

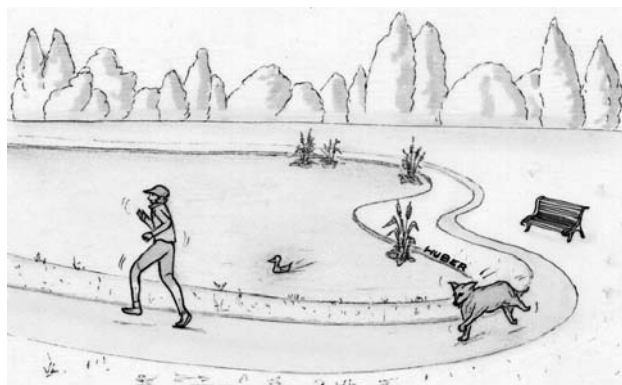
Matematica Senza Frontiere

Accoglienza 2012- 2013

- Usare un solo foglio risposta per ogni esercizio per il quale deve essere riportata una sola soluzione, pena l'annullamento.
- Sono richieste spiegazioni o giustificazioni per gli esercizi 1, 2, 4, 5, 12 e 13
- Saranno esaminate tutte le risposte, anche se parziali.
- Si terrà conto dell'accuratezza della soluzione.
- L'esercizio 1 richiede soluzione in lingua, pena l'annullamento.

Esercizio 1 (7 punti) Giro del cane

La soluzione deve essere redatta con un minimo di 30 parole in una delle lingue proposte.



Mein Hund und ich starten gemeinsam in gleicher Richtung zu einer Tour um den See. Wir nehmen den gleichen Weg, jeder mit gleichbleibender Geschwindigkeit. Aber mein Hund läuft schneller als ich und überholt mich einmal bevor wir wieder gleichzeitig an unserem Ausgangspunkt ankommen.

Wenn nun mein Hund mit der gleichen Geschwindigkeit, aber in entgegengesetzter Richtung den See umrundet hätte, wie viele Male hätte er dann meinen Weg gekreuzt? Begründet eure Antwort.

My dog and I set out together to go round the lake. We left at the same time from the same starting point, we both took the same path in the same direction and we travelled at a constant speed. But my dog goes much faster than I do and he passed me once before we arrived back at the same time at the starting point.

What if my dog had gone round the lake at the same speed but in the other direction, how many times would he have passed me? Explain your answer.

Mi perro y yo salimos juntos y en el mismo sentido para dar la vuelta al lago. Tomamos el mismo camino, cada uno a una velocidad constante. Pero mi perro va bastante más rápido que yo y me adelanta una vez antes de que lleguemos los dos, en el mismo instante, a nuestro punto de partida.

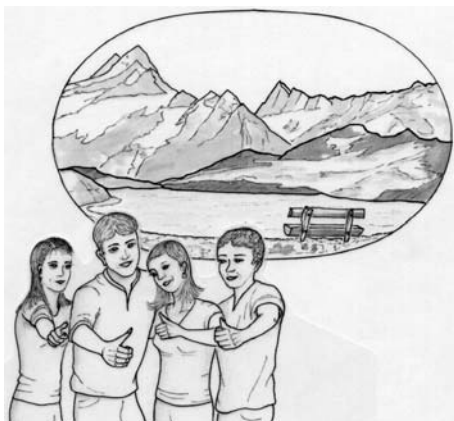
Y si mi perro hubiese dado vueltas alrededor del lago a la misma velocidad, pero en sentido contrario, ¿cuántas veces me cruzaría con él? Explícalo.

Mon chien et moi partons ensemble pour faire le tour du lac dans le même sens. Nous empruntons le même chemin, chacun à une vitesse constante. Mais mon chien va bien plus vite que moi et il me dépasse une fois avant que nous n'arrivions au même instant à notre point de départ.

Et si mon chien avait tourné autour du lac à la même vitesse, mais dans l'autre sens, combien de fois m'aurait-il croisé ? Expliquer.

Esercizio 2 (5 punti) Regolamento di conti

Quattro amici Luisa, Milena, Giulio e Claudio rientrano in auto dalle vacanze e fanno i conti delle spese comuni:



- Luisa ha pagato la benzina: 96 €
- Milena ha pagato l'autostrada: 42 €
- Giulio ha pagato le merende per tutti: 18 €
- Claudio ha prestato 15 € a Giulio che ha comprato un regalino per la mamma.

