

Matematica Senza Frontiere

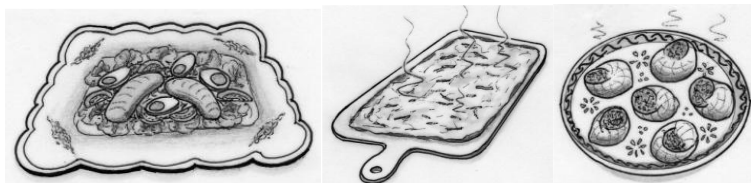
Scuola superiore – classi seconde e terze

Competizione 23 marzo 2021

- Durata della prova: 90 – 120 minuti.
- Usare un solo foglio risposta per ogni esercizio per il quale deve essere riportata una sola soluzione, pena l'annullamento.
- Risolvere l'esercizio n.1 nella lingua straniera preferita tra quelle proposte, pena l'annullamento della risposta.
- Attenzione alle richieste di spiegazioni o giustificazioni.
- Saranno esaminate tutte le risposte ragionate anche se incomplete.
- Si terrà conto dell'accuratezza della soluzione.

Esercizio n. 1 (7 punti) La cena dell'Assemblea Internazionale

Soluzione da redigere in francese o in inglese o in tedesco o in spagnolo con un minimo di 30 parole.



En la comida de la Asamblea Internacional de Matemáticas sin Fronteras en Alsacia, un brasileño, un suizo y un alemán cenan juntos y con sus esposas.

Cuando hacen el pedido, un hombre y una mujer piden cada uno una tarta flambeada, un hombre y una mujer piden cada uno una ensalada alsaciana y un hombre y una mujer piden cada uno caracoles.

La esposa del alemán ha elegido una tarta flambeada.

El brasileño, que ha elegido una ensalada alsaciana, dice entonces: «¡Qué curioso, en cada pareja, el hombre y la mujer han elegido platos diferentes!».

Con la ayuda de estos datos, indica lo que ha elegido cada hombre. Justifica la respuesta.

Au repas de gala de l'Assemblée Internationale de Mathématiques Sans Frontières en Alsace, un Brésilien, un Suisse et un Allemand vont dîner avec leurs épouses.

Lorsqu'ils commandent leurs entrées, un homme et une femme prennent chacun une tarte flambée ; un homme et une femme prennent chacun une salade alsacienne et un homme et une femme prennent chacun des escargots. L'épouse de l'Allemand a pris une tarte flambée.

Le Brésilien, qui a pris une salade alsacienne, dit à elle:

« C'est curieux, dans aucun couple, l'homme et la femme n'ont pris la même entrée ! ».

À l'aide des renseignements donnés, dire ce que chaque homme a choisi comme entrée. Justifier.

At the meal of the International Assembly of "Mathématiques sans Frontières", a Brazilian, a Swiss and a German dine together, and with their wives.

When ordering, one man and one woman each choose a tart flambé, one man and one woman each choose an Alsatian salad, and one man and one woman each choose snails.

The German's wife had a tart flambé.

The Brazilian, who had an Alsatian salad, said to him: "It's curious. In each couple, the man and the woman have had different dishes!".

Using the information provided, identify what each man chose. Justify your answer.

Beim Galadinner der internationalen Versammlung von Mathematik ohne Grenzen sitzen ein Deutscher, ein Brasilianer und ein Schweizer zusammen mit ihren Ehefrauen an einem Tisch.

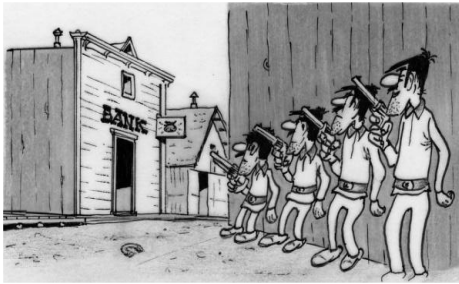
Jeweils ein Mann und eine Frau bestellen einen Flammkuchen, jeweils ein Mann und eine Frau nehmen einen elsässischen Salat und jeweils ein Mann und eine Frau bestellen Schnecken.

Die deutsche Dame hat einen Flammkuchen bestellt, der brasilianische Herr einen elsässischen Salat.

Er bemerkt: "Das ist lustig! Bei jedem Ehepaar an diesem Tisch haben Mann und Frau unterschiedliche Gerichte gewählt."

