MATEMATICA SENZA FRONTIERE

Prova di allenamento

febbraio 2002

Sono richieste spiegazioni o dimostrazioni per gli esercizi 3, 5, 9, 10, 11, 12 e 13.
Sarà esaminata ogni soluzione, anche parziale. Si terrà conto dell'accuratezza.
Restituire un solo foglio-risposta per ogni esercizio.

Esercizio 1 – 7 p *Selezione di campioni*

Risoluzione da redigere in francese o inglese o spagnolo o tedesco con un minimo di 30 parole.

A football field is divided into four sections. Each section contains the same number of players. Wanting to test them to scout out new young talent, the coach moves 5 players from the 1st to the 2nd section, 3 from the 3nd to the 4th and 6 from the 4th to the 1st.
Then he takes 4 players from each section off the field.
If, in total, 24 players are left, can you calculate how many players are now in each section?

Ein Fussballdfed ist in 4 Sektoren gegliedert. Um bei einem Test neue junge Talente ausfinding zu machen, sind in jedem Sektor die gleiche Auszahl von Spielern. Der Trainer schickt 5 Spieler von Sektor 1 zu Sektor 2, 3 Spieler von Sektor 3 zu Sektor 4, und 6 Spieler von Sektor 4 zu Sektor 1.
Dan nimmt er 4 Spieler von jedem Sektor heraus.
Wenn insgesamt noch 24 Spieler übrig sind, können Sie raten, wieviele Spieler jetz in jedem Sektor sind?

A l'occasion d'une sélection de nouveaux joueurs, un terrain de foot a été divisé en quatre secteurs. Chaque secteur contient le moindre nombre de joueurs.
L'entraîneur déplace 5 joueurs du premier au deuxième secteur, 3 joueurs du troisième au quatrième secteur et 6 joueurs du quatrième au premier secteur.
Par la suite il élimine 4 joueurs dans chaque secteur. **Si à la fin de la sélection il résulte 24 joueurs en tout, sauriez-vous calculer combien de joueurs y a-t-il dans chaque secteur?**

En ocasión de una selección para buscar nuevos jugadores, un campo de fútbol está diviso en cuatro sectores. Cada sector contiene el mismo número de jugadores.
El entrenador desplaza 5 jugadores del primer hacia el segundo sector; 3 del terzero hacia el cuarto y 6 del cuarto hacia el primero.
Luego elimina 4 jugadores en cada sector. **Si al final queda un total de 24 jugadores, sabéis calcular cuantos jugadores hay en cada sector?**

