

Matematica Senza Frontiere Junior

Scuola secondaria primo grado – classe terza

Competizione 7 marzo 2017

Proposta di soluzioni

Esercizio n. 1 (7 punti) Una festa particolare

$$20\ 500\text{ g} : 365\text{ g} = 56\text{ a} + 60\text{ g}$$

Nel 2016 Laura compie 56 anni; è quindi nata nel 1960 e il 10 ottobre compirebbe 56 anni e 60 giorni se tutti gli anni fossero di 365 giorni; occorre, però, considerare la durata dell'anno bisestile di 366 giorni e calcolare il numero di anni bisestili dal 1960 al 2016: 14.

Dai 60 giorni sottratti 14 ne restano 46. Tale considerazione porta alla conclusione che il compleanno di Laura è il 25 agosto.

Esercizio n. 2 (10 punti) Sulla parete della Basilica di Santa Maria Maggiore in Bergamo

Sarebbe stato più conveniente richiedere 61 bracci.

Se s'inizia con il calcolo

$$32\text{ m} : 2,63\text{ m} \approx 12\text{ cavezzi} \quad \text{e} \quad 3\ 200\text{ cm} : 53,1\text{ cm} \approx 60\text{ bracci}$$

occorre subito riflettere sul fatto che sia per il cavezzo sia per il braccio non esistono sottomultipli decimali per cui il risultato deve essere approssimato e che, per garantire che la richiesta d'acquisto del tessuto previsto sia ottemperata, è necessario richiedere in entrambi i casi una unità maggiore di cavezzi e/o di bracci.

La misura di tessuto richiesto sarebbe, quindi, da esprimersi in 13 cavezzi o in 61 bracci.

A questo punto si deve riflettere sugli scarti di tessuto, maggiori se l'acquisto fosse richiesto in cavezzi per concludere sulla convenienza d'esprimere la misura in 61 bracci.

Esercizio n. 3 (5 punti) Viaggio di lavoro

Tappa	Cifra iniziale	Cifra dopo la tappa
Lucca	q	2q - 12
Firenze	2q - 12	2(2q - 12) - 12
Pisa	2(2q - 12) - 12	2(4q - 24 - 12) - 12 = 0

Si deduce che all'inizio possedeva 10 denari + $\frac{1}{2}$, a Firenze 9, dopo Firenze 6, dopo Pisa nulla in quanto $12 - 12 = 0$.

Si noti che non c'erano monete sottomultiple del "denaro" e Fibonacci utilizzava nelle soluzioni le frazioni (con simbolo numerico).

Esercizio n. 4 (7 punti) Il porcellino d'India

$$N_t \text{ biglietti} = N_t \text{ cassette}$$

$$N_{\text{biglietti A}} = 3 \quad \text{e} \quad N_{\text{biglietti L}} = 6$$

$$\text{Poiché} \quad P_x = \frac{N_x}{N_t}$$

$$P_A = \frac{3}{30} \rightarrow P_A = \frac{1}{10} \quad \text{e poich } \quad N_L = 2N_A$$

si deduce che La probabilità di vincere di Luisella è doppia di quella di Anna.

Esercizio n. 5 (10 punti) Un regalo salutare

Volume del ciondolo = $(3,5 \cdot 1,8 \cdot 0,25) \text{ cm}^3$ $V_c = 1,575 \text{ cm}^3$

per cui la massa d'argento necessaria è pari a $(10,49 \text{ g/cm}^3) \cdot (1,575 \text{ cm}^3)$ da cui $M_a \approx 16,5218 \text{ g}$ e costa $\approx 8,59 \text{ €}$.

Il costo totale, comprensivo di fattura e incisione, è inferiore a 20 euro e Marta sarà, pertanto, in grado d'effettuare l'acquisto.

Esercizio n. 6 (7 punti) I Romanidopo 2000 anni

Si ricava che 1 Actus = $120 \cdot 0,2965 \text{ m}$, quindi 1 Actus è pari a 35,58 metri e le misure dei lati sono rispettivamente di 124,53 m, 213,48 m e 302,43 metri.

Si potrebbe ricorrere alla formula di Erone $A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ con p = semiperimetro del triangolo e determinare l'area dell'appezzamento individuando che è decisamente sia maggiore di un orto familiare (considerato nella consuetudine di $15/20 \text{ m}^2$ al massimo) sia minore di un latifondo. Con un termine comunemente accettabile, lo si potrebbe definire pertanto un appezzamento/terreno molto esteso e, pertanto, un campo.

