

Matematica senza frontiere

Prova di allenamento febbraio 2001

NOTA BENE

Per tutti gli esercizi sono richieste spiegazioni, giustificazioni o illustrazioni.

Sarà esaminata ogni risoluzione, anche parziale.

Si terrà conto dell'accuratezza.

Ogni foglio-risposta deve essere utilizzato per un singolo esercizio per il quale deve essere riportata una sola soluzione.

Attenzione : in presenza di foglio risposta con soluzioni a più esercizi o in presenza di più soluzioni allo stesso esercizio la prova sarà annullata.

Esercizio 1 (7 punti)

Risoluzione da formulare nella lingua prescelta (francese, inglese, spagnolo o tedesco) con un minimo di 30 parole.

Basta un'occhiata

❖ Geneviève montre un tour de magie à son amie Anne. Dos tourné, elle lui dit :
« Dispose en ligne droite 13 jetons numérotés de 0 à 12 en les plaçant dans l'ordre décroissant de leurs valeurs de gauche à droite.
Retourne-les pour masquer leurs valeurs.
Rajoute sur la même ligne, à droite de ceux déjà placés, 12 autres jetons choisis au hasard, leurs valeurs étant cachées.
Enfin déplace à gauche de la ligne un certain nombre de ces 12 derniers jetons ».

Geneviève se retourne alors et voit une ligne de 25 jetons tous identiques. Elle en prend un seul qui lui indique le nombre de jetons déplacés par Anne.

Expliquer le tour de magie.

❖ Genoveva zeigt ihrer Freundin Anne einen Zaubertrick. Mit dem Rücken zu Anne sagt sie zu ihr :
„ Lege 13 Spielmarken, die von 0 bis 12 nummeriert sind in einer Reihe vor dich hin. Ordne sie von links nach rechts in absteigender Reihenfolge an. Drehe sie um, damit ihr Wert verdeckt ist.
Füge nun in der selben Reihe rechts 12 weitere, zufällig ausgewählte Spielmarken an, deren Wert ebenfalls verdeckt ist.
Jetzt verschiebst du von diesen 12 hinzugekommenen Marken eine bestimmte Anzahl an das linke Ende der Reihe.“

Genoveva dreht sich um und sieht vor sich eine Reihe von 25 gleichen Spielmarken. Sie nimmt eine davon und erkennt, wie viele Marken verschoben wurden.

Erkläre diesen Trick.

❖ Genoveva le enseña un truco de magia a su amiga Ana.

De espaldas a ella, le dice :

« Pon en una línea recta 13 fichas numeradas de 0 a 12, colocándolas en orden decreciente de su valor y de izquierda a derecha.

Ponlas cara abajo para que no se pueda ver el valor de cada una.

A la derecha de las fichas ya colocadas y en la misma línea, pon otras 12 fichas, elegidas por azar y también cara abajo.

Por fin, desplaza a la izquierda de la línea algunas fichas sacadas de entre éstas últimas.»

Genoveva se vuelve y ve una línea de 25 fichas idénticas.

No saca más que una ficha y esta ficha le indica el número de fichas desplazadas por Ana.

Explicar el truco de magia.

❖ Genevieve shows her friend Anne a magic trick. With her back to Anne, she gives her the following instructions :

« Lay out 13 tokens numbered 0 to 12 in a straight line, setting them in decreasing order from left to right.

Then turn them face down to hide the numbers written on them.

To the right of those already laid out but along the same line, add twelve more tokens picked at random with their faces down.

End by moving to the left end of the line some of the tokens that have just been added.»

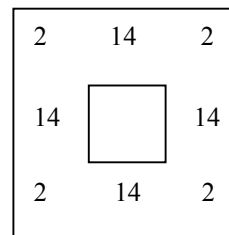
Genevieve then turns round, facing a line of 25 identical tokens. She picks one and it tells her how many tokens have been moved by Anne.

Explain what the trick is.

Esercizio 2 (5 punti)

Il golosone biricchino.