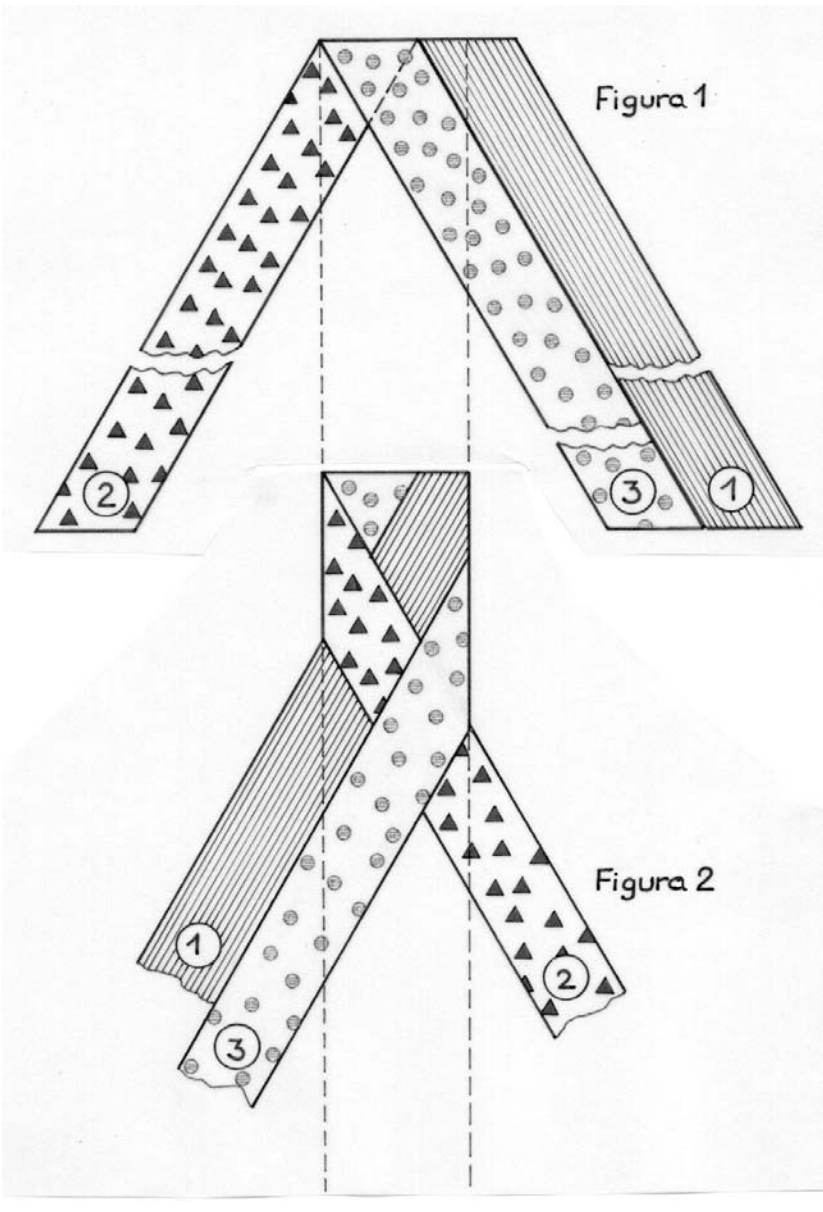
(Concorso *Angela Bernasconi* 2001 - esercizio proposto da Stefano Gatti classe 4 ela IPSIA Monza)

Esercizio 2 – 5 p *Totocifre*

Usando, tutte e una sola volta, le cifre da 0 a 9 scrivete un intero di cinque cifre e il suo doppio.

Esercizio 3 – 7 p *Trecce*

La figura1mostra tre strisce di carta uguali di diverso colore. Ognuna di esse è un parallelogramma con due lati lunghi 2 cm e due angoli di 60°.
La terza striscia ricopre un angolo della seconda. Piegando successivamente queste strisce si ottiene una treccia di cui la figura 2 mostra l'inizio.
Realizzate in questo modo una treccia rettangolare tricolore larga 3 cm e lunga almeno 15 cm in modo che sulla faccia visibile del rettangolo ogni colore copra complessivamente la stessa area. Motivate la risoluzione.



Esercizio 4–5p *Metamorfosi*

Il matematico inglese H.E. Dudeney (1857 - 1930) ha inventato un sezionamento del triangolo equilatero (vedi figura) in un puzzle di 4 pezzi che permette di trasformarlo in un quadrato.

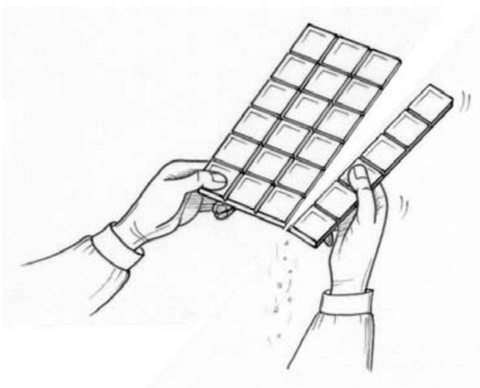
Ecco una procedura per costruire questo sezionamento:

- Costruite un triangolo equilatero ABC di lato 8 cm; indicate con I e J i punti medi rispettivamente dei lati AB e AC. Sulla semiretta JA segnate il punto R tale che JR = JB.
- All'esterno del triangolo ABC, costruite la semiconferenza di diametro CR, che incontra la retta BJ in H.
- Sul lato BC segnate i punti K e L in modo che sia JK = JH e KL = CJ.
- Tracciate, infine, il segmento KJ e su questo segnate i punti M e N in modo che KJ sia perpendicolare a IM e LN.