I quattro amici desiderano suddividere equamente le spese con il minor numero di transazioni.

Spiegate come devono procedere.

Esercizio 3 (7 punti) L'A, B, C delle trecce

Cinzia e Piero hanno a disposizione un dispositivo che permette di realizzare tutti i tipi di trecce a tre fili. Le trecce si ottengono con una sequenza di operazioni scelte fra le quattro operazioni (A B C D) rappresentate a fianco.

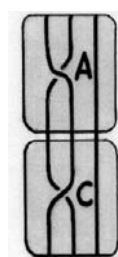
Hanno osservato che C neutralizza A dato che la sequenza AC dà tre fili liberi che "tirati" risultano paralleli.



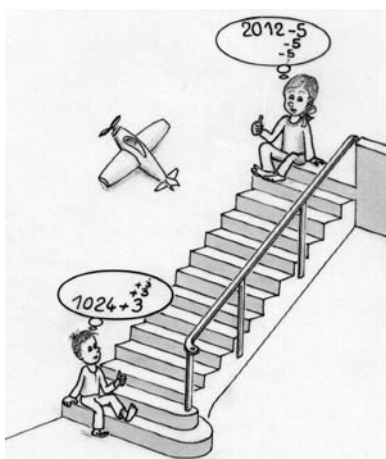
Scrivete tutte le coppie di operazioni che si neutralizzano.

Piero ha digitato a caso sulla tastiera DDACBAAACDDCABABD.

Indicate una sequenza di cinque operazioni che, digitate dopo questa, sono sufficienti per disfare la treccia di Cinzia.



Esercizio 4 (5 punti) Conti in continuazione



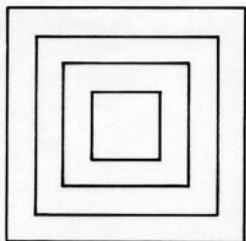
Michele e Maria contano nello stesso tempo e alla stessa velocità.

Maria inizia dal 2012 riducendo di 5 in 5: 2012, 2007, 2002, 1997...

Michele inizia dal 1024 aumentando di 3 in 3: 1024, 1027, 1030, 1033...

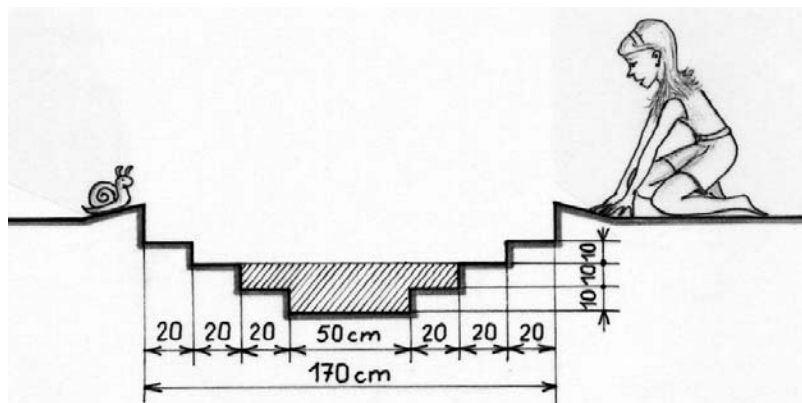
**Quali sono i numeri più vicini che pronunciano contemporaneamente?
Spiegate il vostro ragionamento.**

Esercizio 5 (7 punti) Dopo la pioggia

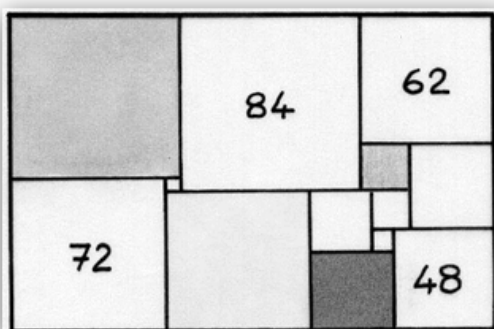


Cornelia ha costruito una piccola vasca con i gradini. Il fondo è un quadrato di lato 50 cm. Ognuno dei tre gradini ha un'altezza di 10 cm e una larghezza di 20 cm. Cornelia installa la vasca nel suo giardino in modo che il fondo sia perfettamente orizzontale. Subito infuria un temporale e inizia una pioggia torrenziale. Dopo la pioggia torna il bel tempo e Cornelia constata che il livello dell'acqua rimasta nella vasca arriva al secondo gradino.