La mamma di Giannarino (ragazzo molto vivace e goloso) comprò 64 cioccolatini. Con l'aiuto del figlio li dispose sul tavolino del salotto in modo che contati risultavano 18 per ogni lato. Giannarino, non sapendo trattenere la propria golosità, a tre riprese portò via 24 cioccolatini e la mamma, sebbene vigilasse, non se ne accorse poiché contando e ricontando di cioccolatini ne aveva sempre 18 per ogni lato. Come si spiega ciò ?



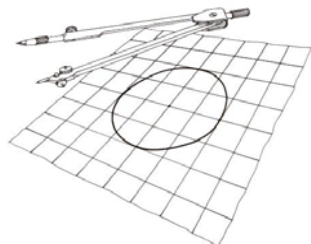
(Concorso «A. Bernasconi» 2000

Proponente: Luca Colombo classe 3 D₂ ITIS «Henseberger» Monza)

Esercizio 3 (7 punti)

Una dozzina

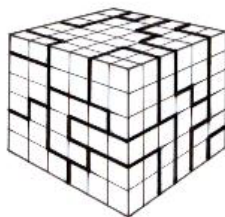
Su un reticolo formato da quadrati si traccia una circonferenza con centro in un nodo del reticolo e raggio doppio del lato dei quadrati. Questa circonferenza taglia il reticolo in 12 punti che sono vertici di un dodecagono. Questo dodecagono è regolare? Motivate la risposta.



Esercizio 4 (5 punti)

Cubolatura

In un universo in cui tutto è cubo ecco il mappamondo di un pianeta in cui ogni faccia è divisa in 36 quadrati. In grassetto sono segnate le frontiere degli stati del pianeta. Colorare e poi incollare sul foglio-risposta la mappa del pianeta utilizzando il minor



numero possibile di colori. Lo stato numero 1 è colorato, per esempio, in nero, lo stato numero 2 in verde, e così via. Stati confinanti non possono avere lo stesso colore. Gli spigoli del cubo non sono frontiere. Alla fine ogni colore dovrà coprire aree uguali.

Esercizio 5 (7 punti)

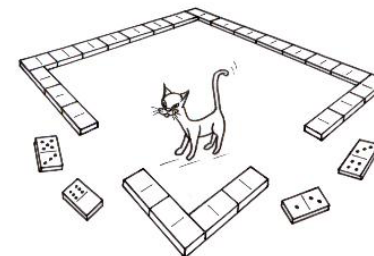
Ottavo grado

Un venditore di corda da ascensione dispone di una asta lunga esattamente un metro. Può eseguire solo queste operazioni: misurare un metro di corda, aggiungere e togliere un metro, raddoppiare una lunghezza. Anna ha bisogno di una corda di 44 metri, Barbara di una di 63 metri e Claudia di una di 72 metri. Il venditore prepara separatamente queste tre corde, compiendo per ciascuna esattamente otto operazioni. Come procede in ciascuno dei tre casi? Illustrate il procedimento.

Esercizio 6 (5 punti)

Domino magico

Annamaria ha disposto, estremo contro estremo, le 28 tessere di un domino, in ordine qualsiasi, per formare i lati di un quadrato. La somma dei punti è la stessa per ogni lato del quadrato. Disegnate una disposizione di questo genere.



Esercizio 7 (7 punti)

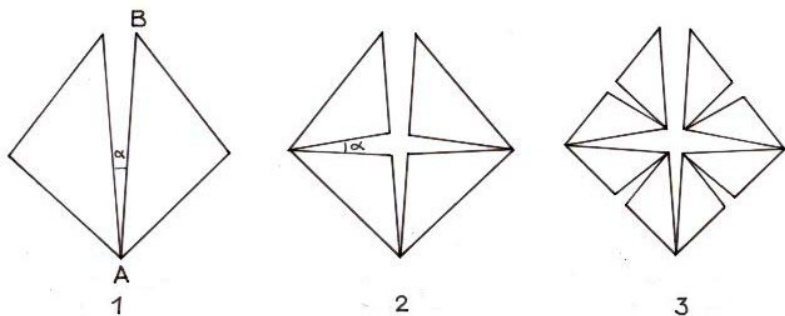
Frattale a polmone

Si dice « frattale » una figura geometrica le cui parti hanno la stessa struttura del tutto, ma su scala diversa. Ecco i primi tre stadi della costruzione del « frattale a polmone ».

Tutti i triangoli sono isosceli ed hanno angoli uguali.

