

Competizione interclassi di 2 e 3

Matematica senza frontiere

Prova
5 Marzo 2002

- Per gli esercizi 1, 7, 9, 10, 11, 12 e 13 sono richieste spiegazioni, giustificazioni o illustrazioni
- Sarà esaminata ogni risoluzione, anche parziale.
- Si terrà conto dell'accuratezza.
- Ogni foglio-risposta deve essere utilizzato per un singolo esercizio per il quale deve essere riportata una sola soluzione.

Esercizio n° 1 7 punti

Alibis

Soluzione da redigere con un minimo di 30 parole in francese o inglese o spagnolo o tedesco.

In einem Hotel wurde zwischen 22 Uhr und 22.15 Uhr ein Verbrechen begangen. Die Tat dauerte 7 Minuten.

Es gibt vier Verdächtige : Andrea, Bruce, Camilla und Dimitri. Sie bewohnen vier verschiedene Zimmer. Hier ihre Angaben bei der Polizei, was sie zwischen 22 Uhr und 22.15 Uhr gemacht haben :

Andrea : „Zuerst hatte ich 3 Minuten lang Besuch von Bruce, danach war Dimitri 4 Minuten bei mir. Dann hatte ich noch einen Telefonanruf von Camilla.“

Bruce : „Ich war bei Andrea, bei Dimitri und habe noch mit einem Mausklick eine E-Mail verschickt.“

Camilla : „Ich habe bis 22.05 Uhr die Fernsehnachrichten angesehen und danach 5 Minuten lang mit Andrea telefoniert.“

Dimitri : „Ich war bei Andrea. Danach war Bruce für 3 Minuten bei mir.“

Nachdem der Kommissar festgestellt hat, dass alle Angaben richtig sind, kennt er den Schuldigen. Wie hat er es herausgefunden ?

A crime was committed in a hotel between 10.00 p.m. and 10.15 p.m. and the attack lasted 7 minutes.

There are 4 suspects : Andrea, Bruce, Camilla, Dimitri. They are all staying in 4 different rooms and here are their statements to the police about their time table between 10.00 p.m. and 10.15 p.m. :

Andrea : « First Bruce paid me a visit for 3 minutes, then came Dimitri who stayed for 4 minutes ; finally Camilla called me on the phone. »

Bruce : « I went to see Andrea, then Dimitri, and with the click of the mouse, I sent an e-mail. »

Camilla : « I watched the news on TV until 10.05 p.m.. Then I called Andrea for 5 minutes. »

Dimitri : « I went to see Andrea, then Bruce came to see me for 3 minutes. »

After checking on all these statements, the police inspector found the culprit. How did he manage ?

En un hotel, se cometió un crimen entre las 10 y las 10 y 15 minutos de la noche y la agresión duró 7 minutos.

Hay 4 sospechosos Andrea, Bruce, Camila, Dimitri, que ocupan 4 habitaciones diferentes y que, a propósito de su horario entre las 10 y las 10 y 15 , declararon lo siguiente a la policía :

Andrea : " Primero me visitó Bruce durante 3 minutos, más tarde recibí la visita de Dimitri, que duró 4 minutos y, finalmente, me telefoneó Camila."

Bruce : " Visité a Andrea, luego a Dimitri y después pinchando mandé un email."

Camila : " Vi el Telediario hasta las 10 y 5 minutos, a continuación telefoneé a Andrea durante 5 minutos."

Dimitri : " Visité a Andrea, y luego me visitó Bruce durante 3 minutos. "

¿ Después de verificar que todas las declaraciones eran exactas, el inspector encuentra al culpable. Como hizo ?

Dans un hôtel, un crime a été commis entre 22 h et 22 h 15 et l'agression a duré 7 minutes.

