Competizione Interclassi di 2° e 3° (6 Marzo 1997)

- *Solo le risoluzioni degli esercizi 4, 6 e 7 non richiedono giustificazioni.*
- *Ogni risposta, anche se parziale, sarà considerata.*
- *La cura sarà apprezzata*
- *Ogni soluzione deve essere riportata su fogli-risposta separati.*

Esercizio n. 1 (punti 10)

Più o meno di meno

con risposta da redigere nella lingua scelta

■ Pierre a posé sur la table six cartes présentant un verso identique. Au recto de chacune d'elles figurent respectivement les nombres +1, +2, +3, -1, -2, -3.

Pierre propose alors à son ami Paul le jeu suivant: ils retournent simultanément chacun une carte. Si le produit des deux nombres qui apparaissent est positif, alors Paul gagne. Si le produit est négatif c'est Pierre le gagnant.

Après quelques parties, Paul se rend compte que Pierre gagne plus souvent que lui. Aussi, pour augmenter ses chances de gagner, il propose à Pierre d'enlever une carte portant un nombre négatif et de reprendre le jeu avec les cinq cartes restantes.

Paul a-t-il raison? Justifier la réponse.

■ Peter put six cards down on the table. All of them have an identical back and on the other side they respectively show +1, +2, +3, -1, -2, -3.

Then Peter suggests his friend Paul the following game: they both simultaneously turn up one card. If the product of the two numbers is positive. Paul wins. If the product is negative Peter is the winner.

After a few games, Paul notices that Peter more often wins. So, in order to increase his chances of success, he proposes Peter to take off one card with a negative number and to start the game again with the five cards left.

Is Peter right? Justify your answer.

■ Pedro ha colocado sobre la mesa seis cartas que presentan un verso idéntico. En el anverso de cada una de ellas figuran respectivamente los números +1, +2, +3, -1, -2 -3.

Pedro propone entonces a su amigo Pablo el siguiente juego: cada uno vuelve simultaneamente una carta; si el producto de los dos números que aparece es positivo, Pablo gana; si el producto es negativo, Pedro es el ganador.

Tras algunas partidas, Pablo se da cuenta de que Pedro gana más a menudo que él. Así, para aumentar sus posibilidades, propone a Pedro que levante una carta que tenga un número negativo y que retome el juego con las cinco cartas restantes.

¿ Tiene Pablo razón? Justifique su respuesta.

■ Peter hat auf den Tisch sechs Karten gelegt, die völlig gleich aussehen. Auf der anderen Seit trägt jede von ihnen jeweils eine der Zahlen +1, +2, +3, -1, -2, -3.

Peter schlägt seinem Freund Paul das folgende Spiel vor: beide drehen gleichzeitig eine Karte um. Ist das Produkt der beiden Zahlen positiv, so ist Paul der Gewinner. Wenn das Produkt negativ ist gewinnt Peter.

Nach einigen Runden stellt Paul fest, dass Peter öfter gewinnt. Um seine Chancen zu erhöhen, schlägt er vor, eine der Karten mit einer negativen Zahl aus dem Spiel zu entfernen und mit fünf Karten weiterzuspielen.

Hat Paul recht? Begründe die Antworte.

Esercizio n. 2 (punti 5)