Si prenda $\alpha = 12^\circ$ e $AB = 15$ cm.

Dopo aver calcolato gli angoli dei triangoli, costruite il quarto stadio del frattale.



Esercizio 8 (5 punti)

Anelli di un ingranaggio

La mia calcolatrice è guasta:

quando premo il tasto 0 , fa apparire e registra 1 ;

quando premo il tasto 1 , fa apparire e registra 2 ;

quando premo il tasto 2 , fa apparire e registra 3 ; eccetera

quando premo il tasto 9 , fa apparire e registra 0.

Tutti gli altri tasti, però, funzionano correttamente. Così se digito $12 + 34$ la calcolatrice indica $23 + 45$ e dà come risultato 68.

Eppure può succedere che per certe addizioni ben azzeccate la calcolatrice dia il risultato esatto. Fornite un esempio di somma esatta motivando perché il risultato che compare non risente del guasto.

Esercizio 9 (7 punti)

Gonfiamo il numero

Con le dieci cifre della nostra numerazione costruite successivamente dieci numeri interi: il primo di una cifra, il secondo di due cifre e così via fino al decimo numero formato da dieci cifre.

Ogni numero deve essere ottenuto aggiungendo al precedente una nuova cifra a destra o a sinistra in modo che il primo numero sia divisibile per 1 , il secondo per 2 , il terzo per 3 e così via fino al decimo che deve essere divisibile per 10.

Esercizio 10 (10 punti)

Diritto e rovescio

Alex il pagliaccio possiede una giacca rossa all'esterno e blu all'interno. In questa giacca ritaglia un triangolo rettangolo e spera, rivoltandolo, di richiudere il buco formatosi in modo da ottenere all'esterno un triangolo blu su fondo rosso.

Il triangolo rivoltato non si adatta al buco, ma Alex raggiunge il suo scopo sezionando il triangolo. Non solo, ma si accorge che potrebbe in modo analogo rivoltare un triangolo qualsiasi.

Mostrate graficamente come sezionare il triangolo rettangolo e poi un triangolo qualsiasi giustificando il vostro procedimento.

Esercizio 11 (5 punti) solo per la classe terza

Il mugnaio ci ha provato !

Jacques il moschettiere va al mulino di mastro Tudor per ordinargli del grano: vuole un sacco cilindrico di altezza 4 piedi e di circonferenza 6 piedi. Il mugnaio gli propone di fornirgli la stessa quantità di grano in due sacchi cilindrici sempre di altezza 4 piedi, ma di circonferenza 3 piedi.

Jacques che si intende di calcoli, sguaina la spada e la punta alla gola del mugnaio. Spiegate matematicamente la reazione del moschettiere.

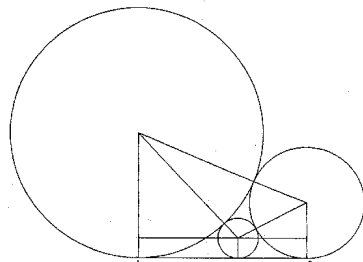
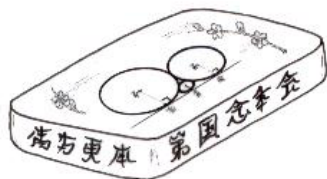
Tratto da Jacques OZANAM (1640 - 1717) autore di una raccolta di giochi matematici.

Esercizio 12 (7 punti) solo per la classe terza

Made in Japan

Questa figura è stata tratta da una tavoletta in legno dipinta nel 1824 nella provincia giapponese di Gumma. Mostra tre cerchi tangenti alla retta AB e tangenti tra loro a due a due.

Dati : $R_1 = 9 \text{ cm}$ $R_2 = 4 \text{ cm}$
Calcolate il raggio del cerchio minore.



Esercizio 13 (10 punti) solo per la classe terza

Che potenza !

Eliana ha trovato con la sua calcolatrice una potenza di 2 000 che scritta in forma decimale ha esattamente 100 cifre. Si domanda, allora, se esista una potenza di 2 000 scritta esattamente con 1 000 cifre.

Scrivete la potenza di 2 000 trovata da Eliana e, poi, rispondete alla sua domanda. Illustrate la vostra risposta.