Elementi di soluzione per una correzione della prova 11 marzo 2004

Esercizio 1 : Buongiorno !

Nessuno stringe 6 mani, non potendo salutare se stesso.
Si ognuno dei 6 stringe un numero diverso di mani, le strette di mano sarebbero allora 0, 1, 2, 3, 4, 5. Ma, colui che stringe 5 mani, stringe la mano a tutti gli altri,quindi anche a colui che ne stringe 0.
Questo è impossibile.

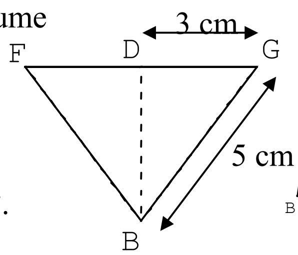
Esercizio 2 : Centro di calcolo

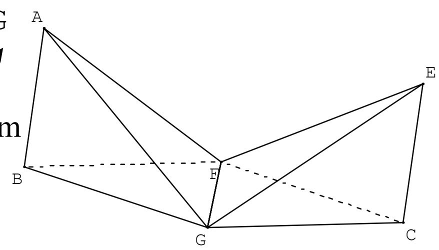
Il cubo centrale presenta le facce col numero 14.

						19	5	18			
						15	25	2			
						8	12	22			
18	5	19	19	15	8	8	12	22	22	2	18
4	21	17	17	1	24	24	7	11	11	27	4
20	16	6	6	26	10	10	23	9	9	13	20
						10	23	9			
						26	3	13			
						6	16	20			

Esercizio 3 : Piegaedro

Il volume del tetraedro è uguale al doppio del volume della piramide ABFG di base FGB e di altezza AB = 3cm.
Nel triangolo BDG, BD = 4cm per il teorema di Pitagora..
L'area del triangolo FGB è allora $6\times4/2 = 12\ cm^2$.
La piramide ABFG misura $12\times3/3 = 12\ cm^3$.
Il volume del tetraedro è dunque $24\ cm^3$.





Esercizio 4 : Dolce giro

Ci sono due commensali che mangiano due pasticcini.
Sia n il numero di commensali che mangiano 3 pasticcini,risulta:

$$n\times3 + 2\times2 + (10-n-2)\times1 = 18$$

La soluzione è $n = 3$.
Cinque commensali mangiano un solo pasticcino,due commensali mangiano due pasticcini e tre commensali ne mangiano tre.

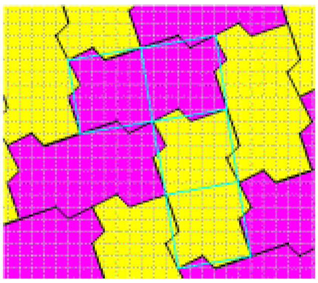
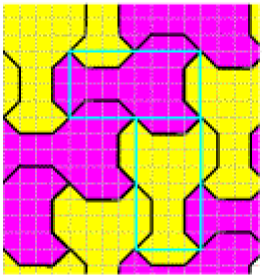
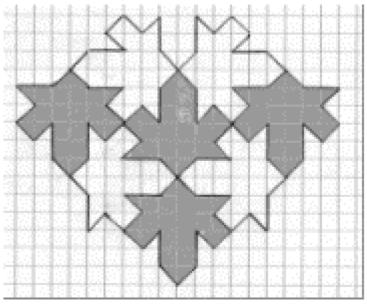
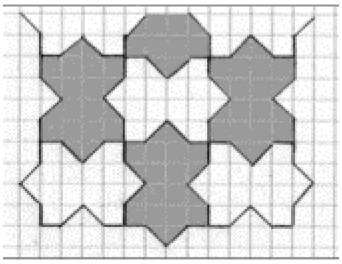
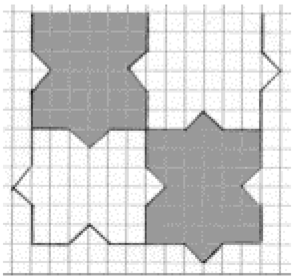
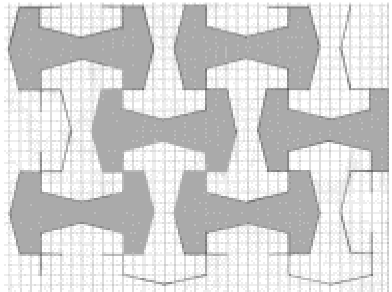
Esercizio 5 : Splash