Was hat jeder Mann bestellt? Begründet eure Antwort.

Esercizio n. 2 (5 punti) I Dalton sono tornati



I Dalton vogliono rapinare la banca. Il cassiere, sotto minaccia, fornisce loro degli indizi per individuare la combinazione corretta:

- la combinazione è una sequenza di tre numeri a una cifra, diversi e disposti in ordine crescente;
- la somma dei tre numeri è 18;
- un prodotto di due di questi tre numeri aumentato del terzo è un quadrato.

Quali sono le possibilità per la combinazione della cassaforte? Giustificate.

Esercizio n. 3 (7 punti) Che felicità!

Ecco un algoritmo con tre passaggi:

Passaggio 1 - scegliere un numero iniziale intero positivo diverso da zero.

Passaggio 2 - calcolare la somma dei quadrati delle sue cifre e scrivere il risultato ottenuto.

Passaggio 3 - ripetere il passaggio 2 con il risultato precedente.

Con l'esecuzione di questo algoritmo si ottiene una sequenza di numeri.

- Se uno dei numeri di questa sequenza è 1, l'algoritmo termina e il numero iniziale è un "numero felice".
- Se uno dei numeri di questa sequenza si ripete, l'algoritmo termina e il numero iniziale è un "numero gioioso".

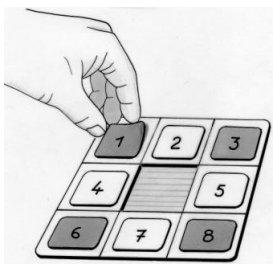
Ecco due esempi:

- se si sceglie 70 come numero di partenza: $7^2 + 0^2 = 49$; $4^2 + 9^2 = 97$; $9^2 + 7^2 = 130$; $1^2 + 3^2 + 0^2 = 10$ e $1^2 + 0^2 = 1$. Si ottiene 1, quindi 70 è un "numero felice".
- se si sceglie 40 come numero di partenza, si ottiene la seguente sequenza di numeri: 16 - 37 - 58 - 89 - 145 - 42 - 20 - 4 - 16. Il numero 16 si ripete per cui 40 è un "numero gioioso".

- Individuate i cinque "numeri felici" inferiori a 20.
- Tommaso afferma che l'anno 2021 è un "anno felice" perché il 2021 è un "numero felice". Ha ragione? In caso contrario, quale sarà il prossimo "anno felice"? Giustificate la vostra risposta.



Esercizio n. 4 (5 punti) Tutto bianco



Liliana gioca con dei gettoni che hanno ciascuno una faccia grigia e una faccia bianca e che hanno scritto lo stesso numero su entrambe le facce.

All'inizio del gioco i gettoni sono disposti come mostrato in figura.

Quando Liliana gira un gettone anche i due gettoni vicini si girano.

Il gioco finisce quando tutte le facce visibili sono bianche.

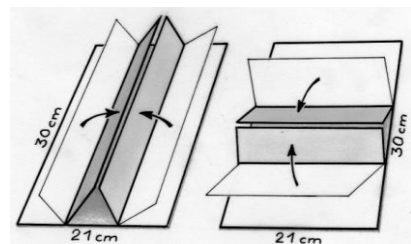
Come può Liliana ottenere ciò con il minor numero di ribaltamenti possibili?

Esercizio n. 5 (7 punti) Prismi

Si desidera costruire due prismi retti aventi per base un triangolo equilatero disponendo di due cartoncini di lunghezza 30 cm e larghezza 21 cm.

Il primo è piegato in tre rettangoli uguali nel senso della lunghezza e il secondo in tre rettangoli uguali, ma nel senso della larghezza (vedi disegno).

Ciascuno dei prismi viene chiuso collegando le due facce laterali rettangolari con del nastro adesivo.

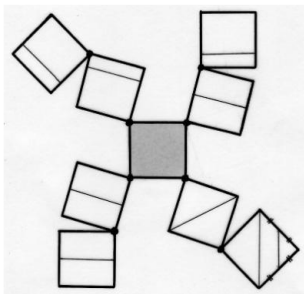


Calcolate il volume del prisma in ciascuna delle due configurazioni.

Qual è la configurazione di maggior volume? Calcolate il rapporto delle due configurazioni.

