

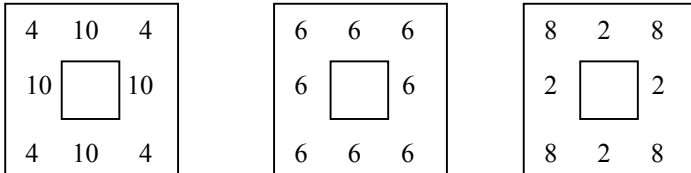
Correzione della prova di allenamento / Febbraio 2001

Esercizio 1

Il gettone che occupa il tredicesimo posto della fila indica il numero x dei gettoni spostati. Infatti, dopo aver spostato un numero x (minore di 13) gettoni, al posto k della fila avrò il numero $13 - k + x$.

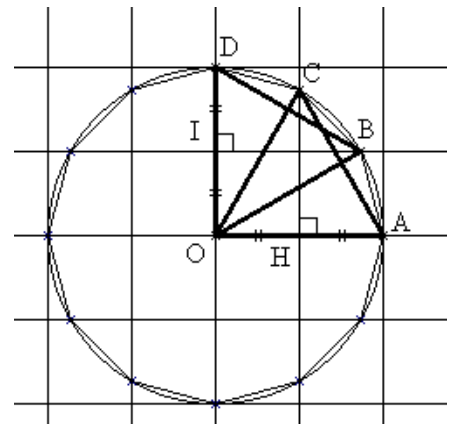
Esercizio 2

Gennarino tenne conto dell'avviso materno che i cioccolatini contati dovevano dare per lato sempre somma 18. Ci pensò su e trovò il modo di ingannare la mamma disponendo i cioccolatini nel modo seguente:



Esercizio 3

Il triangolo AOC è equilatero: infatti $OC = OA$; $CO = CA$ perché CH è altezza e mediana. Quindi $\widehat{AOB} = \widehat{BOC} = \widehat{COD} = 30^\circ$. Analogamente per gli altri tre quadranti. Il dodecagono inscritto ha tutti gli angoli al centro uguali, quindi, è regolare.



Esercizio 4

Il cubo comprende in tutto $6^3 = 216$ quadrati. Occorrono 4 colori ciascuno dei quali copra $36 \times 6 : 4 = 54$ quadrati.

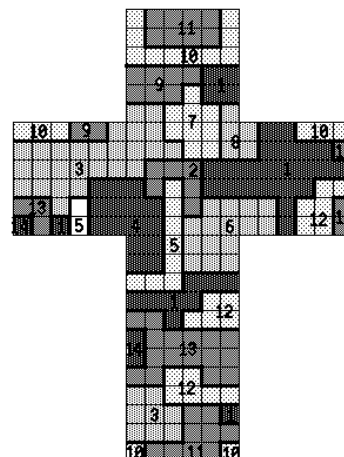
Esercizio 5

$1 \xrightarrow{\times 2} 2 \xrightarrow{+1} 3 \xrightarrow{\times 2} 6 \xrightarrow{\times 2} 12 \xrightarrow{-1} 11 \xrightarrow{\times 2} 22 \xrightarrow{\times 2} 44$
 $1 \xrightarrow{\times 2} 2 \xrightarrow{\times 2} 4 \xrightarrow{\times 2} 8 \xrightarrow{\times 2} 16 \xrightarrow{\times 2} 32 \xrightarrow{\times 2} 64 \xrightarrow{-1} 63$
 $1 \xrightarrow{\times 2} 2 \xrightarrow{\times 2} 4 \xrightarrow{\times 2} 8 \xrightarrow{+1} 9 \xrightarrow{\times 2} 18 \xrightarrow{\times 2} 36 \xrightarrow{\times 2} 72$

Esercizio 9

Ecco due esempi :

7 - 72 - 372 - 3724 - 37245 - 372456 - 3724560 - 13724560 - 813724560 - 9813724560
 1 - 12 - 312 - 7312 - 73125 - 731256 - 7312564 - 73125648 - 731256489 - 7312564890

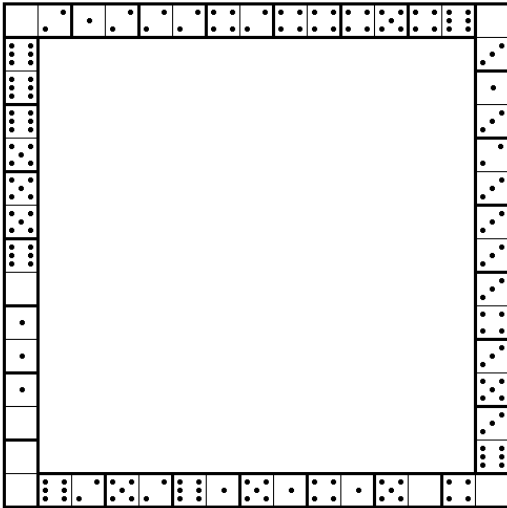


- 1 36 noirs
- 2 6 verts
- 3 34 bleus
- 4 15 noirs
- 5 10 rouges
- 6 15 bleus
- 7 9 rouges
- 8 5 bleus
- 9 9 verts
- 10 18 rouges
- 11 18 verts
- 12 17 rouges
- 13 21 verts
- 14 3 noirs

rouge
 vert
 bleu
 noir

Esercizio 6

Ecco una possibile soluzione:



Esercizio 8

La calcolatrice aumenta di 11 ogni numero di due cifre che non contiene il 9, aumenta di 1 i numeri che terminano per 9 e diminuisce di 89 i numeri che cominciano per 9 (99 nel caso del numero 99). Quindi, per esempio:

$$12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 99 (=207)$$

diventa

$$23 + 23 + 23 + 23 + 23 + 23 + 23 + 23 + 23 + 23 + 00 (=207)$$

Esercizio 10

Un triangolo isoscele richiude il buco. Nel caso del triangolo rettangolo basta tagliare lungo la mediana relativa all'ipotenusa e rivoltare i due triangoli isosceli così ottenuti.

Nel caso del triangolo qualsiasi si taglia lungo l'altezza; si applica due volte il metodo precedente.

Se il triangolo è acutangolo unendo i vertici al circocentro si hanno tre triangoli isosceli rivoltabili.

Oppure, per qualsiasi triangolo: si costruisca il cerchio inscritto; ogni quadrilatero formato unendo un vertice, l'incentro e due punti di tangenza ha un asse di simmetria, quindi è rivoltabile.

Esercizio 11

Il volume del sacco di grano è $4 \times \left(\frac{6}{2\pi}\right)^2 \times \pi = \frac{36}{\pi}$ in "piedi cubi".

I sacchi proposti hanno ciascuno volume uguale a $\frac{1}{4}$ del precedente.

Esercizio 12

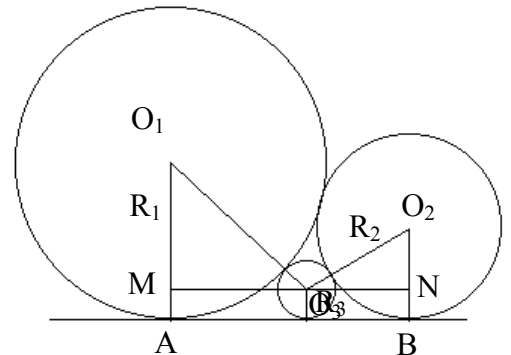
$O_1M = 9 - R_3$ e $O_1O_3 = 9 + R_3$. $O_2N = 4 - R_3$ et $O_2O_3 = 4 + R_3$.

Il teorema di Pitagora applicato al triangolo O_1MO_3 e al triangolo O_2NO_3 , dà :

$$O_3M^2 = O_1O_3^2 - O_1M^2 = (9 + R_3)^2 - (9 - R_3)^2 = 36 R_3 \quad O_3M = 6\sqrt{R_3} .$$

Analogamente $O_3N = 4\sqrt{R_3}$. Da $O_3M + O_3N = AB$ si ottiene $10\sqrt{R_3} = 12$

$$\sqrt{R_3} = 1,2 \quad \text{e} \quad R_3 = 1,44 \text{ cm. Più in generale: } \frac{1}{\sqrt{R_2}} + \frac{1}{\sqrt{R_1}} = \frac{1}{\sqrt{R_3}} .$$



Esercizio 13

$2000^{30} = (2 \times 10^3)^{30} = 2^{30} \times 10^{90} = 1\,073\,741\,824 \times 10^{90}$ dunque 2000^{30} con 100 cifre.

$2000^{302} = 2^{302} \times 10^{906} \approx 8,148 \times 10^{90} \times 10^{906} \approx 8,148 \times 10^{996}$ dunque 2000^{302} con 997 cifre.

$2000^{303} = 2^{303} \times 10^{909} \approx 1,6296 \times 10^{91} \times 10^{909} \approx 1,6296 \times 10^{1000}$ dunque 2000^{303} con 1 001 cifre.

Non esiste alcuna potenza di 2000 con 1000 cifre.

Non esiste alcuna potenza di 2000 con 1000 cifre.

Esercizio 7

Gli angoli alla base di ogni triangolo isoscele misurino α :

$$\widehat{AOC} + \widehat{COB} = \widehat{AOB} = 180^\circ$$

$$\text{o } \widehat{AOC} = 180^\circ - 2\beta \text{ e } \widehat{COB} = 180^\circ - (2\beta + \alpha)$$

$$\text{dunque } 180^\circ - 2\beta + 180^\circ - (2\beta + \alpha) = 180^\circ$$

$$180^\circ - 4\beta - \alpha = 0$$

$$\text{da cui } \beta = \frac{180 - \alpha}{4} = 45 - \frac{\alpha}{4} = 45 - \frac{12}{4} = 45 - 3 = 42^\circ .$$

$$\text{L'angolo ottuso dei triangoli isosceli misura } 180^\circ - 2 \times 42^\circ = 180^\circ - 84^\circ = 96^\circ .$$