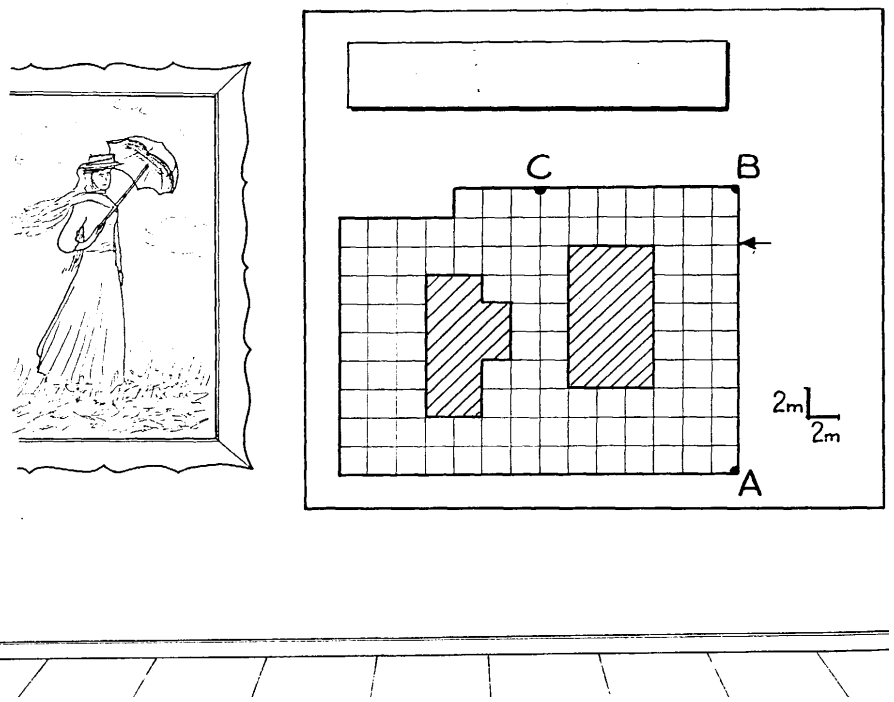
Controllo totale

Il disegno riportato è la pianta di una sala d'esposizione in cui dei quadri sono appesi su 18 muri. Le parti tratteggiate rappresentano l'interno dei locali non adibiti all'esposizione.

Sono disponibili quattro telecamere che devono essere fissate sui muri. Tutti i muri devono essere sotto sorveglianza e ogni telecamera deve essere osservabile almeno da una delle altre tre.

Sulla piantina il campo della telecamera piazzata in un punto del muro è un angolo il cui vertice è il punto stesso e la cui ampiezza massima è 135°. Tre telecamere sono poste in A, B, C.

Disegnare sul foglio-risposta la piantina della sala d'esposizione nella scala 1/100; posizionare la quarta telecamera D e colorare, con colori diversi, i quattro campi.

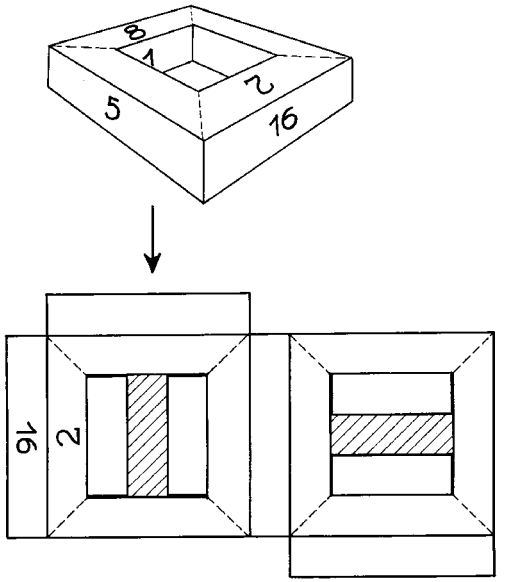


Esercizio n. 3 (punti 10)

La cornice magica

Claudia e Letizia assemblano quattro pezzi di legno per costruire una cornice. Numerano le quattro facce di ogni pezzo di legno con numeri interi da 1 a 16.

Claudia dice: "Guarda, è magico! La somma dei numeri scritti sulle quattro facce di ogni pezzo è uguale a 34".



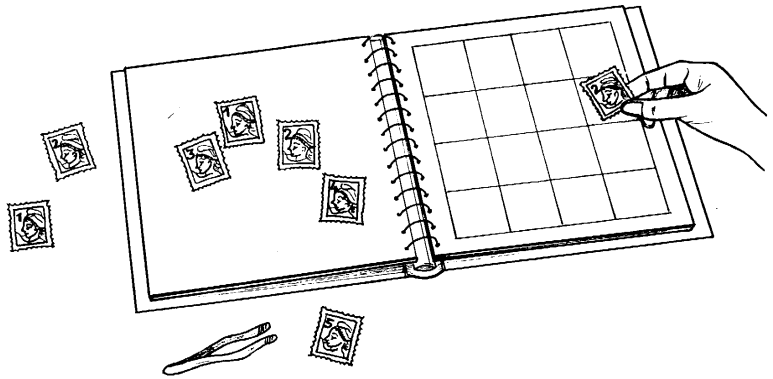
Letizia dopo avere preso in mano il solido lo depone come indicato in figura e replica: "C'è di meglio! Se sommo i numeri dei quattro trapezi di sopra o anche di quelli di sotto delle quattro facce verticali esterne o anche di quelle interne, infine delle quattro facce aventi un vertice comune, allora ottengo sempre 34".