Costruite questa figura sul foglio-risposta. Ripetete la costruzione su un altro foglio; sezionatela e sistemate i 4 pezzi del puzzle in modo da ottenere un quadrato che incollerete sul foglio-risposta.

Esercizio 5–7p *Prego, dopo di lei!*

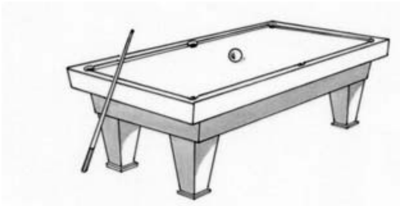
Franca e Gino sono in vena di cortesie. Si dividono una tavoletta di cioccolato, di cui entrambi sono terribilmente golosi, ma nessuno dei due vuole sentirsi egoista nel prendere l'ultimo pezzetto.

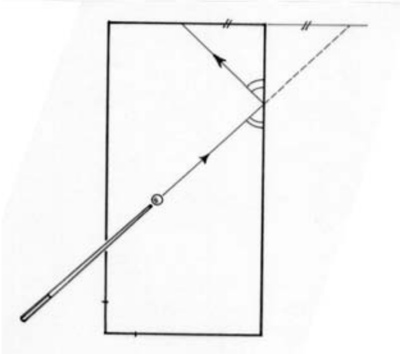


All'inizio la tavoletta è di 24 quadretti. Ognuno dei due, a turno, spezza la tavoletta in due pezzi rettangolari lungo una delle linee di separazione orizzontali o verticali, mangia uno dei due pezzi e dà l'altro al compagno.
Comincia Gino e fa in modo che Franco sia obbligato a prendere l'ultimo quadretto. Descrivete la sua strategia.

Esercizio 6–5p *Gioco di riflessione*

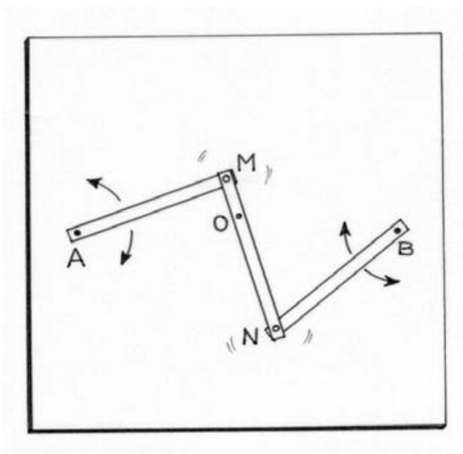
Lo schizzo illustra come una palla da biliardo rimbalzi contro il bordo laterale del tavolo da gioco se spinta senza imprimerle effetti rotatori.
Il tavolo da biliardo è un rettangolo di 1,4 per 2,8 metri.





Si mette una palla nel suo centro; si vuole spingerla in modo che rimbalzi contro tre lati consecutivi prima di finire in una delle 4 buche situate agli angoli del tavolo.
Tracciate sul foglio-risposta il piano del biliardo in scala 1:40. Costruite una traiettoria della palla, lasciando visibili le linee della costruzione.