Siano O_1 e O_2 i centri. I triangoli $O_1\ O_2\ A$ et $O_1\ O_2\ B$ sono equilateri, l'arco minore AB rappresenta 1/3 della circonferenza. V_2 fa un giro completo in 75s e V_1 fa un giro completo in 72s , da cui i tempi dei passaggi in secondi:

A1: 0 ;72 ;144 ;216 ;288 ;360 ;432 ;504 ;576 ;648
A2: 25 ;100 ;175 ;250 ;325 ;400 ;475 ;550 ;625
B1: 24 ;96 ; 168 ; 240 ; 312 ; 384 ; 456 ; 528 ; $\boxed{600}$
B2 : 0 ; 75 ; 150 ; 225 ; 300 ; 375 ; 450 ; 525 ; $\boxed{600}$
La collisione avviene in B dopo 10 min.

Esercizio 6 : Chi si assomiglia si piglia…

Il pavimento proposto è del tipo posato « en bâtons brisés » di rettangoli fatti da due quadrati Quando si modifica un lato di questi quadrati, bisogna studiare le ripercussioni alle piastrelle vicine.Ecco alcune possibili soluzioni :

Esercizio 7 : Una strana curva

Metodo 1

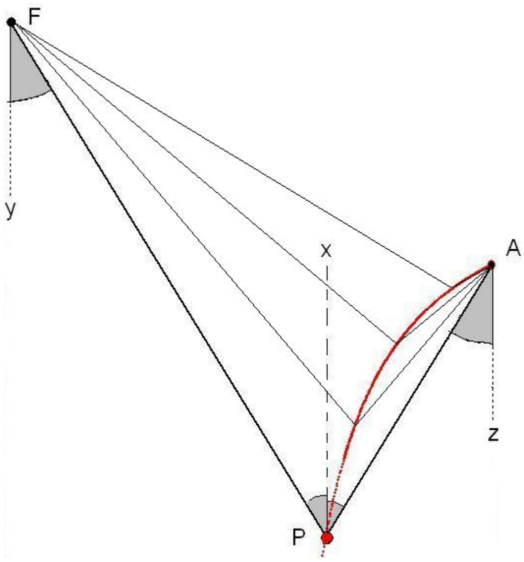
Chiamiamo [Px) la bisettrice dell'angolo FPA.

Le semirette verticali [Fy) e [Az) formano angoli alterni-interni rispettivamente con gli angoli FPx e APx che sono uguali.

Si ottengono allora delle posizioni di P tracciando coppie di angoli uguali in A ed in F con l'aiuto di un goniometro, per esempio.

Metodo 2

Le posizioni di P sono vertici di triangoli isosceli ottenuti intersecando le semirette uscenti da F con l'orizzontale uscente da A in quanto la mediana è altezza e bisettrice.



Esercizio 8 : Calcolo profondo

Sia B il punto situato alla stessa profondità di Carlo e sulla verticale dell'anfora. Sulla carta si confonderà con A.

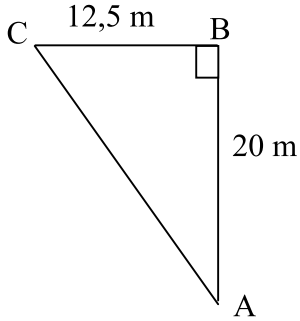
L'anfora è a 45 metri di profondità e Carlo è a 25 metri dunque AB = 20 m.

Sulla carta si misurano 2,5 cm tra i punti B e C che, nella scala 1/500, rappresentano 12,5 m.

Col teorema di Pitagora si ottiene :

$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 400 + 156{,}25 = 556{,}25$

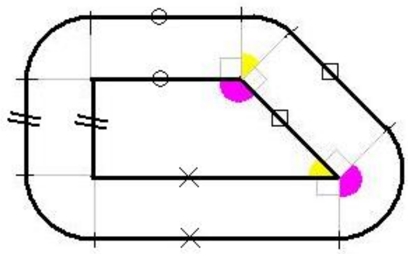
La distanza AC è circa 23,6 m



Esercizio 9 : Perimetro di sicurezza :

Il contorno della zona di sicurezza è costituito da segmenti di retta e archi di circonferenza. La lunghezza totale dei segmenti uguaglia il perimetro del trapezio e gli archi si completano per formare una circonferenza.