Riprodurre sul foglio risposta lo sviluppo del modello e completarlo con i numeri mancanti.

Esercizio n. 4 (punti 5)

Esercizio bollato

Nella sua collezione Gerardo possiede dei francobolli di valore 1F, 2F, 3F, 4F o 5F.



Con 16 di questi francobolli può riempire tutte le caselle di una griglia 4 x 4 in modo che ogni riga, ogni colonna, ogni diagonale o parallela alle diagonali non contenga francobolli dello stesso valore e che il valore totale dei francobolli della griglia non superi 50F.

Rappresentare una possibile disposizione dei 16 francobolli sulla griglia.

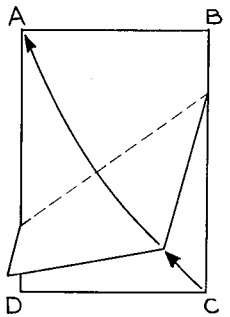
Esercizio n. 5 (punti 10)

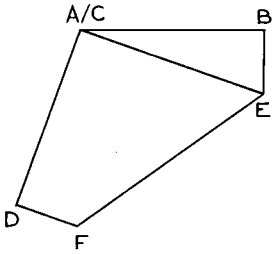
Angolo su angolo

Le dimensioni esatte di un foglio rettangolare sono 21 cm e $21\sqrt{,2}$ cm.

Si piega il foglio sovrapponendo due vertici opposti. Si ottiene un pentagono.

Calcolare l'area esatta del pentagono ABEFD.





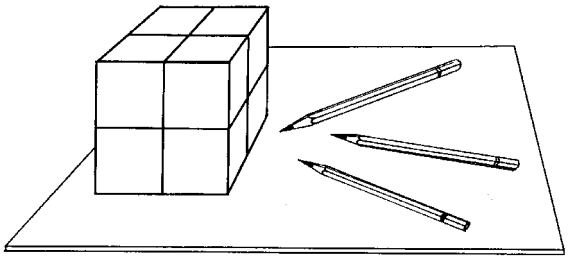
Esercizio n. 6 (punti 5)

Cubo policromo

Si è divisa ogni faccia di un cubo in quattro quadrati identici.

Con l'aiuto di tre colori diversi, colorare i 24 quadrati in modo che due quadrati aventi un lato in comune sul cubo non siano dello stesso colore.

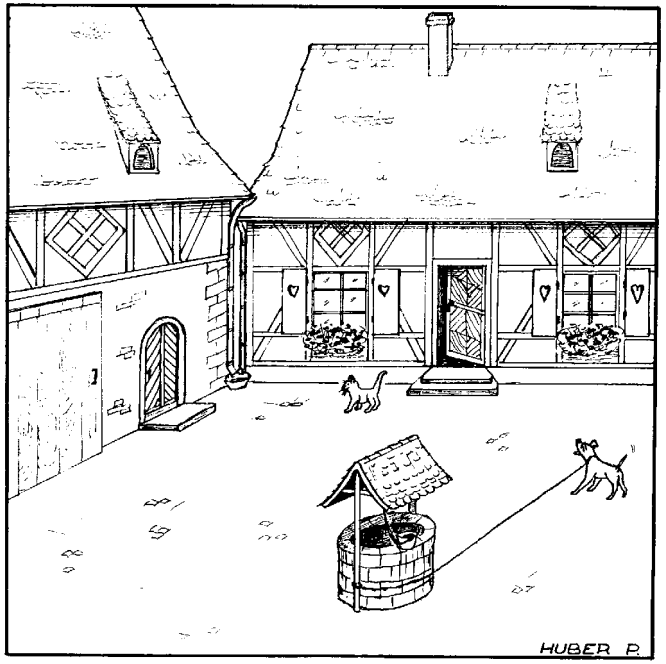
Incollare il modello così ottenuto sul foglio risposta.



