

Matematica Senza Frontiere

Competizione 11 marzo 1999

- Solo le risoluzioni degli esercizi 6, 7 e 10 non richiedono giustificazioni.
- Ogni risposta, anche se parziale, sarà considerata.
- Si terrà conto dell'accuratezza della soluzione
- Ogni soluzione deve essere riportata su fogli-risposta separati.

Esercizio 1 – (10 punti)

Fac-simile

Soluzione da redigere in francese, tedesco, inglese, spagnolo con un minimo di 30 parole



Gaston a des difficultés avec le devoir de mathématiques suivant:
"On donne un rectangle ABCD et un segment [DE] dans le prolongement de [AD]. Construire un rectangle DEFG de même aire que ABCD sans faire de mesures."

Il téléphone à Etienne qui a trouvé une solution.

Quel programme de construction Etienne doit-il transmettre à Gaston et comment doit-il lui expliquer que les rectangles ABCD et DEFG ont la même aire?

Gaston can't do his maths homework. Here it is:

"Let ABCD be a rectangle and [DE] a segment which is the prolongation of [AD]. Without taking any measurements, construct a second rectangle DEFG whose area is the same as ABCD's".

Then Gaston calls Etienne who has had no trouble finding a solution.

Say what instruction for constructing the second rectangle Etienne should give Gaston and how he should go about explaining to his friend that the areas of ABCD and DEFG are equal.

Gaston tiene dificultades con el problema de matemáticas siguiente:

"Tenemos un rectángulo ABCD y un segmento [DE] en la prolongación de [AD]. Construid un rectángulo DEFG de la misma superficie que ABCD sin que sea necesario medir".

Le llama a Etienne que ha encontrado una solución.

¿Qué método de construcción debe Etienne transmitir a Gaston y cómo debe explicarle que los rectángulos ABCD y DEFG tienen la misma superficie?

Gaston hat Schwierigkeiten mit seinen Hausaufgaben in Mathematik :

« Gegeben sind ein Rechteck ABCD und eine Strecke DE in der Verlängerung von AD. Konstruiere, ohne zu messen, das Rechteck DEFG, welches den selben Flächeninhalt wie das Rechteck ABCD besitzt ».

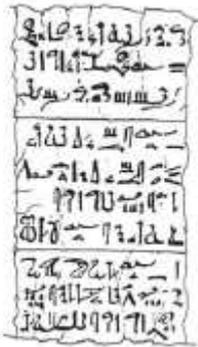
Gaston telefoniert mit Etienne, der die Lösung bereits gefunden hat. Welche Konstruktionsbeschreibung muß Etienne Gaston übermitteln ?

Wie kann er ihm erklären, daß die beiden Rechtecke ABCD und DEFG flächengleich sind ?



Esercizio 2 – (5 punti)

Tutto all'inverso



Al tempo dei Faraoni gli Egiziani si servivano in generale solo di frazioni unitarie, cioè con numeratore uguale a 1.

Ecco una regola del Papiro Rhind per calcolare i due terzi di ogni frazione con denominatore dispari:

“Calcolare i $\frac{2}{3}$ di una frazione dispari. Se ti chiedono: «quanto fanno i due terzi di...?» tu moltiplica il denominatore della frazione per 2 e moltiplica il denominatore per 6.

Il risultato è la somma delle due frazioni unitarie così ottenute”. Per esempio «due terzi di $\frac{1}{9}$ fanno $\frac{1}{18} + \frac{1}{54}$ »”.

La regola enunciata è vera per tutte le frazioni unitarie dispari? Giustificate la vostra risposta.

Trovate una regola più semplice per le frazioni unitarie pari.

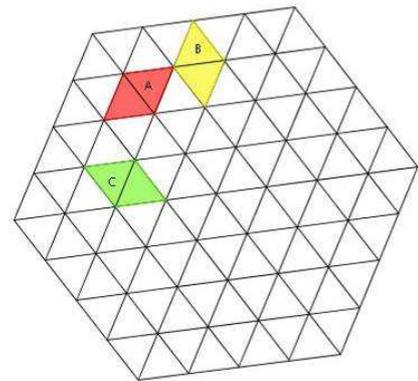
Esercizio 3 – (10 punti)

Con una dimensione in più

Renzo riempie l'esagono qui disegnato con rombi uguali ad A, B o C che colora in questo modo: in rosso il rombo A e quelli che sono orientati come A, in giallo B e quelli orientati come B e in verde C e quelli orientati come C.

