

## Elementi di soluzione per la correzione della prova di allenamento 2003

### Esercizio 1

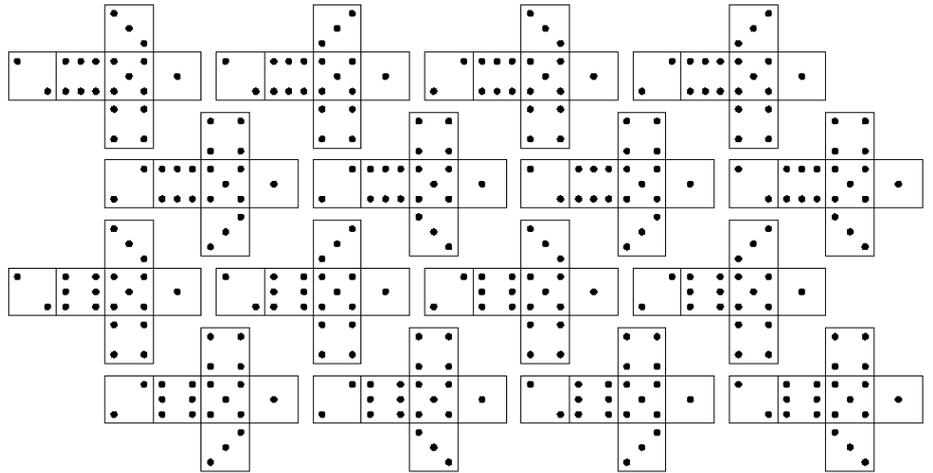
Se si colora una faccia del nastro, si sarà condotti ad oltrepassare il raccordo e alla fine è l'intero nastro che risulterà colorato. Il nastro di M. non ha dunque che una sola faccia. Se si taglia il nastro secondo la sua linea mediana, si avrà la sorpresa di non ottenere due pezzi, ma un solo anello. Attenzione a non cadere nell'errore di precolorare una faccia del rettangolo ABCD.

Punteggio proposto: espressione non in lingua straniera o punti; negli altri casi i punteggi parziali si sommano considerando +1 (senza errori in lingua straniera che pregiudichino la comprensione) + 2 (taglio e un solo pezzo) + 3 (colorazione e una sola faccia) + 1 (nastro)

### Esercizio 2

Ciascuna delle facce 2, 3 e 6 può essere orientata in due modi diversi; le facce 3 e 4 possono essere scambiate. Combinando tali variazioni, si ottiene  $2 \times 2 \times 2 \times 2$ , cioè 16 diversi dadi. Ecco i loro sviluppi:

Punteggio proposto: 0,3 punti per ogni sviluppo corretto (con arrotondamento al mezzo punto più vicino)



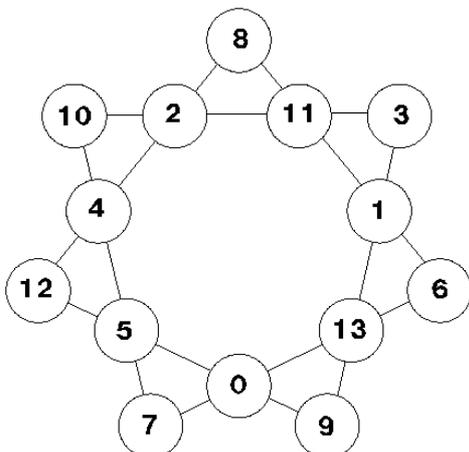
### Esercizio 3

Antonio impiega 12 minuti meno di Cristina e poiché la sua velocità è anche doppia di quella di Cristina impiegherà la metà del tempo e cioè 12 minuti. la sua velocità è 120 km/h e quella di Cristina 60 km/h. Silvia e Michele procedono rispettivamente a  $24/30 \times 60 = 48$  km/h e  $24/18 \times 60 = 80$  km/h.

altro metodo:  $D = 24 = V_S T_S = V_C T_C = V_M T_m = V_A T_A$   $V_A = 2V_C$  et  $T_A - T_C = 1/5$  h (= 12min) d'où  $V_C T_C = 2V_C(T_C - 1/5)$   
 $\Rightarrow T_C = 2/5$  et  $V_C = 24/(2/5) = 60$ .

Punteggio proposto: 4 punti per le risposte esatte e 3 per la spiegazione dei passaggi.

