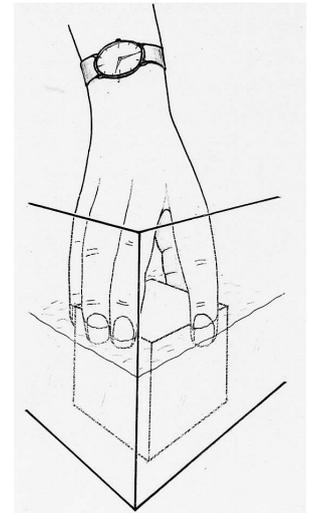
El fluido nivela

Un acuario con forma de ortoedro contiene agua. Las dimensiones interiores de la base, medidas en centímetros, son números enteros.

Juanita coloca en el fondo del acuario un cubo cuya arista mide 10 centímetros. El nivel del agua es entonces exactamente igual a la altura del cubo.

Sustituye a este cubo por otro cubo de arista 20 centímetros. De nuevo, el nivel del agua es igual a la altura de este cubo.

¿ Cuáles son las dimensiones de la base del acuario y cuántos litros de agua contiene ? Explicar.



Ejercicio 10
10 puntos

Montar a caballo

He aquí un método original para crear un sólido :

Dibujar en tamaño real el patrón que figura a continuación. Se forma por 8 triángulos equiláteros de 5 cm con 4 tiras anotadas a, b, c y d.

Recortar el patrón, señalar todos los pliegues y pegar las tiras a y b juntas.

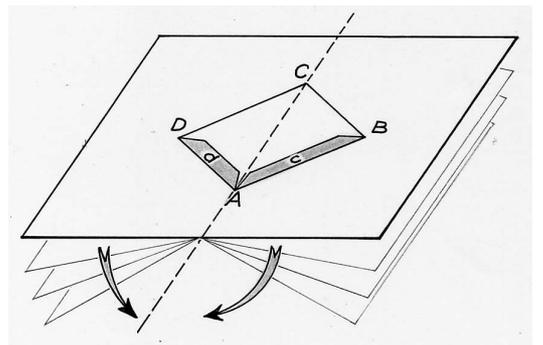
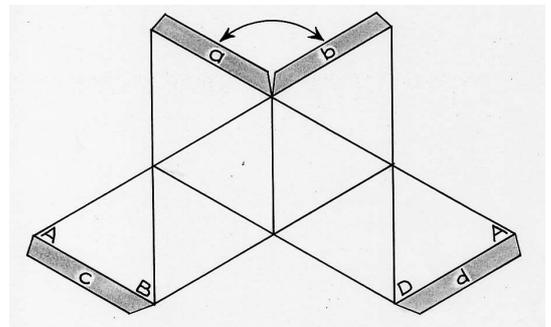
Dibujar sobre la hoja-respuesta un cuadrado ABCD de 5 cm de lado.

Señalar un pliegue según la diagonal (AC).

Pegar las tiras c y d del patrón sobre la hoja, de modo que los lados AB y AD del patrón se superpongan con los lados AB y AD del cuadrado.

Doblar completamente la hoja en dos según (AC) dejando el patrón exteriormente.

El sólido aparece entonces a caballo sobre el pliegue. Para guardarlo, basta con doblar la hoja en el otro sentido.



Fabricar el sólido siguiendo este método luego presentar el cálculo de su volumen. Dar el resultado al cm^3 .

Ejercicio 11 5 puntos

¿ Contraseña olvidada ?



Marion está toda estresada. Está invitada esta noche a un fiesta en casa de un nuevo amigo que le envió sus datos por correo, pero no llega a volver a encontrar la contraseña de su servicio de mensajería.

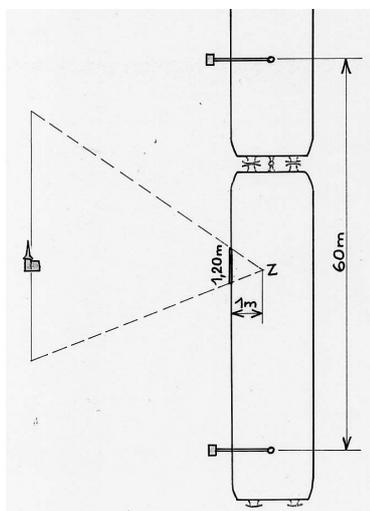
Se acuerda solamente que se trata de un número un poco particular incluido entre 1000 y 2 mil millones : es a la vez el cuadrado de un número entero, el cubo de un número entero y la quinta potencia de un número entero.

Marion se desespera : intenta cientos de números sin éxito. Se decide finalmente a llamar a su amiga Sophie que es apasionada por las matemáticas. Esta última escucha toda la historia, reflexiona un momento y luego se exclama : « Sólo hay un número que cumpla estas condiciones ! Este número es... ».

¿Cuál es el número buscado por Marion ? Justificar.

Ejercicio 12 7 puntos

Mates Express



Sentada en el tren, Zoé observa por la ventana. Cada 2 segundos, ve pasar un poste eléctrico.

Sobre la derecha de la ventana aparece un campanario que discurre entonces en el campo visual de Zoé antes de desaparecer 72 segundos más tarde.

« ¿ Cual es la distancia entre el campanario y el ferrocarril ? » se pregunta entonces Zoé.

Calcular un valor aproximado de esta distancia, sabiendo que :

- El tren circula en una porción de línea recta.
- La distancia entre 2 postes eléctricos es de 60 m.
- Zoé está sentada a 1m de la ventana que tiene 1,20 m de amplitud.



Ejercicio 13 10 puntos

De Budapest

La fachada del Parlamento de Budapest está adornada con un rosetón. He aquí cómo representarlo :

- Trazar 3 círculos de radio 3 cm tangentes de dos en dos.
- Trazar un gran círculo tangente a los tres círculos anteriores : tendrá un punto de contacto con cada uno de los tres círculos.
- Borrar los tres pequeños arcos de círculos que están en el centro del rosetón, delimitados por los puntos de contacto de los tres primeros círculos.

Trazar el roseton sobre la hoja-respuesta y calcular el radio del gran círculo.