Qual è, in litri, il volume d'acqua caduta per m^2 durante l'uragano? Giustificate la risposta.



Esercizio 6 (5 punti) Quadrati OK

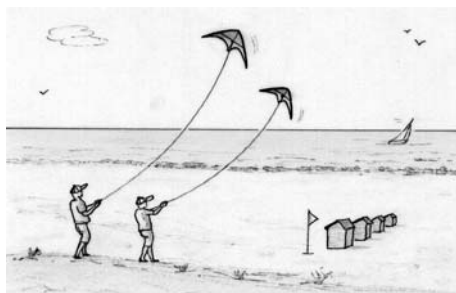


La figura a lato è un rettangolo costituito da 13 quadrati.

Le lunghezze dei lati dei quadrati sono, in millimetri, numeri interi tutti differenti. Ognuno dei numeri scritti rappresenta la lunghezza del lato del quadrato in cui si trova.

Determinate la lunghezza dei lati degli altri quadrati. Riproducete la figura rispettando le misure determinate e scrivete in ogni quadrato la lunghezza del lato.

Esercizio 7 (7 punti) False immagini



Disegnate un triangolo equilatero ABC inscritto in un cerchio C di raggio di 8 cm. Sia P un punto su un lato del triangolo. La perpendicolare al lato BC passante per P taglia il cerchio C in E e in F. Si indicano con M il punto medio di EP e con N il punto medio di FP.

Tracciate punto per punto le curve descritte dai punti M e N quando P percorre i tre lati del triangolo ABC.

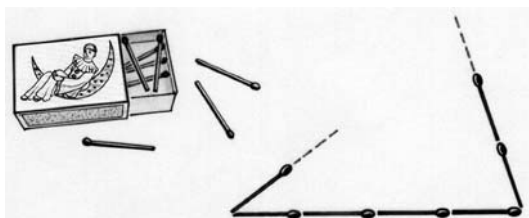
Esercizio 8 (5 punti) Sei soldini

Sei monete identiche sono disposte a forma di triangolo su un tavolo come in figura. Bernardo ha individuato una successione di 5 mosse per disporle a forma di esagono. Una mossa consiste nel far scivolare una moneta, senza muovere le altre, per portarla a contatto con altre due. Susanna ha individuato una soluzione con solo 4 mosse.



Disegnate le 5 posizioni successive di una soluzione in 4 mosse come quella di Susanna o, almeno, le 6 posizioni successive di una soluzione in 5 mosse come quella di Bernardo.

Esercizio 9 (7 punti) Tu puoi o tu non puoi



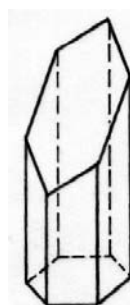
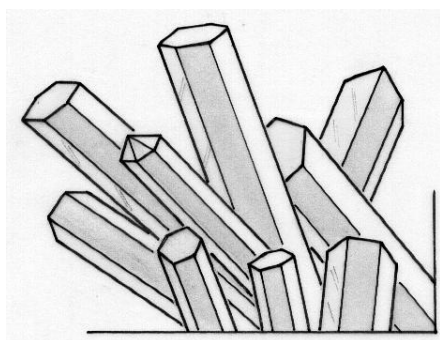
Si hanno a disposizione 21 fiammiferi della stessa lunghezza. Se ne dispongono alcuni uno dopo l'altro lungo un segmento e poi si aggiungono i rimanenti per formare un triangolo.

Quanti triangoli diversi si possono costruire utilizzando per ognuno i 21 fiammiferi? Riportate sul foglio risposta tutte le soluzioni possibili.

