

Matematica Senza Frontiere

Elementi di soluzione della Competizione del 6 febbraio 2007

Esercizio 1: Turni al lavello

$9+16=25$ persone soggiornano nel centro. 68% di $25 = 17$ sono delegate a lavare i piatti.
Anche se tutti i 9 adulti lavano i piatti, almeno $17-9 = 8$ adolescenti li devono aiutare e cioè almeno la metà di loro.
Se tutti e 16 gli adolescenti lavano i piatti, allora basta che 1 adulto li aiuti.
Gli adolescenti hanno quindi ragione sul primo punto ma non sul secondo.

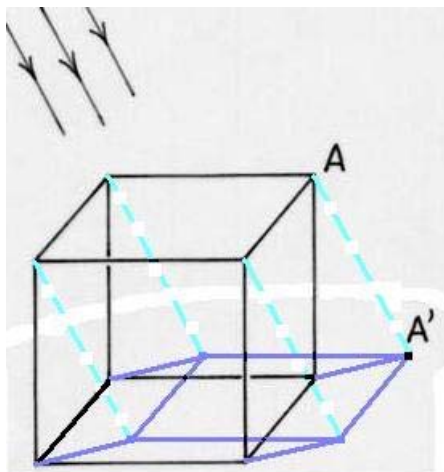
Esercizio 2: Il gatto e il topo

Si può osservare che le caselle sono alternativamente scure o chiare. Se il gatto si sposta nel rettangolo, il topo risponde sempre andando su una casella dello stesso colore di quella del gatto. Potrà così mantenersi a una distanza di sicurezza, restando su una casella diagonalmente opposta a quella del gatto all'interno di un quadrato.
Per cambiare questa situazione di alternanza di colori, il gatto deve andare in cima alla torre per passare successivamente su due caselle chiare.
Al ritorno, sarà padrone del gioco e potrà spingere il topo in un angolo prima di mangiarselo.

Esercizio 3: Tecnica medioevale

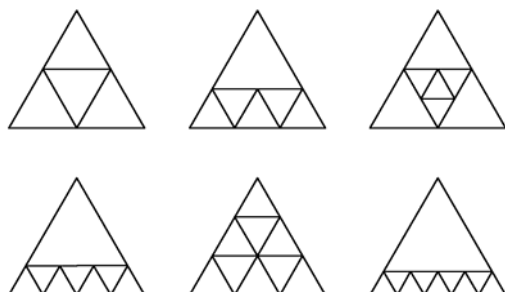
Sia a il semi-lato del giardino. Il raggio della circonferenza è allora $a\sqrt{2}$; che è anche uguale al semi-lato del quadrato grande.
L'area del quadrato piccolo è $4a^2$, quella del quadrato grande è $8a^2$.
L'area della galleria è la differenza tra le due aree. Quindi è uguale a quella del giardino.

Esercizio 4: Profilo



Esercizio 5: Suddivisioni equilatera

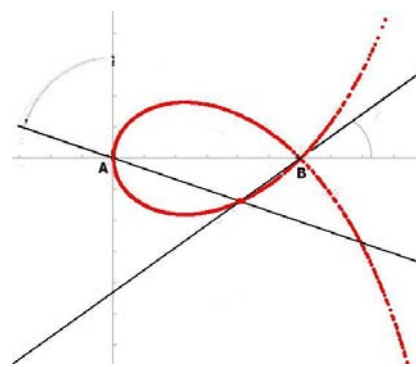
Ecco alcune suddivisioni.
 Ci possono essere più soluzioni.
 La suddivisione in 5 triangoli equilateri è impossibile.



Esiste almeno una suddivisione per ogni $n > 5$.

Esercizio 6: Quanti pesci!