Esercizio n. 7 (punti 10)

Cane arrotolato

Rataplan è sdraiato nella corte della fattoria; legato per il guinzaglio ad un anello della vera del pozzo sorveglia la porta della cucina. Improvvisamente Micione alla vista di Rataplan si affaccia e fugge rasente i muri.
Attorno al pozzo si inizia una corsa a inseguimento mentre il guinzaglio di Rataplan, costantemente teso, si arrotola intorno alla vera…



Dati:

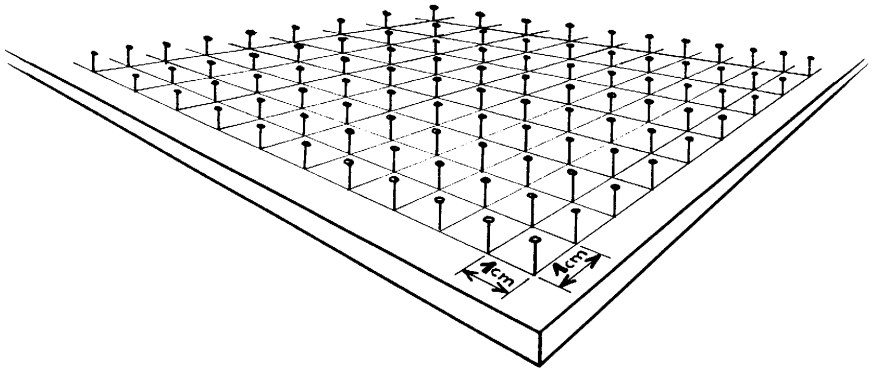
- la corte è quadrata e il suo lato misura 20 m:
- il pozzo è al centro della corte;
- il diametro della vera del pozzo misura 1,20 m;
- la lunghezza del guinzaglio, che non è elastico, misura 8 m.

Costruire sul foglio risposta, in scala 1/100, la traiettoria descritta dall'estremità mobile del guinzaglio di Rataplan.

Esercizio n. 8 (punti 5)

Strada chiodata

Si dispone di una tavola quadrata di lato di 20 cm, quadrettata con dei chiodi distanziati 1 cm.
Si vuole realizzare un ottagono, il più regolare possibile, i cui vertici sono otto chiodi legati da una cordicella tesa.
L'ottagono deve avere tutti gli angoli uguali, quattro lati paralleli ai bordi della tavola e il rapporto di due lati consecutivi deve approssimare il più possibile l'unità.



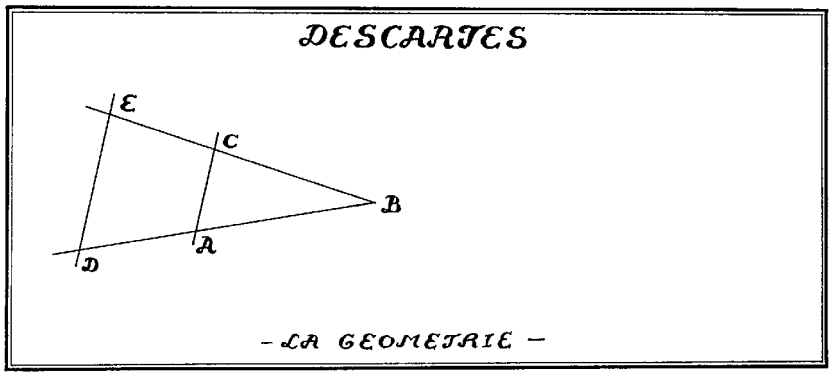
Riprodurre sul foglio-risposta la quadrettatura e disegnare, evidenziandolo col colore, l'ottagono.

Esercizio n. 9 (punti 10)

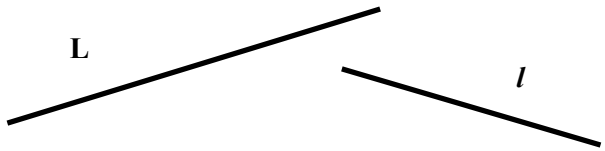
Prodotto cartesiano

Cartesio (1596-1650) nel suo libro “La Geometria” fornisce un metodo per costruire solo con riga e compasso il prodotto di due lunghezze:

“Supponiamo di dover moltiplicare **BD** per **BC**: assunto **AB** il segmento unitario, è sufficiente congiungere i punti A e C, poi tracciare **DE** parallelo a **CA,** e **BE** è il prodotto di questa moltiplicazione”.



- Giustificare il procedimento di Cartesio;
- Con l’unità di lunghezza **AB** scelta precedentemente, i segmenti rappresentati hanno lunghezza l e L.



Ispirandosi al metodo di Cartesio costruire sul foglio risposta un segmento di lunghezza L/l.