Quindi il perimetro sarà : P = (400 + 6 π) m



Esercizio 10 : Partizione isoscele :

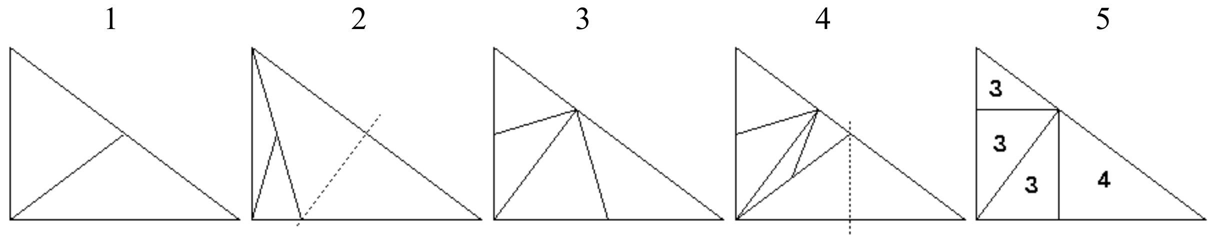
1 . La mediana tracciata dall'angolo retto permette di suddividere il triangolo in due triangoli isosceli .

2 . L'asse dell'ipotenusa permette di determinare un triangolo isoscele e uno rettangolo che potrà essere diviso in due isosceli come nel caso precedente, ottenendo tre triangoli isosceli.

3 . L'altezza relativa all'ipotenusa permette di ottenere due triangoli rettangoli che potranno essere divisi ciascuno in due triangoli isosceli (metodo 1) ottenendo perciò in totale 4 triangoli isosceli.

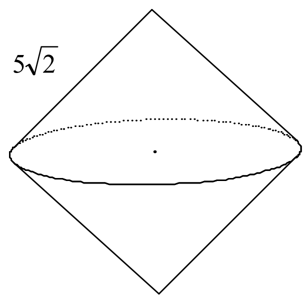
4 . L'altezza relativa all'ipotenusa permette di ottenere due triangoli rettangoli che potranno essere suddivisi rispettivamente in 2 e 3 triangoli isosceli (usando il metodo 1 e 2); si ottiene un totale di 5 triangoli isosceli.

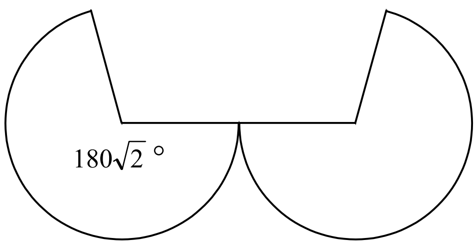
5 . Per ottenere 13 triangoli isosceli si potrà ,per esempio, dividere il triangolo in 4 triangoli rettangoli e usare poi i metodi 2 e 3 come indicato in figura 5.



Esercizio 11 : Bicono

Il solido è costituito da due coni di 5 cm.di raggio e 5 centimetri di altezza





La lunghezza della generatrice è $5\sqrt{2}$ cm, l'angolo al centro dello sviluppo è dunque :

$$360° \times \frac{5}{5\sqrt{2}} = 180\sqrt{2}\ ° .$$

<u>Esercizio 12 : E per giunta…. evapora !</u>
Sia S l'area in m^2 della superficie libera del liquido.
L'evaporazione e la perdita del rubinetto si compensano quando
0, 05 S = 1/24, cioè quando S =5/6
L'area di tale superficie è proporzionale al quadrato dell'altezza del liquido quindi:

$$\frac{S}{1}=\frac{h^2}{1{,}2^2}\ ;\ \frac{5}{6}=\frac{h^2}{1{,}2^2}\ ;\ h=1{,}2\sqrt{\frac{5}{6}}\cong 1{,}095m\ \text{ oppure }\ h=\sqrt{1{,}2}\cong 1{,}095m\,.$$

<u>Esercizio 13 :Benvenuti</u>

Paesi	numero di abitanti	superficie in km²	Area della base del prisma	Lato del quadrato di base	Volume del prisma	Altezza del prisma
Cipro	800 000	9 251	0,93 cm^2	0,96 cm	8 cm^3	8,60 cm
Estonia	1 380 000	45 227	4,52 cm^2	2,13 cm	13,8 cm^3	3,05 cm
Malta	**390 000**	**316**	**0,0316** cm^2	**0,18 cm**	**3,9 cm^3**	**123,42 cm**
Polonia	38 660 000	312 683	31,27 cm^2	5,59 cm	386,6 cm^3	12,36 cm
Repubblica Ceca	10 310 000	78 864	7,89 cm^2	2,81 cm	103,1 cm^3	13,07 cm

Le altezze dei prismi di Giulio forniscono la densità di popolazione.
A questo proposito, la Repubblica di Malta è a tutti gli effetti fuori norma.