Tenendo conto delle due prime affermazioni, ci sono in tutto $12+7 = 19$ pesci rossi.
 Se 12 pesci rossi hanno un pesce bianco davanti a loro, allora 12 pesci bianchi hanno un pesce rosso **dietro** a loro... e se 3 pesci bianchi hanno un pesce bianco davanti a loro, allora 3 pesci bianchi hanno un pesce bianco **dietro** a loro.
 Ci sono dunque in tutto 15 pesci bianchi, e, in TOTALE, 34 pesci.
 Una possibile configurazione è:
rrb rrb rrb rrb rrb rrb rrb rb rb rbb rbb rbb
 contandoli, 34 pesci

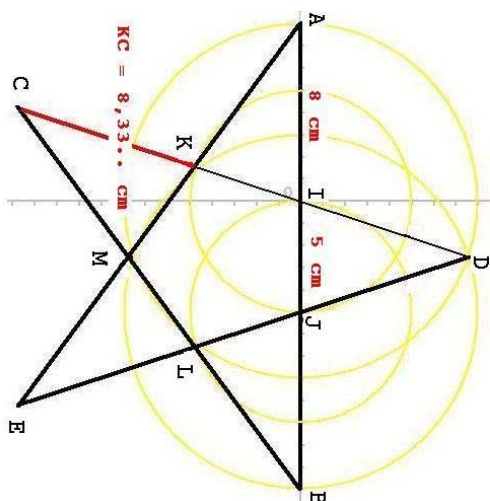


Esercizio 7: Strofoide di Newton

[Vedi disegno.](#)

[Per vedere un'animazione cliccare su:](#)

<http://www.mathcurve.com/courbes2d/strophoiddroite/strophoiddroite.shtml>



Esercizio 8: Accademia della stella

La stella è regolare quando il rapporto b/a è il rapporto aureo, cioè 1,618... Poiché le dimensioni del foglio sono obbligate, le stelle più "regolari" si ottengono con le coppie $(a;b) = (3;5)$ e $(a;b) = (5;8)$. Nel primo caso l'errore relativo è circa del 10%. Nel secondo caso l'errore relativo è circa del 4,2%; questa è dunque la soluzione migliore.

Questa stella rientra nel foglio risposta solo se la si fa ruotare rispetto alla figura del testo.

Esercizio 9: Sfasamento orario

1° metodo

Sia t la durata d'un viaggio e d lo sfasamento orario (positivo se la destinazione è a Est di Parigi).

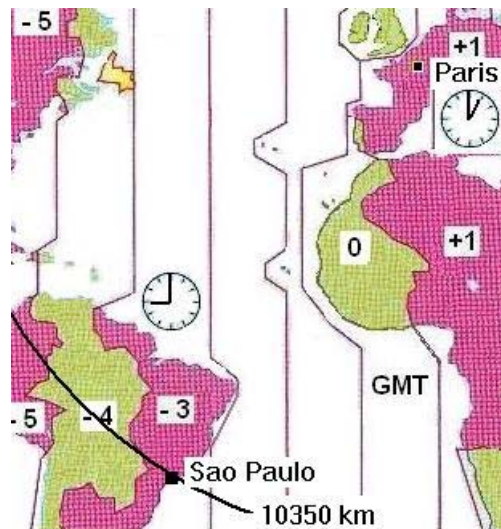
Si ha il sistema
$$\begin{cases} t + d = 7,5 \\ t - d = 15,5 \end{cases}$$

dove, ovviamente, 7,5 rappresenta 7h 30'. La soluzione è: $t = 11h30'$ e $d = -4$.

La destinazione di Michele è circa a 10 350 km da Parigi, nel fuso orario -3. Cioè in Brasile: Rio o San Paolo.

2° metodo

Basta osservare che la differenza tra 15h 30' e 7h 30' è proprio il doppio dello sfasamento orario che è quindi di 4 ore; il viaggio è verso occidente perché quello di andata appare più breve di quello di ritorno. La durata reale del viaggio è allora di 11h 30' e la meta si trova a 10 350km da Parigi, nel fuso orario -3, in Brasile.