Il y a 4 suspects
Andréa, Bruce,

Camilla, Dimitri qui occupent 4 chambres différentes et dont voici les déclarations à la police sur leur emploi du temps entre 22 h et 22 h 15 :

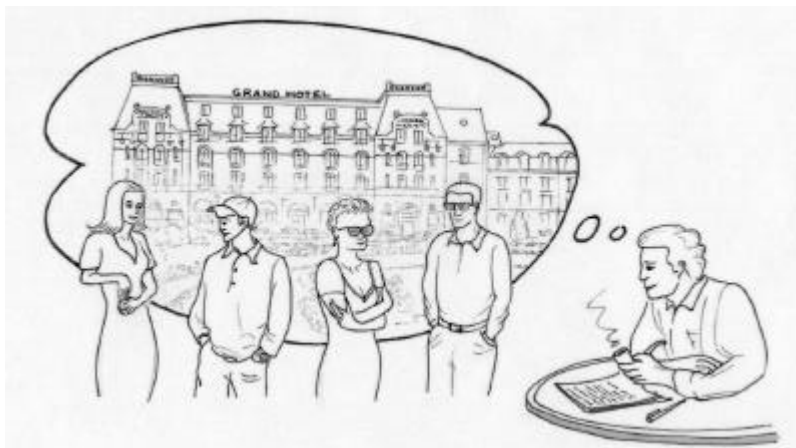
Andréa : " J'ai d'abord eu la visite de Bruce pendant 3 minutes, plus tard celle de Dimitri pendant 4 minutes ; enfin j'ai reçu un appel téléphonique de Camilla ".

Bruce : " J'ai rendu visite à Andréa, à Dimitri et d'un clic de souris j'ai envoyé un e-mail ".

Camilla : " J'ai regardé le journal télévisé jusqu'à 22 h 05. Par la suite j'ai téléphoné à Andréa pendant 5 minutes".

Dimitri : " J'ai rendu visite à Andréa, puis j'ai eu celle de Bruce pendant 3 minutes".

Après avoir vérifié que toutes ces déclarations sont exactes, l'inspecteur trouve le coupable. Comment a-t-il fait ?



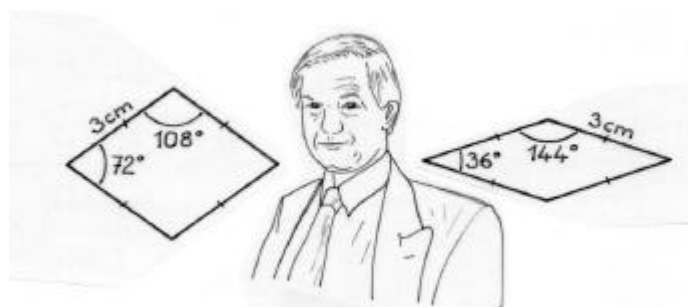
Esercizio n°2 5 punti**Un gran dilemma**

Nel corso del gioco televisivo "La caverna di Alì Baba", Sofia vuole entrare nella sala del tesoro. La porta di questa è munita di tre chiavistelli; ogni chiavistello è comandato da un commutatore che lo apre e lo chiude alternativamente. La porta è chiusa. Sofia non sa se uno solo, due o tre chiavistelli sono chiusi. Per 7 volte, ella avrà il diritto di scegliere e di azionare un commutatore. Nell'istante in cui i tre chiavistelli saranno aperti, la porta si aprirà.

Fornite una serie di 7 azioni nel corso delle quali la porta si apra a colpo sicuro, qualunque sia lo stato iniziale dei chiavistelli.

Esercizio n°3 7 punti**Decagomania**

Il matematico inglese sir Roger Penrose nato nel 1931 ha inventato nel 1970 una pavimentazione che utilizza solo due tipi di lastre a forma di losanghe. La figura fornisce le dimensioni delle due losanghe.



Cercate due modi differenti per costruire un decagono regolare assemblando 5 losanghe di ciascun tipo. Presentate sul foglio risposta questi due dodecagoni embricati (sovrapposti, cioè, come tegole) in modo da utilizzare complessivamente meno di 20 losanghe.