### Esercizio 4

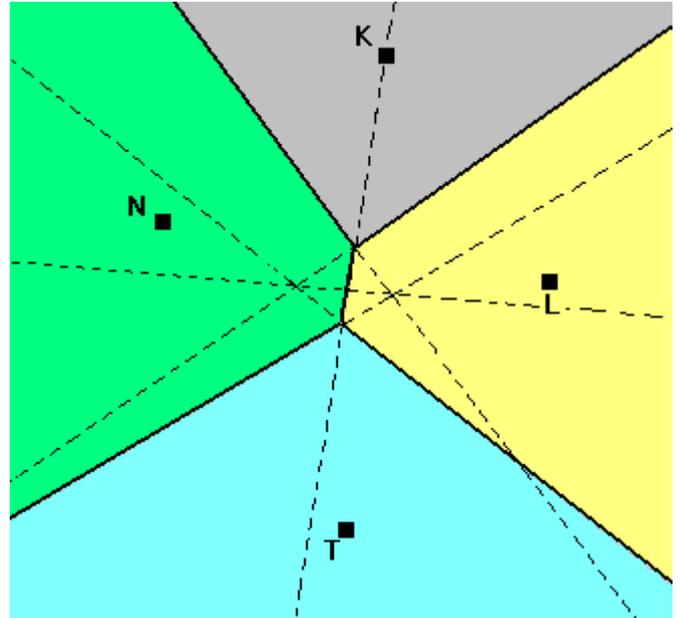


Punteggio proposto: 4 per la soluzione + 1 per la cura del disegno

**Esercizio 5**

le frontiere delle zone sono determinate dagli assi dei segmenti NK, KL, TN, NL che sono a 3 a 3 incidenti. Devono essere curate e ben scelte le frontiere in Sildavia centrale.

Punteggio proposto: (ottenibile per sommatoria di punteggi parziali)  
 Asse di KT, TL, TN, NK : 0,5 punti per asse; per asse di NL: 1 punto; previsione del tracciato: 1 punto; scelte corrette delle linee di separazione: 2 punti; rappresentazione pulita: 1 punto.



**Esercizio 6**

Metodo 1:

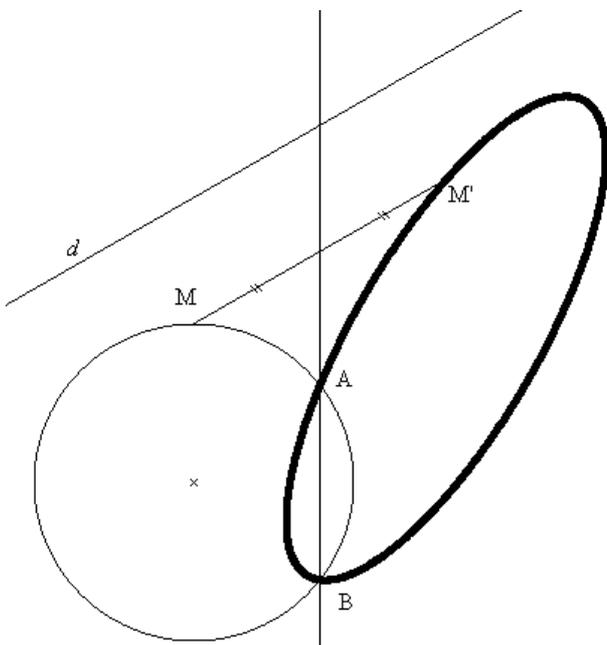
età di Ettore	50	51	52	...	56	62	68	74	80	81	82	83
Speranza di vita	78	78a2m	78a4m	...	79	80	81	82	83	83a2m	83a4m	83a6m

Metodo 2: Tra  $n$  anni Ettore avrà  $(50 + n)$  anni. La speranza di vita sarà di  $78 + n/6$  anni.  
 Se  $50 + n = 78 + n/6$  allora  $n = 33,6$ .

Siccome la prova di allenamento si svolge nel febbraio 2003, sarà nel corso dell'anno  $2003 + 33 = 2036$  che si otterrà l'uguaglianza.

Punteggio proposto: 3 punti per la risposta 2036 + 2 punti per la spiegazione del procedimento

**Esercizio 7**



Punteggio proposto: Disegno della retta e della circonferenza 1 punto fino a 4 punti a secondo del numero e della distribuzione dei simmetrici costruiti + 2 punti per il tracciato dell'ellisse.

### Esercizio 8

Se con  $X$  si indica "la proprietà del cuoco", alla prima ragazza il cuoco dà  $x/2+1/2$ , alla seconda  $\frac{1}{2}[x-(x+1)/2] + 1/2$  e alla terza  $\frac{1}{2} [x-(x+1)/2-(x+1)/4] + 1/2$ .

Poiché il cuoco dona tutto

$$x = (x+1)/2 + (x+1)/4$$

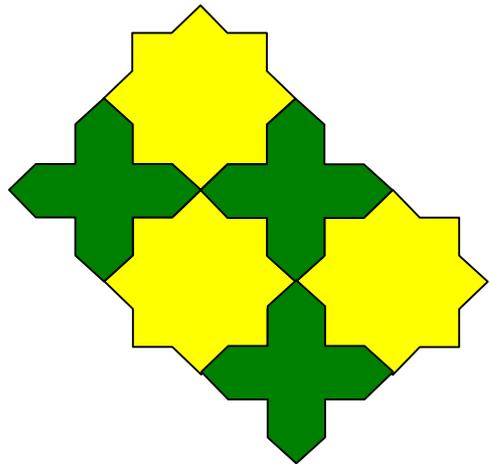
$$x=7$$

Pertanto il trucco del mezzo uovo donato senza aver eseguito alcuna rottura consiste nel fatto che il numero iniziale di uova è dispari e alle tre ragazze toccano rispettivamente uova 4,2 e 1.

