

Matematica Senza Frontiere Competizione 2006/2007

- Per gli esercizi 1, 2, 3, 6, 9, 10, 12 e 13 sono richieste spiegazioni, giustificazioni o illustrazioni.
- Sarà esaminata ogni risoluzione, anche parziale.
- Si terrà conto dell'accuratezza.
- Ogni foglio-risposta deve essere utilizzato per un singolo esercizio per il quale deve essere riportata una sola soluzione, pena l'annullamento della prova.

Esercizio 1 (7 punti)

Turni al lavello

Soluzione da redigere in francese o tedesco o inglese o spagnolo con un minimo di 30 parole.

Tedesco

9 Erwachsene und 16 Jugendliche befinden sich in einem Ferienlager.

Während ihres Aufenthalts müssen 68% von ihnen Geschirr spülen. Die Jugendlichen verstehen, dass mindestens die Hälfte von ihnen den Abwasch erledigen muss. Aber sie glauben auch, dass zumindest zwei Erwachsene ihnen helfen werden.

Haben die Jugendlichen Recht? Begründet eure Antwort.



Spagnolo

9 adultos y 16 adolescentes están en un centro de vacaciones.

Durante esta temporada, 68% de estas personas tienen que lavar la vajilla.

Los adolescentes entienden que entre ellos, la mitad por lo menos tiene que lavar la vajilla. Pero piensan que por lo menos dos adultos les ayudarán.

¿Tienen razón los adolescentes? Justifica.

Inglese

9 adults and 16 teenagers are spending holidays in a holiday centre. During their stay, 68% of these people have to do the washing-up. The teenagers understand that at least half of them have to do the washing-up. But they think that at least 2 adults are going to help them.

Are the teenagers right? Justify.

Francese

Dans un centre de vacances séjournent 9 adultes et 16 adolescents.

Durant le séjour, 68% de ces personnes doivent faire la vaisselle.

Les adolescents comprennent qu'au moins la moitié d'entre eux doit faire la vaisselle. Mais ils pensent qu'au moins deux adultes les aideront.

Les adolescents ont-ils raison ? Justifier.

Esercizio 2 (5 punti)

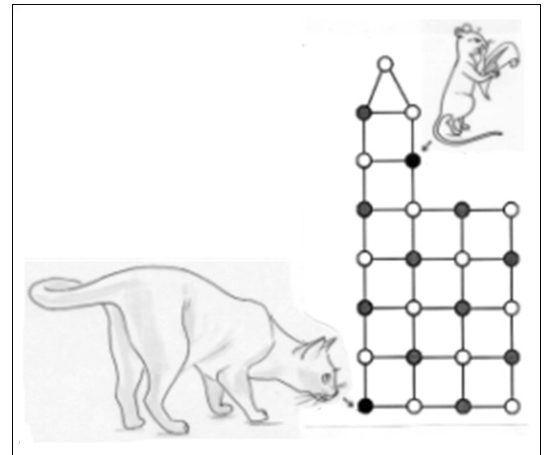
Gatto e topo

La griglia a fianco è formata da quadrati e da un triangolo. I loro vertici sono indicati da dischi bianchi e neri.

Alla partenza il gatto e il topo occupano le posizioni indicate in figura. Essi si muovono su questa griglia, a turno, passando da un disco a quello vicino lungo un segmento della griglia.

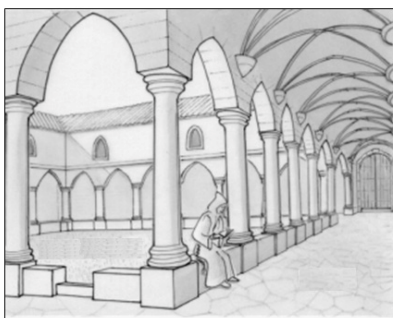
Il gatto parte per primo e vuole prendere il topo. Lo potrà fare quando si troverà nella stessa casella.

Quale strategia deve seguire il gatto per essere sicuro di catturare il topo? Spiegare.