Alla fine è sorpreso di vedere che ci sono quantità uguali di rombi dello stesso colore. Trova allora una spiegazione a ciò, interpretando il suo disegno come la rappresentazione in prospettiva di tanti cubetti che formano un cubo più grande.

Riprodurre l'esagono, riempirlo di rombi seguendo il criterio di Renzo esplicitando la sua spiegazione.



Esercizio 4 – (5 punti)

Per un gettone in meno

Natalina e Carolina hanno davanti nove gettoni numerati da 1 a 9.

– Toh, è buffo – dice Natalina – Se tolgo uno dei gettoni, posso suddividere i rimanenti in tre gruppi in modo che in ciascuno di essi la somma delle cifre sia uguale.

- Ti dico anche di più – dice Carolina – con i gettoni rimasti posso anche fare quattro gruppi aventi la stessa proprietà.-

Stabilire quale gettone è stato scartato da Natalina e Carolina, giustificando la risposta.

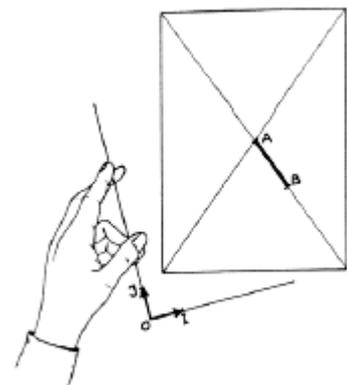
Esercizio 5 – (10 punti)

Ritrovate il riferimento¹

Chiamate A il punto di intersezione delle diagonali del foglio risposta, B il punto di una diagonale a 5 cm da A. Nel sistema di riferimento ortogonale (0; x ; y), in cui l'unità di misura è il centimetro, i punti A e B hanno coordinate (3;2) e (7;5).

Ma il sistema di riferimento è sparito!

Senza fare ricalchi costruire il sistema di riferimento, spiegandone la costruzione.



Esercizio 6 – (5 punti)

Codice mistero



Ecco un messaggio cifrato:

Q X I V F U N G T V O K E L G E B U

Per decodificarlo si utilizza la “chiave” M.S.F. che si basa sulla successione (13;19;6).

Il numero che corrisponde ad una lettera è quello del suo posto nell’alfabeto internazionale (a 26 lettere).

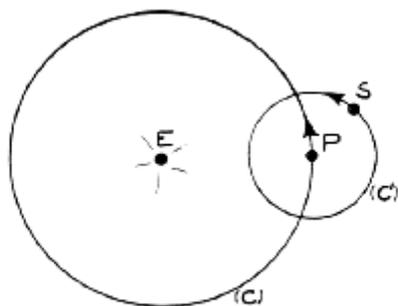
Nel cifrare il messaggio si sostituisce alla 1° lettera del messaggio quella che la segue di 13 posti nell’alfabeto, alla 2° lettera del messaggio quella che la segue di 19 posti, alla 3° quella che la segue di 6 posti e così via, ripetendo la chiave.

Al 27° posto si ritrova la lettera A, al 28° posto la lettera B, ecc.

Decifrate il messaggio.

Esercizio 7 – (10 punti)

Tutto è relativo



Un pianeta P descrive in 360 giorni con moto regolare una circonferenza (C) intorno ad una stella E.

Questo pianeta ha un satellite S che gli ruota intorno nello stesso senso. Visto da P il satellite descrive con moto regolare una circonferenza (C') posta nel piano di C. Ogni 30 giorni i punti E, P, S si ritrovano allineati nell'ordine.

Sono date le distanze da centro a centro:

EP = 70 000 000 km; PS = 10 000 000 km.

Si chiede di costruire la traiettoria di S rispetto alla stella E.

Porre E al centro del foglio risposta, la circonferenza C abbia raggio 7 cm e C' abbia raggio 1 cm.

Iniziare la costruzione ponendo allineati nell'ordine E, S, P.

Sapendo che dopo 15 giorni sono allineati nell'ordine E, P, S,

costruire un numero di posizioni sufficiente per tracciare la traiettoria di S.

Esercizio 8 – (5 punti)

Retrospettiva



Quando Rémy digita sul suo elaboratore la data di oggi, 11 marzo 1999, vede comparire sullo schermo 34768.

Quando digita la data in cui si è svolta la prima prova di M.S.F., in Francia, vede comparire 31478. Questo elaboratore trasforma ogni data in un numero che aumenta di uno ogni giorno che passa.

Servendovi di questi dati ritrovate la data e il giorno della settimana della prima prova di M.S.F. Motivate la risposta.