Esercizio n. 6 (5 punti) Copertura

I quadrati in questa figura sono disegnati su carta da lucido. Ruotano attorno a uno dei loro vertici in modo da sovrapporsi e, così, coprire esattamente il quadrato centrale.



In sei dei nove quadrati i segmenti disegnati sono paralleli a un lato; in tre di questi quadrati i segmenti dividono i quadrati in due parti uguali; negli altri tre i segmenti li dividono ciascuno in due parti di cui l'una è un quarto.

Costruite il quadrato centrale di 8 cm di lato coperto dagli otto quadrati e incollatelo sul foglio risposta.

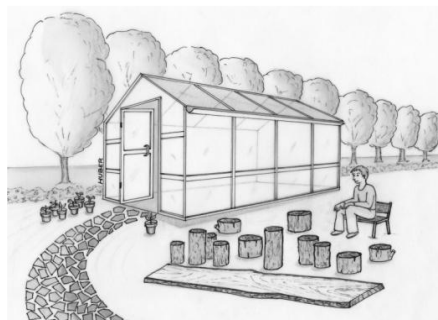
In quante zone risulta, quindi, diviso il quadrato ottenuto?

Esercizio n. 7 (7 punti) Basi di ceppi

Eloisa, che ha recuperato in fondo al giardino una tavola molto lunga, pensa che sarebbe perfetta per un ripiano nella sua serra. Questo deve essere posizionato su degli appoggi in modo che sia alla giusta altezza per sistemare in primavera i vasi delle talee.

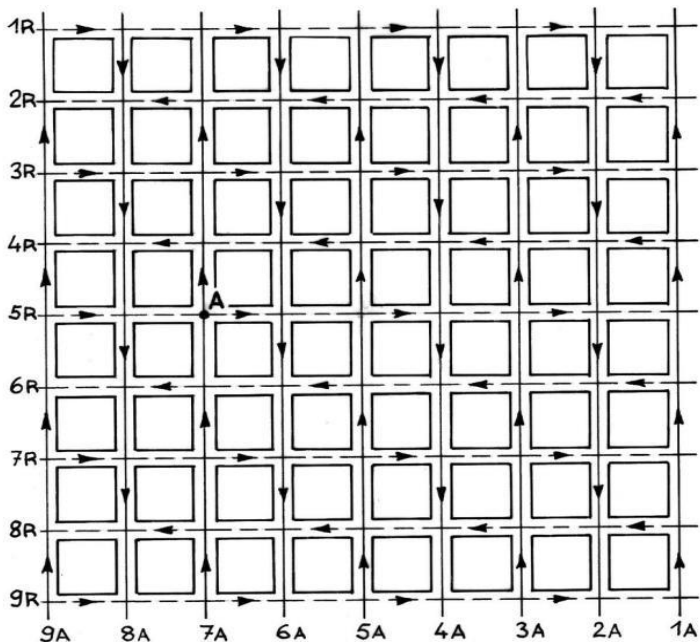
Eloisa rintraccia diversi ceppi di varie altezze che possono essere utilizzati per realizzare le basi sovrapponendole.

Ha a disposizione due ceppi alti 10 cm, tre di 20 cm, quattro di 30 cm, uno di 40 cm, uno di 50 cm e uno di 60 cm. I ceppi saranno utilizzati tutti senza tagliarli; tutte le basi devono avere la stessa altezza e ogni base è composta da almeno due ceppi.



Indicate il numero di basi della mensola e i ceppi che compongono ciascuna base. Giustificate la vostra risposta.

Esercizio n. 8 (5 punti) Michele cambia casa



Una grande città americana è divisa in blocchi quadrati di 100 metri di lato da viali (indicati con A) numerati da est a ovest e da strade (indicate da R) numerate da nord a sud.

Tutte i viali e le strade sono a senso unico.

Le direzioni del traffico cambiano da un viale all'altro e da una strada all'altra: sono visualizzati sulla mappa.

Michele vive all'incrocio A (7A; 5R) cioè all'intersezione tra la 7th Avenue e la 5th Street.

Si trasferisce a un altro incrocio ed effettua percorsi avanti e indietro in auto da A per i tragitti più brevi. Rispetta, ovviamente, i sensi unici!

Egli osserva che la distanza di "ritorno" è il doppio della distanza di "andata".

Indicate le coordinate nella forma (xA; yR) di tre possibili intersezioni per localizzare la nuova casa di Michele.