Esercizio n°4 5 punti**All'incontrario**

Individuate un intero di 4 cifre maggiore di 1000 in modo che moltiplicandolo per 4 si ritrovi questo numero capovolto.

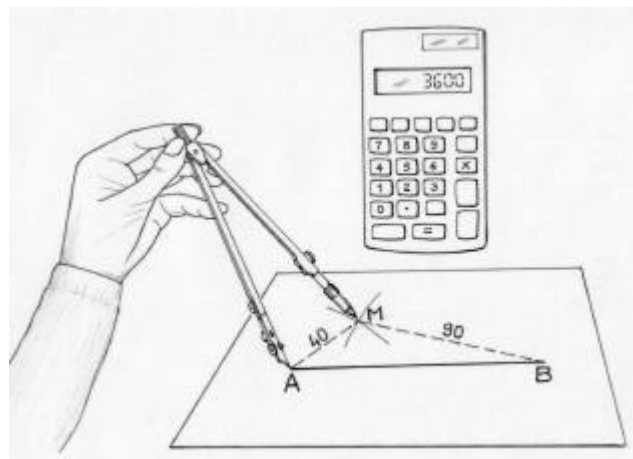
$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\
 \times 4 \\
 \hline
 \begin{array}{cccc} d & c & b & a \end{array}
 \end{array}$$

Esercizio n°5 7 punti**Voglia di volare**

A e B sono due punti del piano distanti 120 mm. Si cercano dei punti M_1, M_2, M_3 , ecc... tali che $MA + MB = 3600$ esprimendo le distanze in millimetri.

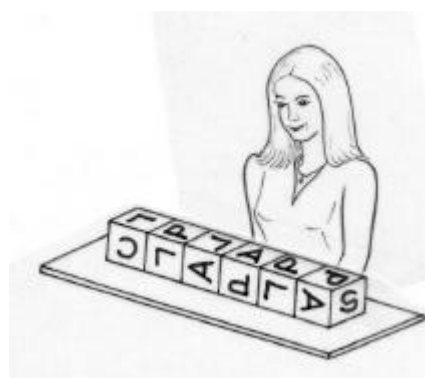
Posizionate A e B sul foglio risposta, poi segnate in rosso numerosi punti M tali che $MA + MB = 3600$.

Si vedrà apparire una curva che sarà da completare. Presentate sul retro del foglio le coppie di numeri utilizzati per ottenere i punti M segnati in rosso.

**Esercizio n°6 5 punti****Facce nascoste**

Stefania ha posato sul tavolo 6 cubi tutti uguali qui rappresentati.

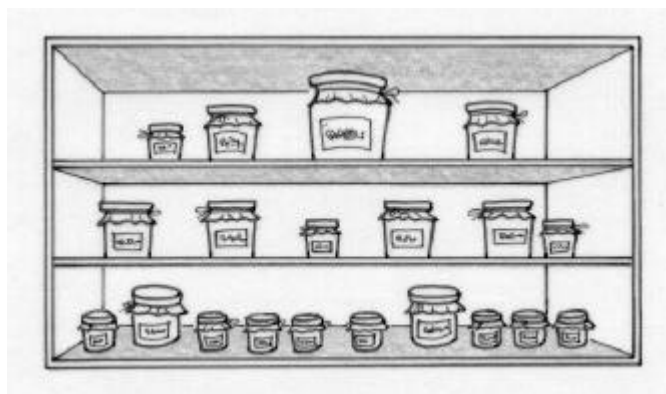
Disegnate sul foglio risposta quello che Barbara vede dall'altro lato del tavolo.



Esercizio n°7 7 punti**Vasetti pieni**

Piero prepara con sua madre le gelatine di ribes. Riempiono 20 vasetti di 3 misure differenti. I 20 vasetti riempiti pesano 8,4 Kg in tutto. Piero li sistema su tre ripiani, come indicato in figura, in modo che ogni ripiano sostenga lo stesso peso.