#### Punteggio proposto:

1 punto per passaggio e 5 punti per la risposta corretta.

### Esercizio 9



Punteggio proposto: 3 punti per la piastrella complementare + 3 punti per l'incastro + 1 punto per la cura e la precisione

### Esercizio 10

Ipotesi: ABC equilatero,

$$AB = 8, AA' = BB' = CC' = x$$

Versione Talete: Sia I il punto medio di [AB]. Allora [CI] è un'altezza. Si possono effettuare le seguenti considerazioni

⇔ AA'C' è un triangolo rettangolo in A'

⇔ Le rette (A'C') e (IC) sono parallele

⇔  $AA'/AI = AC'/AC$  (condizione necessaria per il teorema di Talete e sufficiente per il suo reciproco))

$$\Leftrightarrow x/4 = (8-x)/8 \Leftrightarrow 2x = 8-x$$

$$\Leftrightarrow \boxed{x = 8/3}$$

Lo stesso per gli altri triangoli.

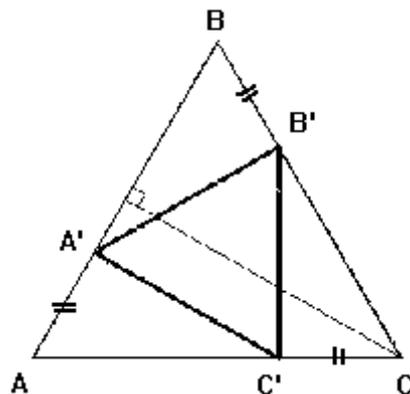
*Esistono altri metodi possibili (trigonometrico, basato sui mezzi triangoli equilateri)*

Punteggio proposto:

uso di valori approssimati 2,6 o 2,7 :1 punto.

Risposta 8/3 non spiegata: 2 punti. Spiegazione rigorosa:7 punti a giudizio del correttore.

Riferimento agli altri 2 triangoli, un ulteriore punto.



### Esercizio 11

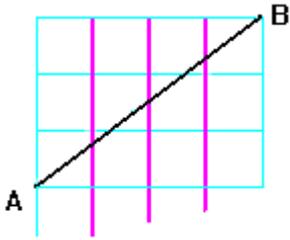
Ecco le prime potenze di 7 : 1 - 7 - 49 - 343 - 2401 - 16807 - 117649 - 823543 - 5764801 - 40353607 - 282475249 - 1977326743.

Per le due ultime cifre si verifica la successione periodica di 07, 49, 43 o 01. sapendo che  $2003=4 \times 500+3$  allora 7 elevato a 2003 avrà le stesse due ultime cifre di 7 elevato a 3 e cioè 43.

In prospettiva: supponiamo che  $7^n$  termini per 01, 43, 49 o 07, allora  $7^{n+4} = 7^n \times 2401$ . Le 2 ultime cifre di 2401 sont 01, par conseguenza, se si moltiplica un numero qualunque per 2401 non si modificano le ultime 2 cifre di questo numero.  $7^{n+4}$  ha dunque le stesse ultime 2 cifre di  $7^n$ .

Punteggio proposto: 3 punti per il 13 + 2 punti per la spiegazione.

### Esercizio 12



Il cammino della lumaca può essere segmentato in 4 tratti ciascuno situato su una banda di larghezza 0,5 m.

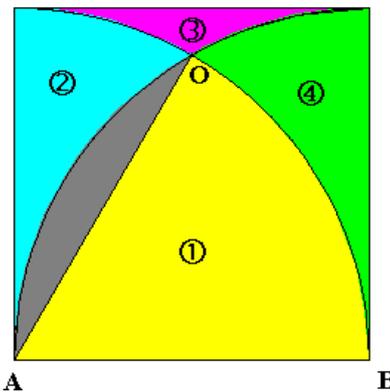
Si può appiattare la serra per rappresentare queste 4 bande accostate su un solo piano. Allora il cammino breve è rappresentato dal segmento [AB]. Per il teorema di Pitagora, la sua lunghezza è di 2,5 m.

Punteggio proposto: Cammino corretto tracciato, ma non calcolato :4 punti; un altro cammino calcolato correttamente, ma non il più breve: 3 punti.

### Esercizio 13

$$\text{Area della superficie grigia} = \frac{1}{6} \text{ area del disco} - \text{area del triangolo AOB} = \frac{1}{6} \pi - \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{Area } \textcircled{1} = \frac{1}{6} \pi + \left( \frac{1}{6} \pi - \frac{\sqrt{3}}{4} \right) = \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}$$



Le superficie  $\textcircled{2}$  e  $\textcircled{4}$  hanno la stessa area perché simmetriche.

$$\text{Area } \textcircled{2} = \frac{1}{4} \pi - \left( \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right) = \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi}{12}$$

$$\text{Area } \textcircled{3} = 1 - \frac{1}{4} \pi - \left( \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi}{12} \right) = 1 - \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi}{6}$$

Punteggio proposto: i 10 punti dipendono dall'apprezzamento del correttore per la produzione della sua classe; 9 punti solo se i valori sono approssimati.