

# Matematyka Bez Granic

## Edycja 2008-2009

Do każdego zadania należy wykorzystać tylko jedną kartkę odpowiedzi.

Należy wyjaśnić lub uzasadnić każde z zadań za wyjątkiem tych z numerem 7. i 11.

Zostanie zanalizowana każda odpowiedź również częściowa.

Będzie wzięta pod uwagę staranność w rozwiązaniu zadań.

### Zadanie n.1 (7 punktów)

(Rozwiązanie powinno zawierać minimum 30 słów w języku wybranym spośród tych zaproponowanych).

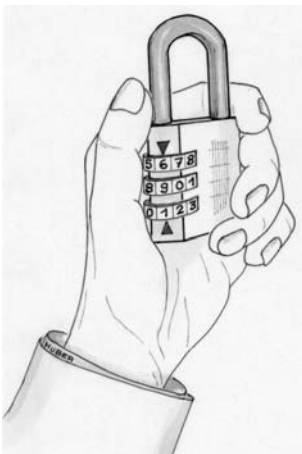
#### ***Kto wie czy da radę !***

Chantal möchte das Fahrrad benutzen, das ihr ihre Freundin ausgeliehen hat. Unglücklicherweise hat sie die dreistellige Kombination des Fahrradschlusses vergessen.

Mit Geduld und Methode beginnt sie, durch aufeinanderfolgende Versuche, die richtige Kombination herauszufinden. Für jeden Versuch benötigt sie ungefähr zwei Sekunden.

Chantal denkt, dass sie kaum Chancen hat, die richtige Kombination in weniger als dreißig Minuten zu finden.

**Denkt ihr das auch? Begründet eure Antwort.**



- Chantal wants to use the bike her friend has lent her. Unfortunately, she has forgotten the anti-theft code which has three numbers. Patiently and methodically she tries to find the combination again. Each attempt takes her about 2 seconds. Chantal thinks she has little chance to find the correct combination in less than 30 minutes.

**Do you agree with her? Justify.**

- Chantal quiere usar la bicicleta que le ha prestado su amigo. Por desgracia no se acuerda del código de tres cifras del candado antirrobo. Con mucha paciencia, va ensayando paso a paso las posibilidades para recuperar la combinación. Cada prueba le lleva aproximadamente 2 segundos.

Chantal piensa que tiene pocas posibilidades de encontrar la combinación correcta en menos de 30 minutos.

**¿ Está de acuerdo con ella ? Justifique la respuesta.**

- Chantal veut utiliser le vélo que son ami lui a prêté. Malheureusement elle a oublié le code de trois chiffres de l'antivol. Avec patience, elle procède méthodiquement par essais successifs pour retrouver cette combinaison. Chaque essai lui demande environ 2 secondes. Chantal pense qu'elle a peu de chance de trouver la bonne combinaison en moins de 30 minutes.

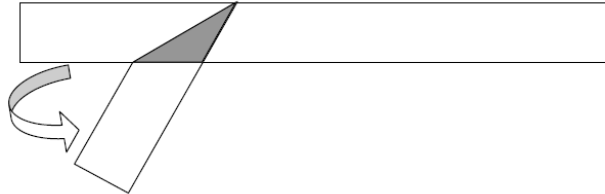
**Etes-vous d'accord avec elle ? Justifiez.**

Zadanie n.2 (5 punktów)

**Zakładka**

Jak zagiąć pasek papieru, aby pole szarego trójkąta było jak najmniejsze?

Naklejcie na kartce odpowiedzi odpowiednio zagięty pasek. Uzasadnijcie dlaczego w tym przypadku pole jest najmniejsze.



Zadanie n.3 (7 punktów)

**Nowe logo**



Z okazji obchodów tysiąclecia miasta, departament turystyki ogłasza konkurs na nowe logo, które symbolizowałoby samo miasto oraz pozostałe osiem z nim stowarzyszonych.

Amelia proponuje jako logo koło otoczone pierścieniem podzielonym na 8 części.

Środkowe koło wyobraża jej miasto, a pozostałe 8 części to miasta stowarzyszone.

Amelia chce, aby każda z części miała takie samo pole jak środkowe koło, którego średnica wynosi 4

cm.

Obliczcie promień zewnętrznego koła. Narysujcie logo na kartce odpowiedzi.