Esercizio 3 (7 punti)

Tecnica medievale



Gli architetti del Medioevo, per costruire nelle abbazie chiostri quadrati di dimensioni armoniche, utilizzavano la seguente tecnica:

tracciavano prima una circonferenza, poi un primo quadrato inscritto in questa per delimitare il giardino interno, quindi un secondo quadrato con i lati tangenti alla circonferenza e paralleli a quelli del primo quadrato. Lo spazio delimitato dai due quadrati individua così la galleria.

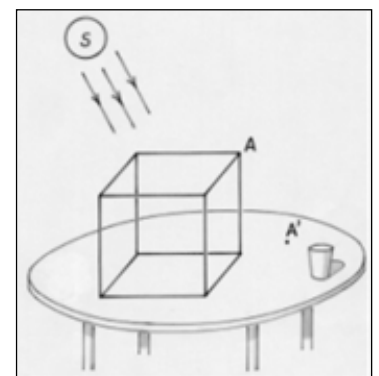
Rappresentare con una figura la pianta del chiostro. Confrontare la superficie del giardino con quella della galleria motivando la risposta.

Esercizio 4 (5 punti)

Profilo

Un cubo in filo di ferro è appoggiato su un tavolo in un giorno di sole. L'ombra del punto A è il punto A'.

Disegnare un ingrandimento della figura, poi completare con il tracciato dell'ombra del cubo.



Esercizio 5 (7 punti)

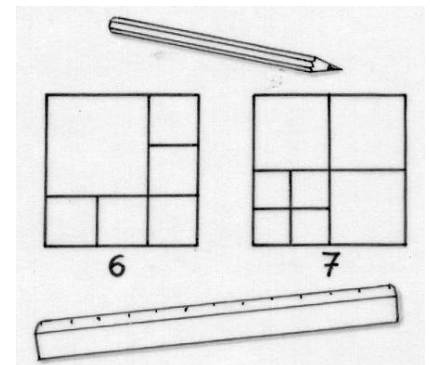
Suddivisioni equilatera

Giovanna ha studiato la suddivisione di un quadrato in quadrati. Qui sotto è rappresentata una suddivisione in 6 quadrati e una in 7 quadrati.

Ora Giovanna si pone il problema della suddivisione di un triangolo equilatero:

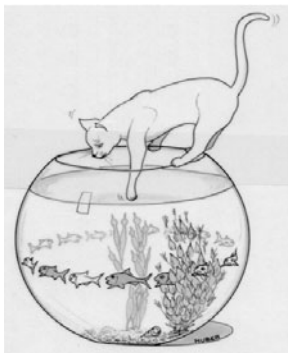
«E' possibile suddividere un triangolo equilatero in 4, in 5, in 6, in 7, in 8, in 9 o in 10 triangoli equilateri?»

Presentare, quando esistono, le soluzioni per queste suddivisioni. Il triangolo di partenza ha 6 cm di lato.



Esercizio 6 (5 punti)

Quanti pesci!



In un acquario pesci rossi e pesci bianchi girano in tondo tutto nello stesso verso.

Ogni pesce non ha che un pesce davanti a sé.

Si contano esattamente:

- 7 pesci rossi che hanno un pesce rosso immediatamente davanti a loro;
- 12 pesci rossi che hanno un pesce bianco immediatamente davanti a loro;
- 3 pesci bianchi che hanno un pesce bianco immediatamente davanti a loro

In totale, quanti pesci nuotano in questo acquario? Motivare la risposta.

Esercizio 7 (7 punti)

Strofoide di Newton

Due pulegge, una piccola e una grande sono collegate da una cinghia, in modo che la puleggia piccola compia due giri mentre quella grande ne compie uno. I loro centri A e B distano 6 cm e si trovano su una retta orizzontale \mathcal{X} .