Qual è la massa di ogni tipo di vaso riempito? Giustificate la risposta.

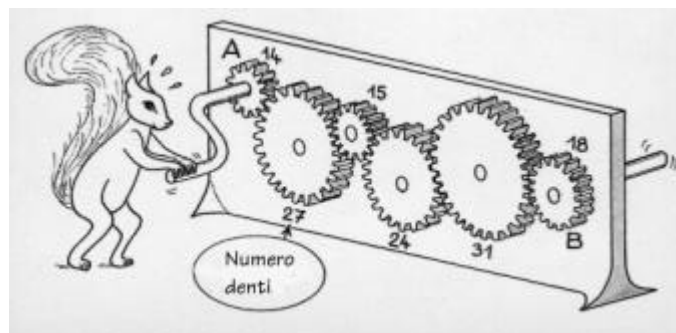
**Esercizio n°8 5 punti****Linee europee**

Berlin (D), Cardiff (GB), Göteborg (S), Lausanne (CH), Madrid (E), Napoli (I), Paris (F), Plzen (CZ), Utrecht (NL) e Warsawa (PL) sono 10 città d'Europa più o meno conosciute. La loro particolarità consiste nel fatto che sono pressoché allineate 4 a 4 in 5 direzioni.

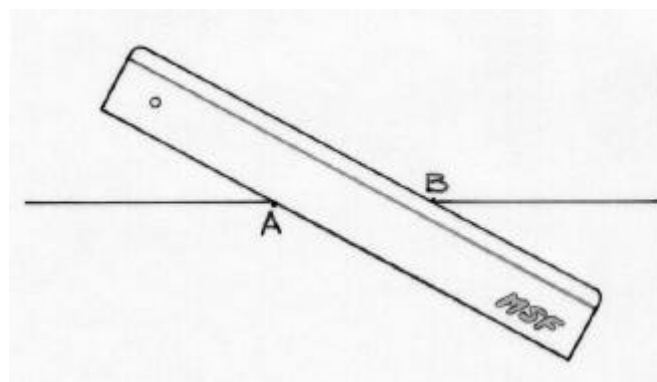
Disponete sul foglio risposta 10 punti in modo che siano allineati 4 a 4 su 5 rette. Disegnate, poi, una seconda figura che rappresenti 15 punti allineati 5 a 5 su 6 rette.

**Esercizio n°9 7 punti****Ingranaggi dentati**

Nel dispositivo presentato in figura, qual è il numero minimo di giri che deve fare la ruota A affinché le ruote A e B effettuino ciascuna un numero intero non nullo di giri? Quanti giri effettua, allora, la ruota B? Giustificate la risposta.

**Esercizio n°10 10 punti****Tutto è in regola**

Bruno vuole ripartire un segmento di retta AB in 3 parti uguali. Dispone solo di una matita e di un righello non graduato a bordi paralleli. Bruno posa inizialmente il



righello come indicato in figura, poi traccia due rette parallele l'una passante per A e l'altra per B. Ricomincia cambiando la direzione del suo righello in modo da ottenere una losanga di cui AB è una diagonale.

Con l'aiuto del suo righello egli costruisce accuratamente una rete di losanghe identiche sul suo foglio. Congiungendo punti opportunamente scelti in questa rete, Bruno può allora suddividere il segmento AB in tre parti uguali.