Zadanie n.4 (5 punktów)

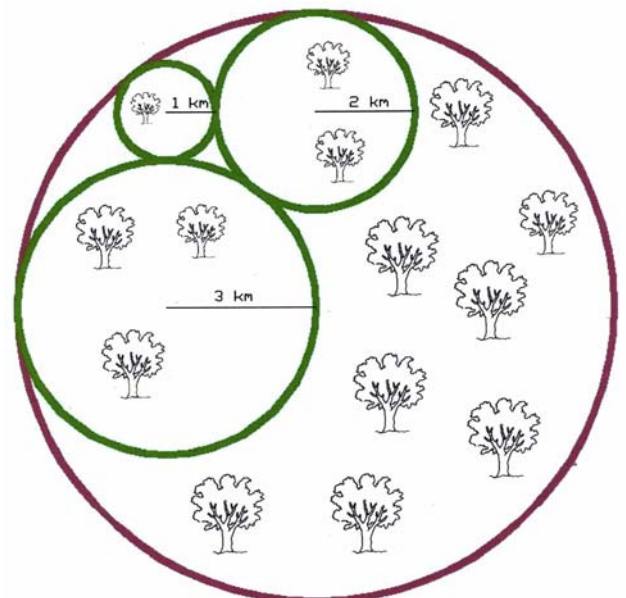
**Bieg przyjaciół**

Luca i Andrea idą pobiegać do parku, gdzie znajdują się 4 okrągłe bieżnie, jedna duża zewnętrzna i trzy małe wewnątrz tej dużej, wszystkie stykają się ze sobą, tak jak to przedstawiono na rysunku.

Bieżnie wewnętrzne mają promienie 1 km, 2 km e 3 km . Luca przebiega cały dystans zewnętrznej bieżni w 3 godziny. Andrea przebiega wszystkie trzy wewnętrzne bieżnie, zwracając uwagę, aby nie przebiec ponownie tych odcinków, którymi już biegł i również jemu zajęło to trzy godziny.

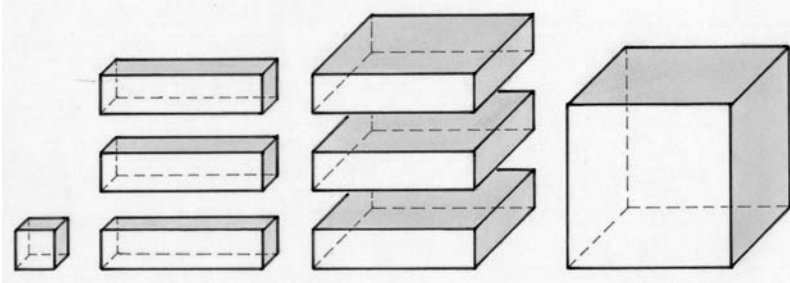
Który z przyjaciół był szybszy? Uzasadnijcie odpowiedź.

( Tekst zaproponowany przez klasę 2B średnią 'IISS "De Pace" – Lecce – zwyciężczyni konkursu Angela Bernasconi 2008)



Zadanie n.5 (7 punktów)

**Wyrażenie kubistyczne**



Rysunek przedstawia sześcian o krawędzi  $a$ , mniejszy sześcian o krawędzi  $b$  i sześć prostopadłościów o krawędziach, które mierzą  $a$  i  $b$ .

Te osiem brył można ułożyć tak, aby po dwa, miały wspólny bok, wierzchołek albo krawędź. W ten sposób ułożone utworzą jeden duży sześcian.

Przedstawcie ten układ w sposób analogiczny do rysunku prezentującego poszczególne części. Zapiszcie na dwa różne sposoby wyrażenie objętości dużego sześcianu w zależności od  $a$  i  $b$ , otrzymując w ten sposób równość wartą zapisu.

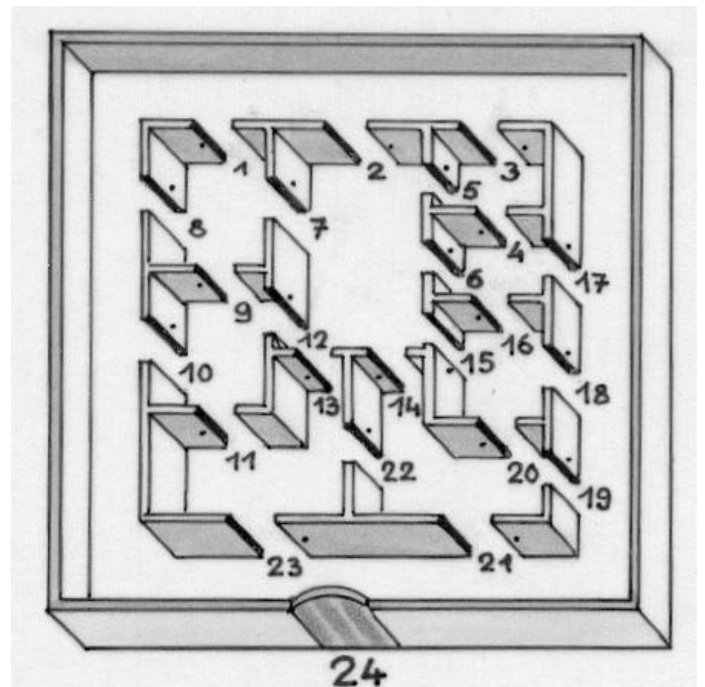
Zadanie n.6 (5 punktów)

**Labirynt**

Ściany tego labiryntu są nie do pokonania. Kiedy przejdziecie przez którekolwiek wewnętrzne drzwi zamkną się one za wami automatycznie. W jakimkolwiek miejscu się znajdziecie - są tam przyciski "otwarcie". Naciskając jeden z tych przycisków otworzycie jednocześnie wszystkie wewnętrzne drzwi. Z przycisków możecie korzystać wiele razy.

