

Matematica Senza Frontiere

Scuola superiore – classe prima

Competizione on line 23 marzo 2021

BILANCIO PEDAGOGICO

Esercizio n. 1 (7 punti) La cena dell'Assemblea Internazionale

Il quesito, formulato con struttura linguistica semplice e con testo di immediata comprensione, è stato affrontato nella totalità delle classi con esiti molto positivi solo nel 9,4% contro il 40% delle classi seconde e terze complessivamente.

Ciò significa, dal punto di vista didattico, che è necessario "lavorare" sull'esercizio del riconoscimento delle relazioni a partire dal piano logico linguistico.

Unico quesito con punteggi medi compresi tra 8,1 e 8,6 per ogni tipologia di istituti partecipanti e con il minor numero di risposte con punteggio zero (1,4%).



Esercizio n. 2 (5 punti) Il dubbio di Mario



Il quesito è stato affrontato dal 79% (contro il 92% complessivamente delle classi seconde e terze) con risultati inferiori come ci si aspetta da una prima rispetto alle classi successive più esercitate nella decodifica dei testi in vari ambiti e a livello d'individuazione di criteri regolatori nelle procedure risolutorie.

Esercizio n. 3 (10 punti) Prezzi pazzi

Il quesito, affrontato dalla quasi totalità delle classi con un numero di punteggi "zero" in meno del 6%, ha prodotto buoni risultati con esiti di successo pieno nel 65% delle classi che hanno dimostrato di padroneggiare il concetto di percentuale, attesa prefigurata al termine del primo ciclo di studi.



punteggio 10

DATI:

1 Maglietta= 30€

1 Gonna= 60€

Sconto 1=20% su 2 magliette

Sconto 2=Completo gonna e maglietta a 75€

OBBIETTIVO

A) Quale promozione conviene di più?

B) A quanto ammonterebbe la percentuale di sconto totale per Cristina nei due casi?

PROCEDIMENTO

Prezzo magliette totale= 30+30= 60

Sconto magliette= $60/100 \times 20 = 0,60 \times 20 = 12,0€$

Costo totale completo gonna= 1 gonna+1 maglietta= 30+60= 90

Sconto completo= 90-75= 15€

Sconto in percentuale= $15:75 \times 100 = 15 \times 100/75 = 1.500/75 = 20\%$

RISPOSTE:

- A) La promozione che conviene di più è quella applicata al completo gonna e maglietta a 75€ con uno sconto pari al 20% e risparmiando 15€
- B) Sconto totale= 20% poiché non sono cumulabili

punteggio 0

• 1 Prima 20% su 2 maglie da €30
• 2 Prima 1° maglia €30 + 1° giorno €60
 $\geq 130 \cdot 2 = €60$
 $x : 60 = 20 : 100 = \text{scento } €12$
 $60 - 12 = €48$
♦ 2 $75 : 90 = x : 100 = 16.7 / 17\%$
L'offerta più conveniente è la prima in quanto ha il prezzo minore e lo sconto maggiore
b 1° caso = 20%
2° caso = 17% circa

Esercizio n. 4 (7 punti) Le elezioni presidenziali 2020 negli USA

Il quesito che richiede passaggio dal linguaggio informale a rappresentazione formale di una risoluzione aritmetica semplice con esercizio di argomentazione riferita alla consegna è stato superato con successo solo dal 14,6% delle classi evidenziando la necessità di consolidare le competenze di decodifica di un testo regolativo e discontinuo e, come per il primo quesito, di deduzione argomentata.

