Matematica Senza Frontiere Junior

Scuola primaria – classe quinta
Scuola secondaria primo grado – classe prima

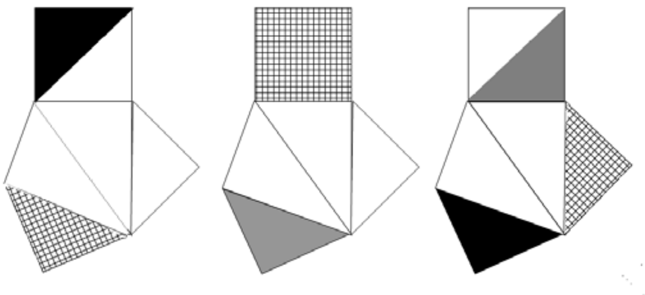
Accoglienza 2020 - 21

Proposta di soluzioni

Esercizio n. 1 (7 punti) **Palline di gelato**

Poiché Jean acquista in totale 10 palline di gelato mentre Sarah ne acquista 8 spendendo 2,50 € meno di Jean, si deduce che il costo di due palline è di 2,50 € e, quindi, il costo di una pallina di gelato è di 1,25 euro.

Esercizio n. 2 (5 punti) **Cubo decorato**



Esercizio n. 3 (5 punti) **Decorazioni**

Soluzione: <u>A controllo del correttore</u>

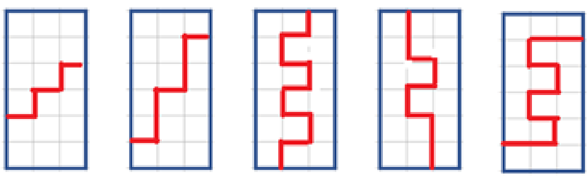
Esercizio n. 4 (10 punti) **Nato da qualche parte**

Si considerino i giorni corrispondenti nel calendario terrestre al periodo dal primo gennaio 2083 alla data (nel calendario titoniano) della nascita del figlio del capitano (12/07/2083):

gennaio	**febbraio**	**marzo**	**aprile**	**maggio**	**giugno**	**luglio**	**Giorni terrestri**
20	21	22	23	24	25	12	**147**

Nel calendario terrestre 147 giorni portano alla data del 27 maggio 2083

Esercizio n. 5 (7 punti) **Suddivisioni, tappa 2**



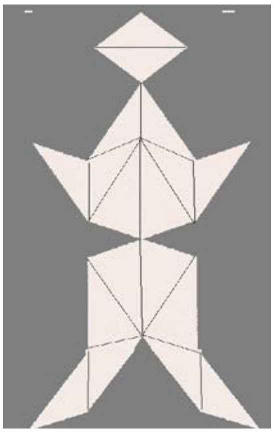
Esercizio n. 6 (5 punti) Al fuoco!

In un minuto (60 s) si estraggono in totale (2 000 + 500) l = 2 500 l.
Poiché con un idrante si estrae un numero di litri quadruplo che con l'altro, i rimanenti 500 litri verranno estratti, nello stesso tempo, nelle quantità rispettive di 400 e 100 litri.
Dato che 400 = 1/5 di 2 000, il tempo necessario a completare lo svuotamento della cisterna sarà 60 **:** 5 = 12 s.

La cisterna, pertanto, sarà vuota in 72 secondi.

Esercizio n. 7 (7 punti) Tassello di Penrose

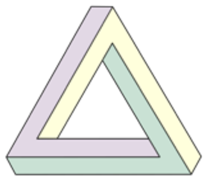
Approfondimento didattico



L'occasione della correzione in classe può sollecitare il docente a commentare il perché del nome Penrose.
Sir Roger Penrose, (Colchester, 8 agosto 1931), è un matematico, fisico e cosmologo britannico, noto per il suo lavoro nel campo della fisica matematica, in particolare per i suoi contributi alla cosmologia; si occupa inoltre di giochi matematici. Laureato all'Università di Cambridge, è professore emerito all'Istituto di matematica dell'Università di Oxford e nel 1988 ha ricevuto, assieme a Stephen Hawking, il Premio Wolf per la fisica e il 6 ottobre 2020 gli è stato assegnato il Premio Nobel per la fisica per i suoi studi sui buchi neri.

Il premio Nobel per la fisica di quest'anno è stato, infatti, attribuito per metà a Roger Penrose "per la scoperta che la formazione dei buchi neri è una rigorosa previsione della teoria generale della relatività" e per l'altra metà, a pari merito, a Reinhard Genzel e Andrea Ghez "per la scoperta di un oggetto compatto supermassiccio al centro della nostra galassia".

Ma qui il richiamo è alle ***Tassellature***.
Per comodità del docente, si riporta, di seguito, la presentazione delle tassellature che lo stesso Roger Penrose scrisse. Naturalmente il docente potrebbe cogliere solo qualche spunto accessibile per la classe mostrando alcuni dei disegni riportati e terminare la lezione con un richiamo agli ***Oggetti Impossibili***, come il famoso Triangolo di Penrose o impossibile che non può essere costruito ma esiste solo come rappresentazione in due dimensioni ottenuta mediante linee con costruzioni prospettiche.



da Roger Penrose, *La mente nuova dell'imperatore*, Ed Rizzoli, 1989.