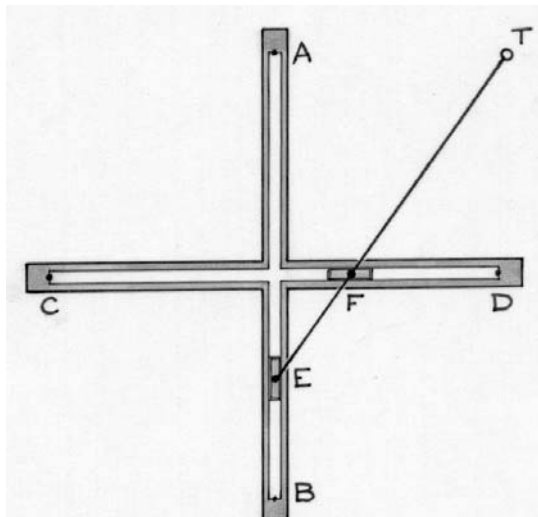
Można wejść do labiryntu tylko poprzez drzwi n° 24: one się zamkną, podczas gdy wszystkie wewnętrzne drzwi pozostaną otwarte. Zostaje się uwięzionym! Drzwi n° 24 otworzą się wtedy gdy wszystkie wewnętrzne drzwi będą zamknięte.

Odtwórzcie rysunek labiryntu, zaznaczcie trasę przejścia i objaśnijcie strategię która pozwoli wam się uwolnić.



Zadanie n.7 (7 punktów)

### Przesuwając przesuwając



Tom ma dość dziwny przyrząd złożony z:

- dwóch drewnianych tyczek o takiej samej długości  $AB = CD = 10$  cm, połączonych ze sobą na środku pod kątem prostym, a w każdej z nich znajduje się wyżłobiony rowek,
- ruchomej linijki z dwoma przesuwkami E i F odległymi od siebie o 3 cm. Przesuwka E przesuwana się w rowku AB a przesuwka F przesuwana się w rowku CD. Linijka posiada jeden koniec piszący T odległy o 9 cm od E.

Tom próbuje jak działa to urządzenie przesuwając obie przesuwki w rowkach.

Odtwórzcie otrzymany przez Toma szkic.

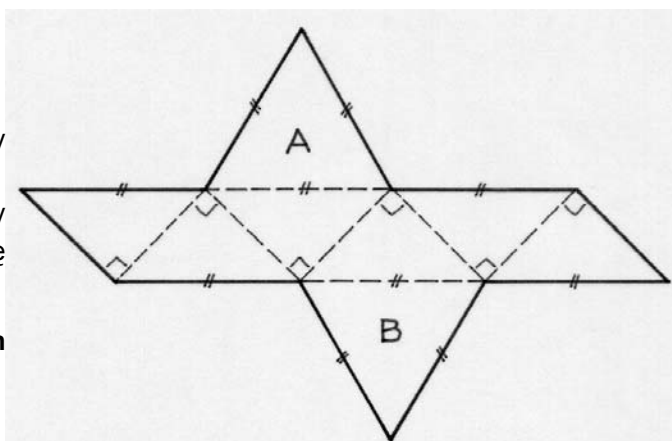
Zadanie n.8 (5 punktów)

### Z trzech jeden

Oto siatka bryły, w której podstawach są trójkąty równoboczne A i B.

Dołączając do tej bryły dwa identyczne ostrosłupy o czterech ścianach, z których jeden ma podstawę A, a drugi podstawę B otrzymuje się sześciąt.

Naszkicujcie siatkę jednego z tych ostrosłupów na kartce odpowiedzi.



Zadanie n.9 (7 punktów)

### Tik tak tik tak

Ciotka Maria ma dwa zegary, które źle działają: pierwszy śpieszy się o dwie minuty na godzinę, drugi natomiast, późni się o jedną minutę na godzinę. Ciotka Maria ustawia oba zegary dokładnie o dwunastej w południe.

Po jakim czasie oba zegary wskażą tę samą godzinę? Uzasadnijcie odpowiedź.