Se si considera il punteggio medio relativo alla totalità delle classi rapportato a 10 è 4,2, mentre escludendo le non risposte il punteggio medio degli elaborati presentati risulta 4,9 con evidenza, in particolare per le classi ITE in cui il punteggio passa da 2,6 a 3,6 e per gli Altri licei da 2,3 a 3,4.



punteggio 2

1. I Democratici hanno vinto sui repubblicani in 28 stati
2. Hanno vinto i Democratici e hanno superato la soglia minima per vincere di 36 voti
3. Gli stati con maggior apporto per il partito vincente sono: California, Illinois, Florida, Pennsylvania, New York
4. La probabilità tra i cinque stati della risposta precedente di estrarne uno con più di 25 voti è di 3 su 5 quindi il 60%

punteggio 6

1) Stati Democratici = 28
Stati Repubblicani = 28
allora rispetto ai repubblicani non hanno vinto nessun stato in più
2) $\frac{N}{2} + 1 = \frac{528}{2} + 1 = 270$
 $306 - 270 = 36$
3) a California 55 voti
b New York 29 voti
c Pennsylvania 20 voti
d Illinois 20 voti
e Michigan 16 voti (Michigan e Georgia avevano 16 voti ma Michigan aveva maggioranza percentuale democratica)
4) California e New York
 $\frac{2}{5} \cdot 100 = 40\%$

punteggio 7

- Osservando la tabella gli stati in cui hanno vinto i democratici sono 28.
- Considerando che $N/2+1=270$, con $N=538$, e che la somma dei voti elettorali a favore del partito democratico è 306, il numero di voti con il quale sono state vinte le elezioni si ottiene facendo $306-270=36$
- Osservando la colonna che mostra i dati a proposito dei voti elettorali possiamo affermare che questi stati sono:
 - California: 55
 - Illinois: 20
 - Pennsylvania: 20
 - New York: 29
 - Michigan: 16 (che "ha vinto" sulla Georgia perché la percentuale di voti ai democratici è maggiore nel Michigan)
- Considerando che la probabilità di estrarre qualsiasi stato è 1 su 5 e che ci sono solo due stati che hanno un numero di grandi elettori maggiore di 25, la probabilità è 2 su 5.

Esercizio n. 5 (5 punti) Gedeone pescatore spacccone (ispirato a una idea tratta da un quesito di Sam Loyd)

Il quesito è stato risolto con successo in quasi la metà delle classi, ma in un quarto con punteggio nullo.

Gli approcci risolutivi si sono distribuiti tra applicazione algebrica o mediante schemi o per tentativi controllati; altrettanto variegata la casistica degli errori quali l'assenza di unità di misura, il calcolo corretto delle parti del pesce ma non del totale (probabilmente intendendo con "corpo" l'intera lunghezza del pesce), l'errata interpretazione delle relazioni tra le varie lunghezze del corpo (equazione impostata male) ed errori di calcolo.



Se si considera il punteggio medio relativo alla totalità delle classi rapportato a 10 è 6,1, mentre escludendo le non risposte il punteggio medio degli elaborati presentati risulta 6,6 con evidenza, in particolare per le classi ITT in cui il punteggio passa da 3,1 a 4,2.

Le risoluzioni in cui è stata impostata correttamente un'equazione si sono rivelate quelle più efficaci; particolarmente positive le risoluzioni in cui, insieme alla risoluzione algebrica, è stata anche affiancata una spiegazione verbale, come nell'elaborato riportato:

punteggio 5

$$\begin{aligned}
 L_{\text{testa}} &= 23 \text{ cm} \\
 L_{\text{corpo}} &= L_{\text{testa}} + L_{\text{coda}} \\
 L_{\text{coda}} &= L_{\text{testa}} + \frac{L_{\text{corpo}}}{2}
 \end{aligned}$$

quindi indicando il corpo con c

$$c = 23 + (23 + \frac{c}{2}) = 46 + \frac{c}{2}$$

sapendo che in questo risultato $\frac{c}{2}$ indica metà del corpo allora

46 indicherà l'altra metà e quindi il valore di $\frac{c}{2}$ stesso, quindi

$$\frac{c}{2} = 46 \text{ cm}$$

e quindi

$$c = 2 \times 46 = 92 \text{ cm}$$

allora

$$L_{\text{coda}} = 23 + 46 = 69 \text{ cm}$$

$$L_{\text{totale}} = L_{\text{testa}} + L_{\text{corpo}} + L_{\text{coda}} = 23 \text{ cm} + 92 \text{ cm} + 69 \text{ cm} = 184 \text{ cm}$$

Si sono riscontrati anche apprezzabili tentativi di ragionamento con interpretazione grafica, alcuni con esito positivo:

TESTA = 23 cm

CORPO = 23 cm + CODA

CODA = 23 cm + $\frac{1}{2}$ CORPO

T.