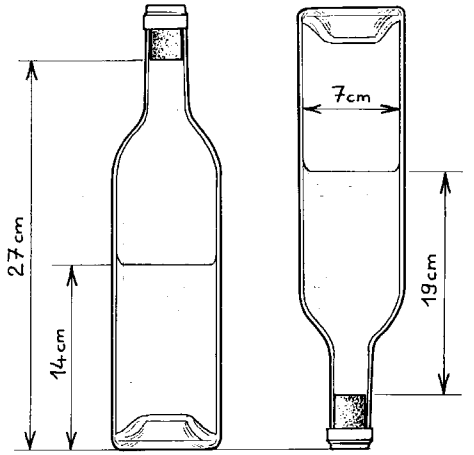
Esercizio n. 10 (punti 15)

Cin cin

Il capitano Haddoch, dopo un pranzo ben innaffiato, si prese un “cicchetto” da Tintin:

“Capitano, non è possibile! Ieri su questo tavolo la bottiglia di whisky era ancora piena e, ora, il livello del liquido non è che di 14 cm”.

“Corpo di mille fulmini”, replicò il capitano, capovolgendo la bottiglia, “il liquido arriva ancora a 19 cm sopra il tappo!”.



Sapendo che la bottiglia ha una capacità di 0,76 litri, fino al tappo, calcolare in cm^3 il volume del liquido ancora disponibile nella bottiglia.

Solo per le classi terze

Esercizio n. 11 (punti 5)

Ritorno a piedi...

Ogni sera la signora Rossi va con l'auto alla stazione a prendere suo marito, partendo da casa sua sempre alla stessa ora, seguendo sempre lo stesso itinerario, guidando sempre alla stessa velocità per arrivare esattamente alle 18 e 30, orario di arrivo del treno di suo marito. Poi rientrano a casa direttamente sempre per la stessa strada e sempre con la stessa velocità.

Ma un giorno il signor Rossi prende un altro treno che arriva alle 18 e 10. Non essendoci ancora sua moglie le va incontro a piedi; si incontrano per strada e arrivano a casa 10 minuti prima del solito.

Per quanto tempo ha camminato il signor Rossi?

Esercizio n. 12 (punti 10)

Medie senza frontiere

Nell'Irmeo del Nord e del Sud hanno partecipato a "Matematica senza Frontiere" più di 1 000 classi seconde e terze.

La relazione degli organizzatori indica che i risultati di un esercizio del valore di 10 punti sono stati migliori per le classi seconde in ciascuna delle due zone.

Ciò nonostante, considerando sempre di questo esercizio, ma su tutto il territorio, le classi terze hanno ottenuto una media superiore a quella delle classi seconde.

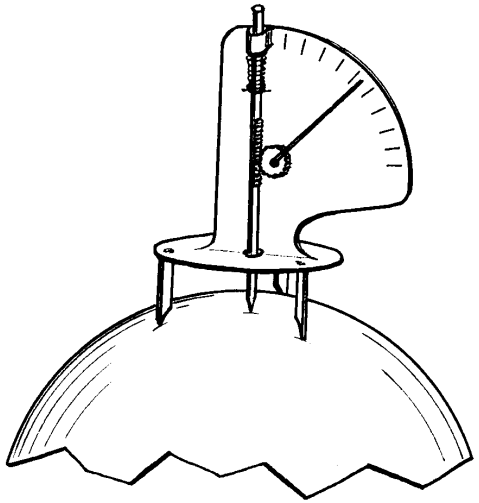
La relazione ha lasciato più di un alunno perplesso… e comunque, gli organizzatori non si sono sbagliati.

Formulare un esempio che dimostri che questa situazione è possibile.

Esercizio n. 13 (punti 15)

La sfera di cristallo

Madama Luna ha disgraziatamente rotto la sua sfera di cristallo. Per poter prevedere il futuro le occorre una sfera dello stesso raggio; per poterlo determinare si rivolge al professor Girasole che utilizza uno sferometro.



E' un apparecchio che permette di calcolare il raggio di una sfera rigida: la sua base è costituita da tre piedini che formano un triangolo equilatero di lato 9 cm. Il puntale appartiene alla retta perpendicolare al piano della base e passante per il centro di questa.

Si appoggiano i tre piedini su un frammento della sfera; si sposta il puntale finché tocca la sfera e l'apparecchio indica una distanza di 2 cm dall'estremità del puntale al piano della base.

Calcolare il raggio della sfera di cristallo… e prevedere il futuro.