Più semplicemente, però, è sufficiente la considerazione delle misure dei lati del terreno triangolare per escludere che possa essere un orto familiare; poi considerare che, se anche fosse un quadrato avente per lato la maggiore dimensione del triangolo, cioè 302,43 m, la sua area sarebbe pari a $91\,463,90 \text{ m}^2$ e, quindi, inferiore notevolmente al latifondo.

Esercizio n. 7 (10 punti) Un logo matematico

Dalle simmetrie evidenti nella figura si ricava che le curve divisorie sono 4 archi di circonferenza di raggio 10 cm (la metà del raggio della circonferenza esterna).

Ciascuna delle 4 parti in cui è diviso il simbolo è costituita da un quarto di circonferenza di raggio 20 cm e da due semicirconferenze di raggio 10 cm.

A questo punto è sufficiente effettuare i calcoli:

$$2p = \left(\frac{20 \cdot 2 \cdot \pi}{4} + 2 \cdot \frac{10 \cdot 2 \cdot \pi}{2} \right) \text{ cm} \quad 2p = (10\pi + 20\pi) \text{ cm}$$

$$2p \approx 94,2 \text{ cm}$$

Esercizio n. 8 (5 punti) Al villaggio Crespi

$$DE = FE = GC = BC$$

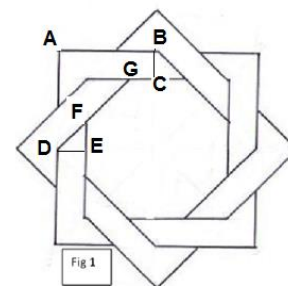
La quarta parte dell'ottagono è data da: $AB^2 - (ABD + GBC + FED)$

Oppure, più semplicemente, si può calcolare come la differenza tra l'area del quadrato interno e quattro volte l'area di GBC, dove il lato del quadrato interno misura 2 m e il segmento $BC = (\sqrt{2} - 1) \text{ m}$

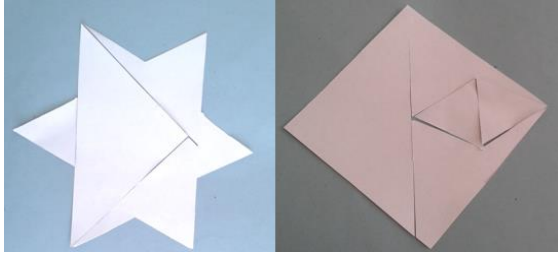
$$\text{Area}_{\text{ottagono}} = 4 - 4(\sqrt{2} - 1)^2 \text{ m}^2$$

$$\text{Area}_{\text{ottagono}} = (4 - 4 \cdot 0,4142^2) \text{ m}^2$$

$$\text{Area}_{\text{ottagono}} \approx 3,31 \text{ m}^2$$



Esercizio n. 9 (10 punti) **Il puzzle** (Ernest Bickham Escott 1857 – 1941)

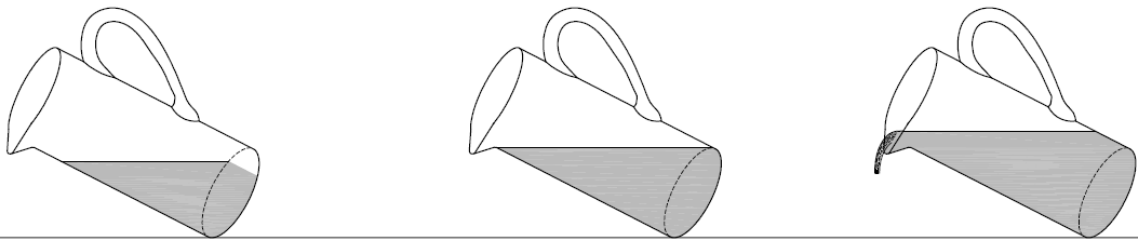


Poiché le due figure, ottenute con i medesimi pezzi, hanno la misura dell'area uguale è sufficiente calcolare quella del quadrato.

La lunghezza l del lato del quadrato si ricava con misura diretta per cui la misura dell'area richiesta sarà l^2 .

Esercizio n. 10 (7 punti) **La caraffa**

- 1) S'inclina la caraffa finché il liquido comincia a toccare il bordo laterale; se si vede il fondo si deduce che il liquido contenuto è meno della metà, se il fondo è coperto ma il liquido non esce significa che il contenuto riempie a metà la caraffa, se fuoriesce è più della metà.



- 2) Poiché il volume della caraffa è $2\,260,8\text{ cm}^3$ (considerando $\pi = 3,14$) o $2\,261,95\text{ cm}^3$ (effettuato il calcolo con la calcolatrice e inserito il simbolo π , cioè con approssimazione inferiore), la caraffa può senz'altro contenere la quantità d'acqua indicata, pari a $1\,500\text{ cm}^3$.