Esercizio 7–7p *Curvografo*

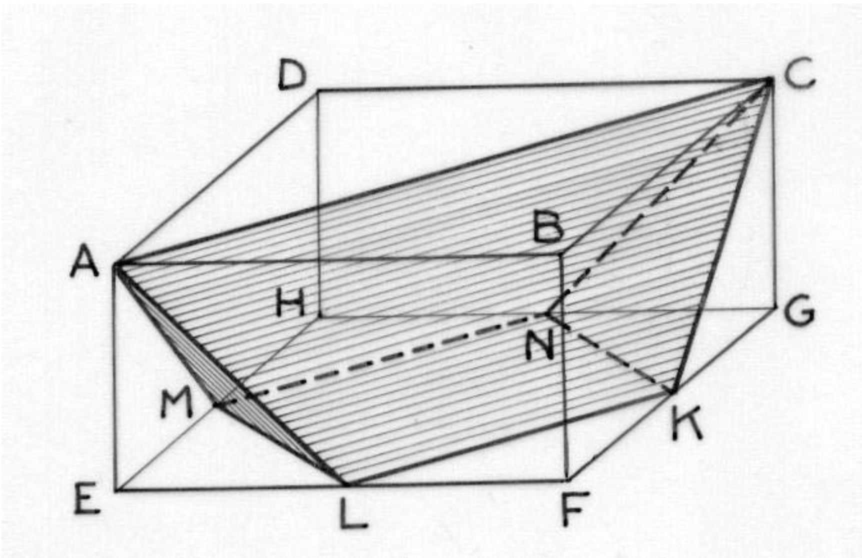


La figura rappresenta un sistema di aste articolate fissato su una tavola.

I punti fissi A e B distano16 cm.
Le aste AM e BN possono ruotare rispettivamente intorno ad A e a B. Esse sono collegate dall'asta MN i cui estremi sono snodi che possono muoversi sulla tavola.
Le 3 aste hanno la medesima lunghezza: AM = BN = MN = 8 cm.

Il punto O è situato sull'asta MN a 2 cm da M e 6 cm da N.
Il punto O descrive una curva curiosa quando l'asta MN si muove in tutte le posizioni possibili.
Tracciate questa linea sul foglio-risposta.

Esercizio 8–5p *Omaggio di tetraedri*



Il solido ABCDEFGH raffigurato è un parallelepipedo rettangolo. La base ABCD è un quadrato di lato 6 cm e altezza AE di 3 cm.
M, K, L e N sono punti medi di spigoli.
Costruite due esemplari del solido ACKNML.
Unite questi due solidi in modo da formare una piramide che offrirete al vostro professore.

Esercizio 9–7p *Codice a barre*

Il codice EAN 13 (European Article Number) è un numero di 12 cifre, seguito da una cifra di controllo. Si scompone come nell'esempio:

3 116430 058089

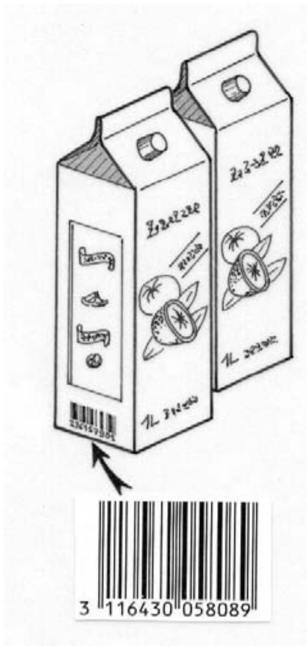
stato *produttore* *prodotto* *cifra di controllo*

In questo esempio la cifra di controllo si calcola partendo dalle prime 12 cifre in questo modo:

$3\times\mathbf{1}+1\times\mathbf{3}+1\times\mathbf{1}+6\times\mathbf{3}+4\times\mathbf{1}+3\times\mathbf{3}+0\times\mathbf{1}+0\times\mathbf{3}+5\times\mathbf{1}+8\times\mathbf{3}+0\times\mathbf{1}+8\times\mathbf{3}=91$

Le cifre sono moltiplicate in modo alterno per 1 e per 3.