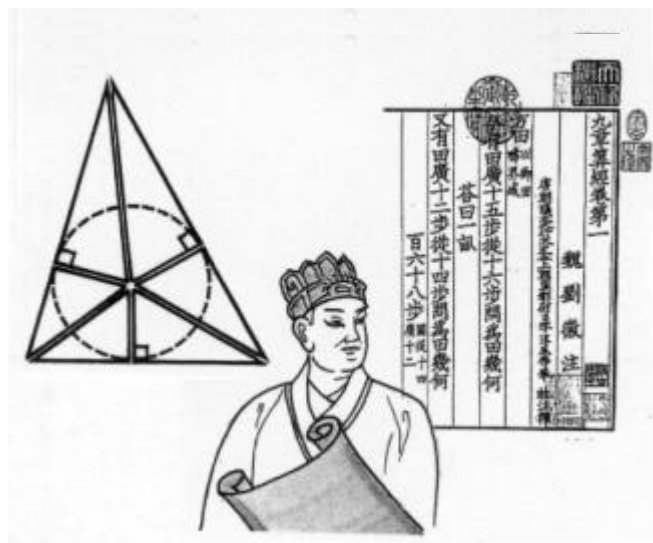
Tracciate sul foglio risposta un segmento AB di 8 cm, suddividetelo in 3 parti uguali seguendo il metodo di Bruno. Dimostrate che i 3 segmenti così ottenuti hanno uguale lunghezza.

Esercizio n°11 5 punti

China puzzle

Durante un viaggio in Cina, Marco trovò in un manoscritto di Chu Chang Suan Shu un puzzle che rappresenta una circonferenza inscritta in un triangolo. In questo triangolo sono disposti i segmenti che congiungono i vertici col centro della circonferenza e, anche, i raggi della circonferenza nei punti di contatto con i lati del triangolo. Tagliando questo triangolo lungo i segmenti disegnati, si ottengono 6 pezzi a forma triangolare. Questo puzzle permette di dimostrare la formula $R = \frac{2S}{P}$ dove S è l'area del triangolo, P il suo perimetro e R il raggio della circonferenza inscritta.

Tracciate sul foglio risposta un triangolo di lati 10, 12 e 14 centimetri con la sua circonferenza inscritta e i suoi 3 raggi caratteristici. Rifate tale costruzione su un altro foglio per tagliare i 6 pezzi del puzzle. Disponete questi 6 pezzi in una banda rettangolare di lunghezza R che incollerete sul foglio risposta, poi spiegate come si ottiene la formula precedentemente enunciata.



Esercizio n°12 7 punti

Il cambiaeuro

Un apparecchio automatico cambiavalute accetta biglietti da 100, da 50, da 20 e da 10 euro e fornisce la valuta nel modo seguente:

- Il biglietto da 100 euro è cambiato in 1 biglietto da 50, 1 da 20, 2 da 10 e 2 da 5 euro
- Il biglietto da 50 euro è cambiato in 1 biglietto da 20, 2 da 10 e 2 da 5 euro
- Il biglietto da 20 euro è cambiato in 1 biglietto da 10 e 2 da 5 euro
- Il biglietto da 10 euro è cambiato in 2 biglietti da 5 euro.

All'inizio viene riempito di biglietti da 50, da 20, da 10 e da 5 euro in modo che si possano effettuare esattamente 100 operazioni qualunque sia il cambio richiesto. Dopo le 100 operazioni, si constata che il distributore contiene 20 biglietti da 100, 130 da 50, 40 da 20 e 70 biglietti da 10 euro.

Quanti biglietti di ogni taglio sono stati introdotti nel distributore nel corso di queste 100 operazioni? Giustificate la risposta.

Esercizio n°13 10 punti

Non è paccotiglia

Leonardo ammira nella vetrina di una bigiotteria un ciondolo posto su un sostegno a forma di cono. Il gioiello è costituito da una pietra dura appesa in un punto P a una sottile catenina d'oro. La catenina descrive sul cono una curva che rappresenta il cammino più breve da P a P facendo il giro del cono. Il diametro della base del cono misura 21 cm; la distanza SA misura 35 cm e quella SP 30 cm. Si vuole conoscere la lunghezza della catenina.

Costruite sul foglio risposta in scala 1:5 il modello della superficie laterale del cono dopo averlo tagliato seguendo la retta SP. Su questo modello tracciate le linee di contatto della catenina con il cono, poi calcolate la lunghezza della catenina.