Esercizio n. 9 (7 punti) Il dubbio di Mario



Mario è il presidente di un grande club di basket. Per celebrare il 50° anniversario del club, decide di organizzare una lotteria il cui biglietto vincente otterrà come premio un viaggio a Berlino.

Stampa 1 000 biglietti numerati da 1 a 1 000.

Mentre osserva attentamente i biglietti afferma: "C'è un piccolo problema con i biglietti 908 e 806 perché due persone diverse potrebbero presentarsi con il biglietto vincente! "

Spiegate il problema riscontrato e identificate tutte le coppie problematiche di biglietti.

Esercizio n. 10 (10 punti) Cactus frattale

Ecco uno strano cactus geometrico il cui tronco è un quadrato di 5 cm di lato.

Nella prima settimana il cactus s'ingrandisce di un triangolo rettangolo con lati 3 cm, 4 cm e 5 cm e due quadrati, come mostrato nel disegno. Il cactus ora ha due rami.

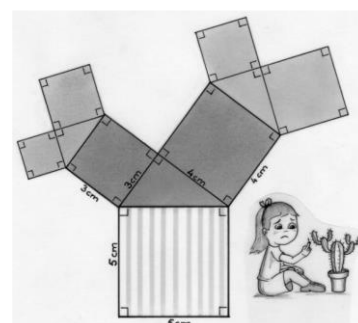
La seconda settimana continua lo stesso processo: su ogni ramo crescono un triangolo rettangolo simile al precedente e i suoi due quadrati associati.

Nella terza settimana la crescita del cactus prosegue in modo analogo.

Il cactus è composto da quadrati e da triangoli rettangoli simili.

Costruite sul foglio risposta il cactus a grandezza naturale nella terza settimana. Calcolate l'area di ciascuno dei quadrati e colorate i quadrati della stessa area con lo stesso colore.

Si suggerisce di utilizzare per la costruzione un foglio a quadretti indicando la misura del quadretto.



Speciale terze

Esercizio n. 11 (5 punti) Si attacca!

Charlotte acquista alcuni francobolli.

“Desidero dei francobolli per 10 €. Ho bisogno di francobolli da 0,10 €, 0,20 € e 0,50 €.”

“Sì, ma quanti di ciascuno?” le chiede l'impiegato postale e Charlotte risponde:

“Mi servono francobolli da 10 centesimi in quantità dieci volte maggiore dei francobolli da 20 centesimi”.



Quanti francobolli di ogni tipo le dà l'impiegato? Spiegate il vostro ragionamento.

Esercizio n. 12 (7 punti) In barca



Per circumnavigare una piccola isola caraibica Amelio impiega un'ora sulla sua barca a remi mentre l'amica Teresa, con il suo nuovo motoscafo, impiega 10 minuti. I due amici partono dallo stesso posto e seguono lo stesso percorso.

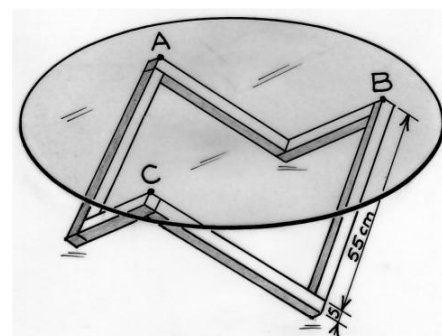
Quando Amelio avrà compiuto un giro completo, quanti giri avrà percorso Teresa? E dopo quanto tempo Teresa supererà ancora Amelio? Giustificate entrambe le risposte.

Esercizio n. 13 (10 punti) Piedi sotto il tavolo

Laura ha montato il tavolino rappresentato nella foto a lato.

La struttura di supporto è stata assemblata usando sei listelli di legno identici, perpendicolari a due a due. Ogni listello ha la forma di un parallelepipedo rettangolare lungo 55 cm, largo 5 cm e spesso 5 cm.

Il piano di cristallo di questo tavolino ha forma circolare. Questo è attaccato alla struttura di supporto nella posizione dei punti A, B e C che sono equidistanti dal centro del disco. La distanza tra il punto A e il bordo del disco è di 10 cm.



Determinate la natura e le dimensioni del triangolo ABC, quindi calcolate il raggio del piano del tavolo. Motivate il vostro ragionamento.

FOGLIO RISPOSTA – Esercizio n.