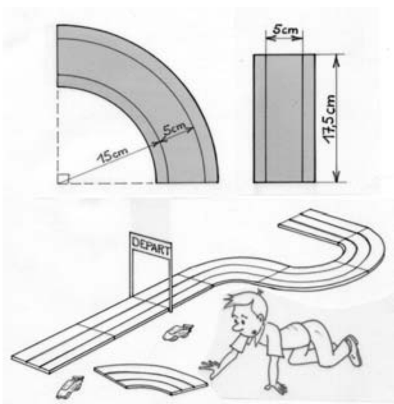
La differenza tra 91 e la decina seguente è 100–91=9 che è, quindi, la cifra di controllo (se la somma è multipla di 10 la cifra di controllo è 0).



Questo permette di rilevare alcuni errori di lettura. Però molti codici a 12 cifre hanno la stessa cifra di controllo. In particolare, può succedere che scambiando due cifre consecutive di un certo codice si ottenga un altro codice con la stessa cifra di controllo. Individuate tutte le coppie di cifre consecutive che, scambiate, danno la stessa cifra di controllo.

Esercizio 10–10p *Corto circuito*

Giulio riceve in regalo una scatola per costruire un circuito automobilistico. La scatola contiene due automobiline elettriche, 10 elementi rettilinei e 10 curvilinei delle dimensioni indicate in figura. Per costruire un circuito con due piste "parallele" (una per ogni automobilina) distanti 5 cm Giulio utilizza elementi scelti nella scatola. La pista aderisce al pavimento, non ha interruzioni ed è chiusa.
Giulio sa che l'automobilina sulla pista esterna percorsa in un giro una distanza maggiore di quella sulla pista interna. Si domanda se la differenza fra i due percorsi varia a seconda della pista costruita.



Tracciate su carta quadrettata due circuiti in scala 1:40. Il primo circuito deve essere il più breve possibile, il secondo il più lungo possibile. Per ognuno di essi calcolare la differenza fra le lunghezze delle due piste.
E' possibile costruire un circuito per cui questa differenza sia maggiore? Spiegate la vostra risposta.

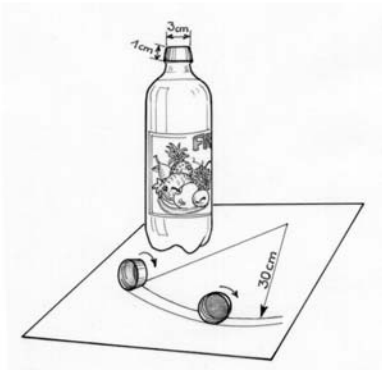
Classe terza

Esercizio 11–5p *Cronometro ad acqua*

Due recipienti uguali sono pieni. Ognuno di essi è fornito di due rubinetti: uno grande e uno piccolo. Se si apre soltanto il rubinetto grande il recipiente si svuota in 30 minuti; se si apre solo quello piccolo il recipiente si svuota in un'ora. I recipienti non hanno né graduazioni né segni di riferimento.
Come fareste a cronometrare 40 minuti servendovi solo di questi due recipienti? Indicate due soluzioni.

Esercizio 12–7p *Gira tappo!*

Una bottiglia è chiusa da un tappo troncoconico. Il suo diametro minore misura 3 cm e il lato obliquo (apotema) misura 1 cm. Rotolando sul tavolo il tappo descrive una corona circolare il cui raggio interno è uguale a 30 cm. Calcolate il diametro maggiore del tappo.



Esercizio 13–10p *Tavola di quadrati*

La tovaglia qui riprodotta è formata da quadretti bianchi, neri e a righe. Di questa tovaglia Franco osserva una zona quadrata i cui quattro quadretti d'angolo sono tutti bianchi: quindi su ogni lato di questo quadrato c'è un numero dispari di quadretti.
Franco sa che ogni numero dispari si può scrivere come $2n + 1$, dove n è un numero intero.Esprimete in funzione di n il numero di quadretti di ogni tipo contenuti nel quadrato di lato $2n + 1$ osservato da Franco.