CORPO

CODA

TOTALE = TESTA + CORPO + CODA =

$$= 23 + 23 \cdot 4 + 23 \cdot 3 =$$

$$= 23 + 92 + 69 = 184 \text{ cm}$$

altri nei quali non si è invece riusciti a portare a termine l'esercizio:
punteggio 0

testa = 23 cm \rightarrow

corpo = 23 cm + CODA \rightarrow

coda = 23 cm + $\frac{1}{2}$ CORPO \rightarrow

CODA:

CORPO:

23+23
46

Esercizio n. 6 (10 punti) Piastrelle partenopee



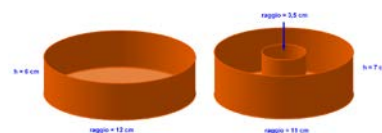
Il quesito richiede analisi della descrizione con linguaggio informale di una situazione rappresentabile geometricamente e formalizzabile.

L'inceppo si è verificato in molte classi nell'errata analisi della figura con deduzione, conseguente, errata di relazioni tra i lati che ha comportato ben un quarto di risultati nulli e solo un quinto di successi.

Errori frequenti riscontrati quali: mancata conclusione del calcolo, nella scomposizione della figura, specialmente nel riconoscere le corrette dimensioni, nel riconoscimento della regolarità del poligono; inoltre, ripetuta, la mancata motivazione geometrica della non regolarità dell'ottagono, spiegata banalmente con il ricorso alla diversa misura dei lati effettuata con il righello.

Esercizio n. 7 (7 punti) Il dolce nel forno

Il quesito che può essere risolto mediante procedimento con impostazione geometrica o mediante il ricorso a strumenti algebrici è stato affrontato da circa l'86% delle classi e con successo da ben il 53% delle classi partecipanti, come per esempio per la classe che ha evidenziato come nel calcolo del volume di un cilindro l'apporto fornito dal raggio sia maggiore di quello dell'altezza.



Non sono, però, mancati errori frequenti quali: la mancanza di unità di misura e l'utilizzo della formula per il calcolo della lunghezza della circonferenza per il calcolo dell'area del cerchio.

punteggio 7

La prima tortiera contiene una maggiore quantità d'impasto poiché, secondo la formula per il calcolo del volume cilindro $= \pi r^2 h$, otteniamo $V1 = 144 \text{ cm}^2 \cdot 6 \text{ cm} \cdot \pi$ e $V2 = 121 \text{ cm}^2 \cdot 7 \text{ cm} \cdot \pi$. Quindi $864 \pi \text{ cm}^3 > 847 \pi \text{ cm}^3$. Questo avviene perché nel calcolo del volume del cilindro influisce maggiormente il raggio rispetto all'altezza. Sapendo che $r1 - r2 = 1$ e $h2 - h1 = 1$, $V1 > V2$. Chiaramente, anche nel caso in cui il cilindro interno della tortiera 2 non presentasse una cavità, il volume della tortiera 1 > tortiera 2

Esercizio n. 8 (5 punti) Base di ceppi



Il quesito la cui risoluzione richiede elementari competenze di base geometriche e di calcolo è stato affrontato dall'88% delle classi con ottimi successi tanto che si è avuto il 72,5% di punteggi massimi: in assoluto il quesito con il più elevato numero di massimi, superiore anche a quello delle classi seconde e terze. Tipologia di errori riscontrati analoga a quella già citata per MsF.