Come ultimo esempio di un problema di matematica che non sia ricorsivo, consideriamo il problema di coprire il piano euclideo con forme poligonali: disponendo di un numero finito di tali forme diverse, ci chiediamo se sia possibile ricoprire completamente il piano, senza vuoti e senza sovrapposizioni, usando solo queste forme e non altre. Una tale disposizione di forme è chiamata tassellatura del piano. Sappiamo bene che tali tassellature sono possibili usando solo quadrati, o solo triangoli equilateri, o solo esagoni regolari, ma non usando pentagoni regolari. .Per tassellare il piano si possono usare molte altre forme singole, come ciascuno dei due pentagoni irregolari illustrati nella figura 4.6. Usando un paio di forme la tassellatura può diventare può complessa. Due esempi semplici sono forniti nella figura 4.7. Tutti gli esempi presentati finora hanno la proprietà di essere periodici; ciò significa che sono esattamente ripetitivi in due direzioni indipendenti. In termini matematici, diciamo che c'è un parallelogrammo periodico: un parallelogrammo che, qualora venga marcato in qualche modo e poi ripetuto di continuo nelle due direzioni parallele ai suoi lati, riprodurrà il disegno della tassellatura dato. Un esempio è presentato nella figura 4.8, dove a sinistra è raffigurata una tassellatura con una figura a forma di corno, che a destra è messa in relazione a un parallelogrammo periodico di cui si indica la tassellatura periodica.

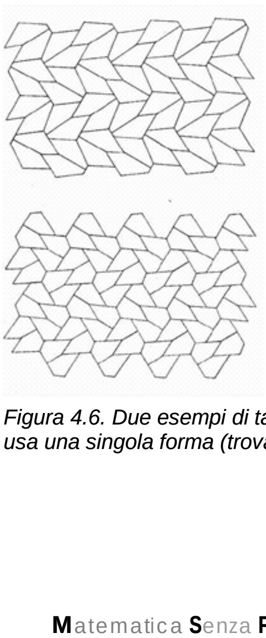


Figura 4.6. Due esempi di tassellatura periodica del piano, ognuno dei quali usa una singola forma (trovati da Majorie Rice nel 1976)

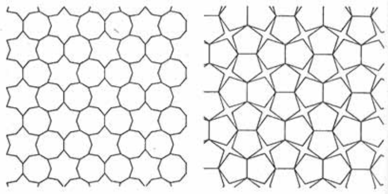


Figura 4.7. Due esempi di tassellatura periodica del piano, ognuna delle quali usa due forme

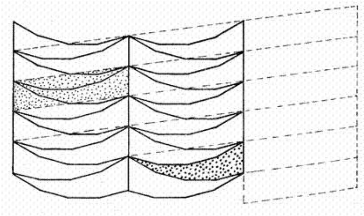


Figura 4.8. Una tassellatura periodica, illustrata in relazione al suo parallelogramma periodico.

Ora ci sono molte tassellature del piano che non sono periodiche. La figura 4.9 presenta tre tassellature "a spirale" non periodiche, con la stessa tessera di forma a corno della figura 4.8. Questa particolare forma di tessera è nota come "versatile" (per ovvie ragioni!) e fu escogitata da B. Grünbaum e G. C. Shephard (1981, 1987), che si fondarono a quanto pare su una forma precedente dovuta a H. Voderberg. Si noti che la forma versatile tasselllerà il piano sia in modo periodico sia in modo aperiodico. Questa proprietà è condivisa da molte altre forme di tessere singole e da insiemi di forme di tessere. Esistono singole tessere o insiemi di tessere che tassellano il piano solo in modo aperiodico? La risposta a questa domanda è «sì». Nella figura 4.10 ho raffigurato un insieme di sei tessere costruite dal matematico americano Raphael Robinson (1971) che tasselleranno l'intero piano, ma solo in un modo aperiodico.

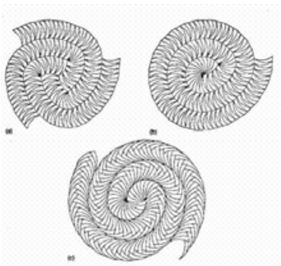
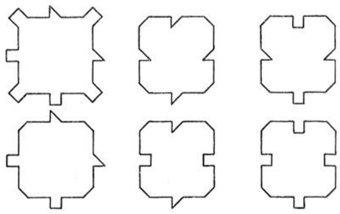


Figura 4.9

Figura 4.10



Esercizio n. 8 (10 punti) **Le maglie in fila**

Trattasi di un problema aperto che, quindi, richiede come prima operazione la schematizzazione della situazione problematica per pervenire alla formulazione del problema.
Per fare ciò occorre formulare alcune ipotesi di base semplificative della situazione stessa, ad esempio:

1) la squadra di calcio di ragazzi di 10 anni molto probabilmente gioca a calcetto per cui il numero dei giocatori è minimo di 5 giocatori, non necessariamente di 11, anche se di solito le squadre sono composte da un numero di giocatori superiore a 5;
2) il numero di maglie da lavare è pari al numero dei componenti la squadra a prescindere che tutti i componenti abbiano giocato o siano stati in panchina;
3) le maglie sono stese senza mollette a livello ascellare;
4) si suppone che le maglie non si sovrappongano l'un l'altra (condizione già esplicitata nel testo) ma anche che siano stese in modo che non si sovrappongano parti di maniche "penzolanti".

Ciò premesso, si procede con la stima delle *variabili* in gioco:

N giocatori	*Larghezza media della maglia* (a livello ascellare)	*Intervallo tra due maglie* (larghezza occupata da due maniche "penzolanti", appartenenti a due maglie diverse affiancate)	*Lunghezza tratti filo estremi (due)*
10	70 cm	40 cm	15 cm x 2 = 30 cm

per cui si può calcolare la lunghezza del filo

L = 10 x (70 + 40) cm + 30 cm

L = 1 130 cm pari a 11, 30 m

Esercizio n. 9 (10 punti) **Occhio al 4**

Una possibile soluzione:

Aula	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Numero alunni	**24**	**24**	**34**	**4**	**14**