Esercizio 9 – (10 punti)

Taglia e cuci

Ogni triangolo è diviso da una sua mediana in due triangoli.

Si può verificare sperimentalmente che questi due triangoli hanno la stessa area tagliando uno dei due e ricostruendo l'altro con i pezzi ottenuti.

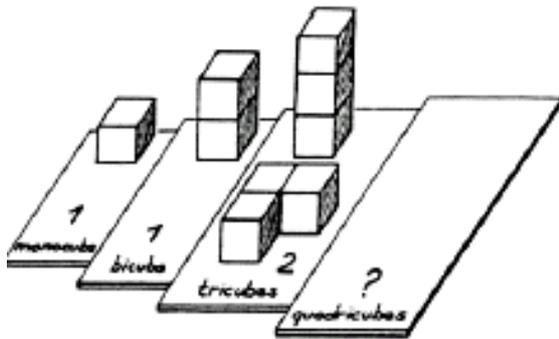
Sul foglio risposta riprodurre il triangolo di partenza, fare i ritagli e incollando mettere in evidenza l'uguaglianza delle aree.

Giustificare questa uguaglianza precisando le linee di taglio.



Esercizio 10 – (15 punti)

Quadricubi



Esiste un solo monocubo e un solo bicubo, ma esistono due possibili tricubi. Disegnate in prospettiva tutti i possibili quadricubi.

SPECIALE CLASSI TERZE

Esercizio 11 – (5 punti)

Grandangolo

Il pianeta Venere, detto anche Stella del Mattino, è spesso visibile di primo mattino e dopo il tramonto del Sole.

Come la Terra, Venere ruota intorno al Sole su un'orbita quasi circolare, ma con velocità diversa. Le orbite della Terra e di Venere sono circa complanari.

Gli astronomi hanno osservato che l'angolo STV varia nel tempo, ma che la sua ampiezza non supera mai un certo valore (massimo).

Rappresentate l'orbita della Terra con una circonferenza di centro S e raggio 5cm. Situate la Terra in un punto T della sua orbita.

Costruire l'orbita di Venere, sapendo che il valore massimo dell'angolo STV è uguale a 46° . Calcolate il raggio dell'orbita di Venere, sapendo che ST è circa $150 \cdot 10^6$ km.

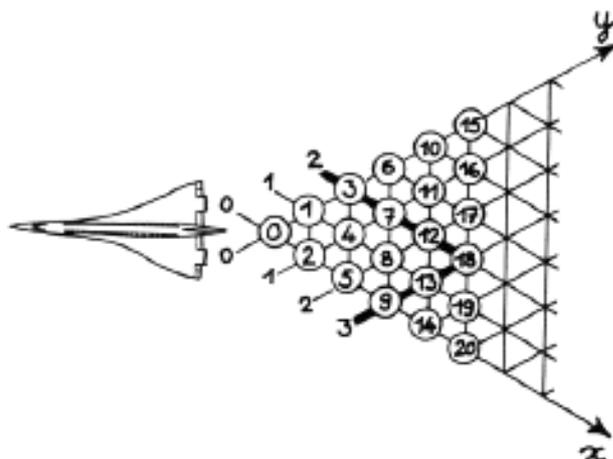


Esercizio 12 – (10 punti)

Sulla rete

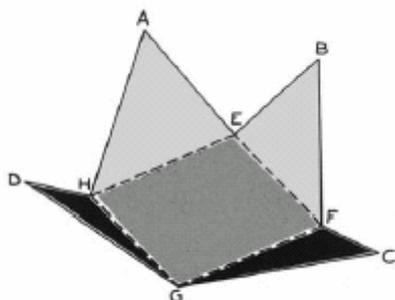
Si numerano i nodi della rete seguendo le "diagonali" come nel disegno qui riprodotto. Ogni nodo ha due coordinate, per esempio il nodo numero 18 ha coordinate (3;2).

Quali sono le coordinate del nodo numero 1999?
Giustificate la vostra risposta.



Esercizio 13 – (15 punti)

Il problema della piramide



Mercoledì Pierino ha deciso di divertirsi con riga e compasso. Su un cartoncino traccia un quadrato ABCD di 10 cm di lato. Poi traccia i quattro archi di circonferenza con centro in un vertice e passanti per gli estremi di una diagonale del quadrato. Gli archi si intersecano nei punti E, F, G, e H.

Pierino si chiede a questo punto se il poligono AEBFCGDH non possa essere lo sviluppo di una piramide.

Rispondete a Pierino, spiegando la vostra risposta. Se il poligono è lo sviluppo di una piramide calcolate l'altezza di questa.