Se si considera il punteggio medio relativo alla totalità delle classi rapportato a 10 è 7,4, mentre escludendo le non risposte il punteggio medio degli elaborati presentati risulta 8,6 con evidenza, in particolare per le classi ITE in cui il punteggio passa da 5,6 a 7,7.

Esercizio n. 9 (10 punti) Un punto dopo l'altro nel 2021

Ben 30,4% i punteggi "zero" e 22,% i risultati di successo.

Il quesito richiede passaggio dal linguaggio informale al formale con attenzione all'approssimazione per eccesso nel caso concreto del numero di oggetti necessari (gomitoli). Questo elemento è risultato di difficoltà per molte classi facendo riflettere, più in generale, che il concetto di approssimazione (per difetto o per eccesso) e di arrotondamento come elemento base di conoscenza non è patrimonio comune al termine del primo ciclo e non sufficientemente rinforzato nelle classi prime.

Se si considera il punteggio medio relativo alla totalità delle classi ITE è 2,8 mentre escludendo le non risposte il punteggio medio degli elaborati presentati risulta 3,4.



punteggio 10

- a) Per riempire un quadrato di mezzo metro di lato occorrono 25 quadrati dei prototipi fatti da Anna. Quindi occorrono 25 quadrati $\times 18 \text{ gr} = 450 \text{ gr}$
num gomitoli da 50 gr : 450 gr : 50 = **9 gomitoli**
- b) schema 1: 15 quadrati blu e 10 bianchi
quindi gr di filo blu: $15 \times 18 \text{ gr} = 270 \text{ gr}$
filo bianco: $450 - 270 = 180 \text{ gr}$ filo bianco
num gomitoli $270 : 50 = 5,4$ quindi **6 gomitoli blu**
num gomitoli $180 : 50 = 3,6$ quindi **4 gomitoli bianchi**
- schema 2: 13 quadrati blu
 $13 \times 18 \text{ gr} = 234 \text{ gr}$ di filo blu
 $234 : 50 = 4,68$ quindi **5 gomitoli blu**
12 quadrati blu
 $12 \times 18 \text{ gr} = 216 \text{ gr}$ di filo blu
 $216 : 50 = 4,32$ quindi **5 gomitoli blu**

Esercizio n. 10 (7 punti) I Dalton sono tornati



Esercizio di tipo logico verbale con possibilità di risoluzione tramite schemi o, anche, per ipotesi concatenate e controlli incrociati è stato affrontato complessivamente da circa il 93,5%% delle classi che hanno raggiunto il punteggio massimo circa nel 54% del totale dei partecipanti.

Per gli Altri Licei se si considera il punteggio medio relativo alla totalità delle classi è 2,8 mentre escludendo le non risposte il punteggio medio degli elaborati presentati risulta 3,2;

per gli ITT passa da 3,0 a 3,8.

In alcune soluzioni si è evidenziata difficoltà di formalizzazione finale e, in altre, errore ricorrente nell'individuazione dell'ordine dei tre numeri, difficoltà, per altro riscontrate, anche se in misura inferiore, nelle classi seconde e terze.

Soluzione di successo:

punteggio 7

motivazioni: inizialmente abbiamo escluso tutte le ripetizioni di numeri uguali (es. 3,3,3), poi abbiamo escluso le combinazioni di numeri la cui somma non era 18, principalmente quelle formate da numeri piccoli (es. 1+2+3, 2+3+4, ecc...). Tenendo in considerazione:

- 1+8+9
- 3+7+8
- 5+6+7
- 4+5+9
- 2+7+9
- 4+6+8
- 3+6+9

Abbiamo poi considerato i diversi possibili quadrati, tenendo conto delle varie moltiplicazioni e addizioni possibile, e siamo giunte alla conclusione che solo queste coppie di numeri sono corrette:

1. 4-5-9

$$4+5+9=18$$

$$9 \times 5 = 45; 45+4=49$$

$$\sqrt{49}=7$$

2. 2-7-9

$$2+7+9=18$$

$$2 \times 9 + 7 = 25$$

$$\sqrt{25}=5$$