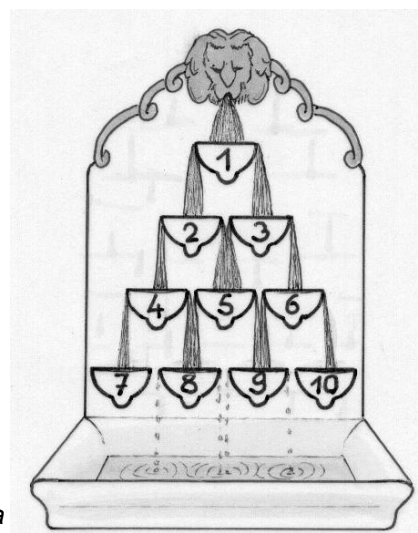
Zadanie n.10 (10 punktów)

### Pełny kielich

Oto schemat wielopiętrowej kaskadowej fontanny.

Każdy zbiornik może zawierać 1 litr wody, która potem się przelewa w taki sam sposób, do dwóch niżej ustawionych zbiorników. Na początku wszystkie zbiorniki są puste.

Ile litrów minimum wody należy wlać do zbiornika n° 1 aby wypełnić całkowicie zbiornik n° 5? Analogicznie ile litrów wody



potrzeba, aby wypełnić zbiornik n° 4? i n° 8?. Wyjaśnijcie odpowiedzi.

## Zadania dodatkowe klasy trzeciej

### Zadanie n.11 (5 punktów) Mania 8

Xiù chciałaby nadać swój własny czterocyfrowy kod dostępu do swojego blogu. Bardzo lubi cyfrę 8, która w kulturze chińskiej jest synonimem szczęścia, dobrobytu i nieskończoności. Xiù uważa, że kod "8888" byłby zbyt łatwy do odgadnięcia. Natomiast  $8^{88}$  daje zbyt dużo cyfr!

Xiù tworzy więc w następujący sposób swój kod:

- cyfrą tysięcy jest pierwsza cyfra z  $8^{88}$
- cyfrą jedności jest cyfra jedności z  $8^{88}$
- pomiędzy dwoma cyframi pisze liczbę cyfr, którą się otrzymuje zapisując w formie dziesiętnej  $8^{88}$

Ustalcie kod Xiù.

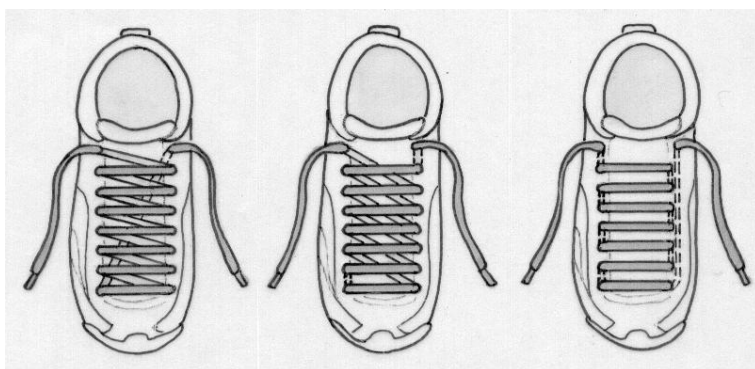
### Zadanie n.12 (7 punktów)

#### Wiążemy ... buty

Ben, Chiara i Dina mają taki sam model butów, w tym samym rozmiarze, ale ich sznurówki są włożone w różny sposób w oczka.

Jak widać na rysunku na każdym bucie jest 16 oczek rozmieszczonych regularnie po obu bokach prostokąta długiego 7 cm i szerokiego  $a$  cm.

Luźne końcówki sznurowadeł mają tę samą długość, ale trzy sznurówki nie są tej samej długości.



Wśród trzech rodzajów wiązań, w których wykorzystano najkrótsze sznurowadła? Uzasadnijcie odpowiedź, porównując krok po kroku, trzy sposoby włożenia sznurowadeł.

### Zadanie n.13 (10 punktów)

#### Co pozostanie?

Popatrzcie na szary trójkąt równoboczny. Jeśli się odejmie trójkąt mający wierzchołki pośrodku boków szarego trójkąta równobocznego otrzyma się tzw. trójkąt Sierpińskiego 1 stopnia.

Jesli powtórzy się tę operację na każdym pozostałym szarym trójkącie otrzyma się trójkąt Sierpińskiego 2 stopnia.

Kontynuując w ten sposób, krok po kroku, otrzymuje się trójkąty Sierpińskiego o wyższym stopniu.

Przedstawcie na kartce odpowiedzi trójkąt Sierpińskiego 3 stopnia. Wyraźcie jego pole, to znaczy pole szarej części, jako ułamek pola trójkąta początkowego.

Jakiego stopnia jest trójkąt Sierpińskiego, którego pole stanowi 10% trójkąta początkowego?