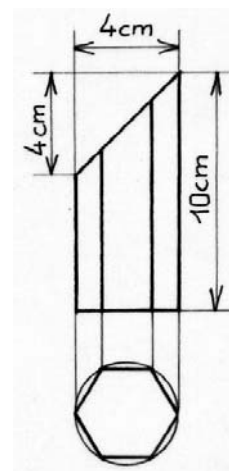
Esercizio 10 (10 punti) Cristallografia

I cristalli di quarzo spesso hanno la forma di prismi a base esagonale. Quello rappresentato qui sotto ha una base a forma d'esagono di lato 2 cm. Nella parte superiore il prisma è tagliato con un piano obliquo inclinato di 45° rispetto al piano di base.

Disegnate rispettando le misure indicate lo sviluppo della superficie laterale di questo prisma e le sue due facce esagonali.



Vista in prospettiva



Vista da destra

Vista dal basso

Speciale terze

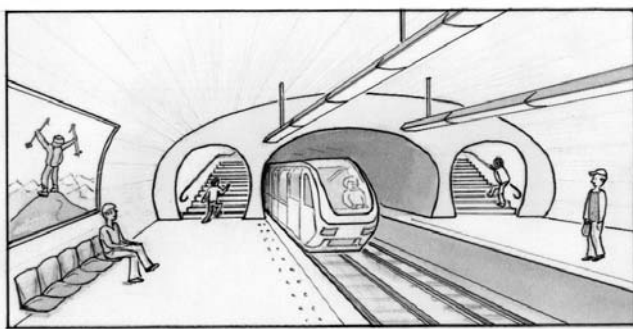
Esercizio 11 (5 punti) Libertà condizionata

Un carcerato chiede la grazia.
La sua guardia gli dà una speranza di libertà: gli porta due urne, 12 biglie bianche e 12 nere.
Il prigioniero le deve distribuire nelle due urne.
La guardia sceglierà una urna a caso e in questa una biglia a caso.
Se la biglia scelta sarà bianca, il prigioniero sarà liberato.

Per avere la maggiore possibilità d'essere liberato, il prigioniero come deve distribuire le biglie nelle urne? Calcolate la probabilità relativa alla distribuzione proposta.



Esercizio 12 (7 punti) Salita



Luca è in attesa dell'amica Giulia sulla banchina della metropolitana e osserva le persone che salgono la scala verso l'uscita: si domanda quante possibilità ci sono di salire la scala sia nel caso di fare i gradini a due a due sia nel caso di uno alla volta.

Luca riflette: « Per una scala di due o tre gradini la risposta è veloce, ma per una scala di 4 gradini? Bene per il primo passo ho due possibilità e poi mi rimangono due o tre gradini... »

« Stai sognando, Luca ? » dice Giulia arrivando. « Sveglia, siamo in ritardo! »

Quanti modi ci sono di salire una scala di 13 gradini? Riportate il vostro ragionamento.

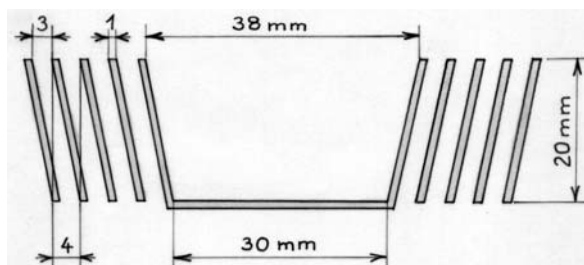
Esercizio 13 (10 punti) Telescopico



Figura 1 Figura 2

Nicole è previdente: ha sempre con sé nel marsupio un bicchiere pieghevole nel caso le servisse.

Questo bicchiere è formato di una base e di cinque pezzi conici che si possono ripiegare uno dentro l'altro (figura 2) o estendere per riempirlo (figura 1).
Lo schema sottostante rappresenta il bicchiere ripiegato..



Ogni elemento ha l'altezza di 20 mm.
I diametri delle basi dell'elemento più piccolo misurano rispettivamente 30 e 38 mm.
Il raggio delle basi di ogni elemento aumenta di 4mm dall'elemento precedente al successivo. Gli spessori delle pareti sono tutti uguali.

Qual è l'altezza interna del bicchiere "aperto"? Spiegate.

Si vuole calcolare il volume di liquido contenibile nel bicchiere.

Individuate un metodo per calcolarlo, riportatelo sul foglio risposta unitamente al risultato.

Per facilitarvi, si ricorda la formula relativa al Volume di un tronco di cono di raggi r e R e altezza h

$$V = \frac{\pi h}{3} (r^2 + rR + R^2)$$