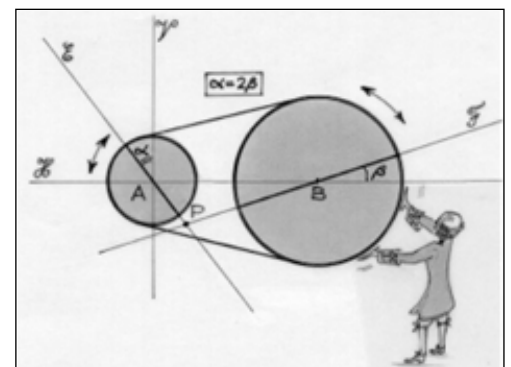
Su ogni puleggia si traccia un diametro. Si indica con \mathcal{E} la retta che prolunga il diametro della puleggia piccola e \mathcal{F} la retta su cui giace il diametro di quella grande.

All'inizio \mathcal{F} è orizzontale, sovrapposta a \mathcal{X} ed \mathcal{E} è sovrapposta alla verticale \mathcal{Y} passante per A. Quindi si mettono in movimento le pulegge....

In ogni istante, la retta \mathcal{E} forma con la verticale \mathcal{Y} un angolo doppio dell'angolo formato da \mathcal{F} con l'orizzontale \mathcal{X} .

Si vuole conoscere la curva descritta dal punto P di intersezione tra \mathcal{E} e \mathcal{F} .

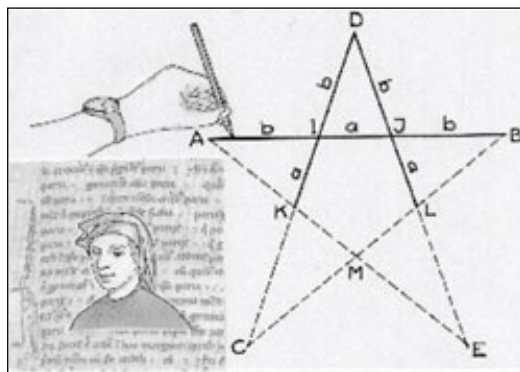
Tracciare questa curva punto per punto sul foglio risposta, rappresentando le rette \mathcal{E} e \mathcal{F} considerate in diverse posizioni assunte durante il moto.



Esercizio 8 (5 punti)

Accademia della stella

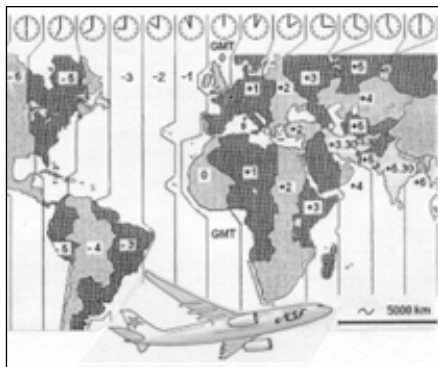
Leo trova delle note di Leonardo Pisano che descrivono una costruzione dei pentagoni stellati: "Scegliere due numeri interi a e b , poi posizionare i punti A, I, J, B, D, K e L come indicato sulla figura. I prolungamenti delle rette (DK) , (BL) , (DL) e (AK) si incontrano nei vertici C ed E della stella $ABCDE$." Leo si accorge che prendendo $a=2$ e $b=3$, la stella non è perfetta e non è regolare, perché i segmenti KC e LE sono troppo lunghi. Leo è deluso. Ricomincia allora con altri valori interi per a e b , sperando di ottenere un pentagono stellato più regolare.



Secondo il metodo di Leonardo Pisano, tracciare sul foglio risposta un pentagono stellato, il più regolare possibile. Se l'unità di misura è il cm e il pentagono stellato deve essere disegnato per intero sul foglio risposta, come bisogna scegliere i numeri interi a e b ?

Esercizio 9 (7 punti)

Sfasamento orario



Il 24 febbraio, "scappando" dal freddo dell'inverno, Michele andrà in vacanza per due settimane.

Prenderà l'aereo a Parigi alle 23 h 15' ora locale.

Arriverà a destinazione il giorno dopo alle 6 h 45' ora locale.