Esercizio 10: Profondo blu

	Quadrato del raggio	Area del livello
Primo livello	$75/4 = 18,75$	$75/4 \pi = 18,75 \pi \cong 58,90$
Secondo livello	25	$25 \pi \cong 78,50$
Terzo livello	$19/4 = 4,75$	$19/4 \pi = 4,75 \pi \cong 14,90$
La superficie totale abitabile è :	$97/2 \pi = 48,50 \pi \text{ m}^2$ $48,50 \pi \text{ m}^2 \cong 152,29 \text{ m}^2$	

Speciale classi terze

Esercizio 11: Che baccano!

I numeri degli appartamenti di destra di ciascun piano sono dei quadrati.

L'appartamento di destra del piano del 2007 sarà il $2025 = 45^2$ e l'appartamento di destra del piano sopra sarà il $1936 = 44^2$.

1° metodo

Dato che l'appartamento 2007 si trova 18 posti prima del 2025, quello sopra sarà 17 posti prima del 1936, sarà quindi il 1919.

2° metodo

La differenza tra il numero dell'appartamento dell' n -esimo piano e quello corrispondente al piano superiore è $2(n-1)$; pertanto se il 2007 si trova nel 45° piano, l'appartamento del piano superiore differirà da 2007 di $2 \times 44 = 88$, cioè $2007 - 88 = 1919$.

Esercizio 12: Gioco di carta

Ogni angolo del pentagono misura 108° .

Il quadrilatero iniziale, prima di essere piegato, ha due angoli opposti uguali di 108° : A e D. Gli altri due angoli misurano 72° . Il quadrilatero è perciò un parallelogramma.

$$BF = 12 \sin 54^\circ \cong 9,7 \text{ cm}$$

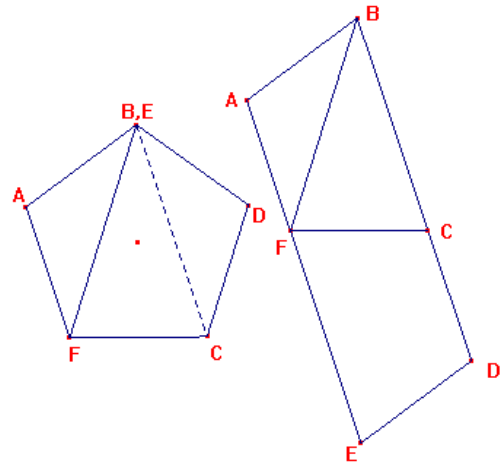
$$AE = 6 + 12 \sin 54^\circ \cong 15,7 \text{ cm.}$$

oppure:

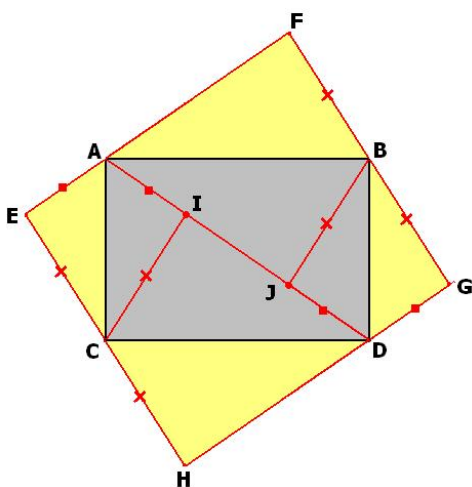
poiché AB, lato del pentagono, è la parte aurea di BF, diagonale del pentagono,

$$BF = 12 \cdot 1,618 \dots$$

$$E \text{ AE} = AF + FE = \dots$$



Esercizio 13: Confezione originale



Per le proprietà della simmetria, si ha $AE = AI$ e $AF = AJ = ID$.

Allora $EF = AI + ID = AD$.

Se si calcola questa diagonale con il teorema di Pitagora:

$$EF = \sqrt{250} = 5\sqrt{10} \text{ cm.}$$

Per calcolare la misura di EH, si può tener conto che l'area di EFGH è il doppio di quella di ABCD.

$$\text{Allora } EH = \frac{2 \times 9 \times 13}{5\sqrt{10}} = \frac{117\sqrt{10}}{25} \text{ cm.}$$

Sono possibili altri procedimenti.