Al ritorno, il 10 marzo, il suo aereo decollerà alle 20 h 30', ora locale.

Michele ha calcolato che se la durata del ritorno è uguale a quella dell'andata, arriverà a Parigi l'11 marzo a mezzogiorno.

La velocità di crociera dell'aereo è circa 900 km/h.

Determinare la durata di un tragitto, poi, con l'aiuto della cartina riportata, localizzare, nel modo più preciso possibile, la destinazione di Michele.

Esercizio 10 (10 punti)

Profondo blu

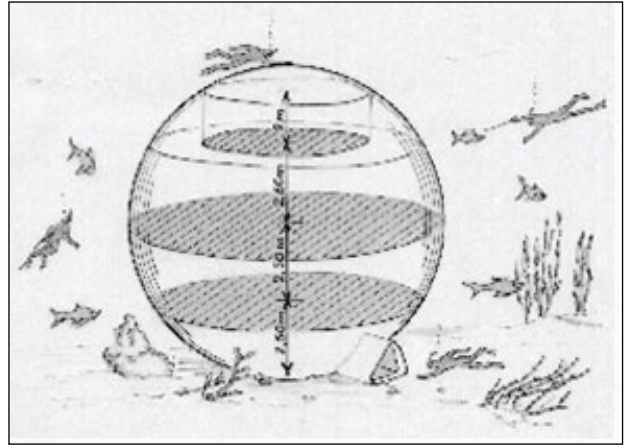
Un architetto progetta delle abitazioni di forma sferica destinate ad essere depositate sul fondo del mare.

Queste sfere hanno un raggio di 5 m e tre livelli orizzontali abitabili:

- il primo è situato a 2,50 m dal fondo della sfera;
- il secondo è situato a 5 m dal fondo della sfera;
- il terzo è situato a 7,50 m dal fondo della sfera

Per quanto riguarda quest'ultimo livello, solo la parte di superficie con la volta di altezza superiore a 2 m è abitabile.

Calcolare la superficie complessiva abitabile.



Speciale classi terze

Esercizio 11 (5 punti)

Che baccano!

In un immobile a forma triangolare, gli appartamenti sono numerati a partire dall'alto, come qui sotto:

			1		
		2	3	4	
	5	6	7	8	9
10	11	12	13	

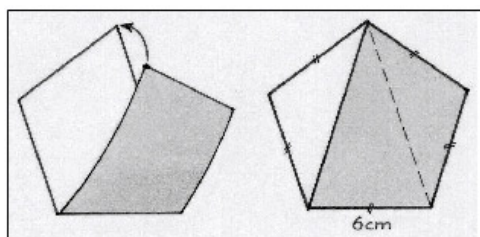


Il proprietario dell'appartamento numero 2007 si lamenta del suo inquilino del piano di sopra perché fa baccano.

Qual è il numero dell'appartamento di questo inquilino rumoroso?

Esercizio 12 (7 punti)

Gioco di carta



Elisabetta ha preso un foglio a forma di quadrilatero e l'ha piegato in due sovrapponendo un vertice al vertice opposto del foglio. Ha così ottenuto un pentagono regolare avente il lato di 6 cm. Determinare la natura del quadrilatero. Calcolarne gli angoli e le dimensioni.

Realizzare, quindi, piegando il foglio, il pentagono regolare di 6 cm di lato e incollarlo sul foglio risposta.

Esercizio 13 (10 punti)

Confezione originale

Renato ha fotografato i suoi amici ad una festa e vorrebbe regalare loro le foto, sviluppate su carta, di forma rettangolare di larghezza 9 cm e di lunghezza 13 cm. Avvolge, quindi, ogni foto in un foglio rettangolare dopo aver disposto i 4 angoli della foto sui 4 bordi del foglio. Quando ripiega il foglio sui bordi della foto, i 4 lembi ottenuti ricoprono esattamente la foto, senza sovrapposizioni e senza spazi vuoti.

Determinare le dimensioni del foglio.

