Traccia di correzione della Competizione
« MATEMATICA SENZA FRONTIERE » 2000

Esercizio1 :
La scacchiera conta normalemente 64 pedine (= 8 × 8) di cui 32 nere e 32 bianche. Tolte due pedine nere, ne restano 30 nere e 32 bianche. Un domino ricopre esattamente due tessere adiacenti di cui una nera e una bianca. Di conseguenza 30 domino possono ricoprire 30 tessere nere e 30 tessere bianche. Le due tessere che restano scoperte sono dunque dello stesso colore : sono bianche.

Exercice 2 :
Si cita una delle possibili soluzioni : si considerano due prezzi 3 876 lire e 11 617 lire ; se li consideriamo convertiti in euro corrispondono rispettivamente a circa 2,0 euro e a 5,9 euro. La somma dei prezzi convertiti è pertanto 7,9 euro. Invece, la somma in lire di 15 493 lire convertita è pari a 8,0 euro.
I due metodi possono dunque portare a dei risultati differenti.. (Il metodo che si applica nella pratica è quello che consiste nel fare la somma dei prezzi preventivamente convertiti.)

Esercizio3 :
Dapprima l'osservatore posizionava la fenditura dell'arco superiore su un certo valore α ; in seguito, strumento in modo che i raggi del Sole arrivassero in A;

simultaneamente puntava l'orizzonte attraverso la fenditura dell'arco inferiore e

rilevava la misura β. **L'altezza del sole sopra l'orizzonte è ottenuta sommando gli angoli α e β.**

Nota : Infatti, l'arco della circonferenza superiore poteva essere graduato con intervalli da 5 a 10 gradi ingrandito in relazione all'aumento del suo raggio ; ciò che produceva per effetto l'aumento del numero di miglioramento della precisione della misura.

Esercizio 5 :

cifra	1	2	3	4	5	6	7
Numero di pixel illuminati	10	14	14	14	17	15	11

Per ogni cifra, il numero è compreso tra entre 10 e 19.
Per un intero a due cifre, il numero di pixel illuminati è dunque compreso tra 20 e 38 ; fra questi interi l'unica soluzione è 29 (29 = 14 + 15).

Numero	20	21	22	23	24	25	26	27	28	**29**	30	31	32	33	34	35	36	37	38
Numero di pixel illuminati	33	24	28	28	28	31	29	25	31	**29**	33	24	28	28	28	31	29	25	31

Un intero avente n cifre si rappresenta con al massimo 19n pixel e questo numero è superiore o uguale a 10^{n-1} ; o per ogni intero $n \geq 3$, $19n < 10^{n-1}$. **29 è dunque l'unica soluzione.**

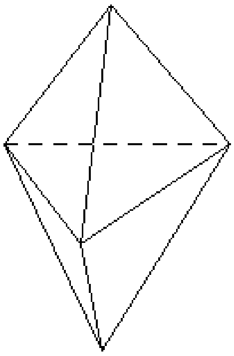
Nota : I numeri della forma "ab"e "ba" sono rappresentati con lo stesso numero di pixel. Si può dunque tralasciare 21 e 31 che corrispondono a 12 et 13 già eliminati. Così come 32 dopo aver eliminato 23.

Exercice 6 :
Un metodo possibile consiste nel creare la lista dei numeri dei soldati disposti nella quinta colonna per ognuna delle due disposizioni.Nel caso in cui i numeri partano da 5 e procedano di 30 in 30 risulta :
5 – 35 – 65 – 95 – 125 – 155 – 185 – 215 – 245 – 275 – 305 – 335 – 365 – 395 – 425 – 455 – 485 – 515 – 545 – 575 – 605 – 635 – 665 – 695 – 725 – 755 – 785 – 815 – 845 – 875 – 905 – 935 – 965.
Nel caso in cui i numeri partano da 5 e procedano di 33 in 33 risulta:
5 – 38 – 71 – 104 – 137 – 170 – 203 – 236 – 269 – 302 –335 – 368 – 401 – 434 – 467 – 500 – 533 – 566 – 599 – 632 – 665 – 698 – 731 – 764 – 797 – 830 – 863 – 896 – 929 –962.
Si constata allora che **Hocus** e **Pocus hanno i numeri 335 e 665** (numeri comuni a due posizioni; 5 si deve escludere perché nessuno dei due si trova in prima linea).
Note :
- Per congruenza, si perviene alla soluzione più velocemente: i numeri usati da Arithméticus sono del tipo 5 + 30k e quelli usati da Calculus sono del tipo 5 + 33k' da cui 5 + 30k = 5 + 33k', per semplificazione si ha 10k = 11k'. Con k = 11, k' = 10 e si ottiene 5 + 30 × 11 = 335. Con k = 22, k' = 20 e si ottiene 5 + 30 × 22 = 665.
- Si può proporre agli studenti bravi una variante di questo esercizi: Hocus, Pocus e Abracadabrus sono nella prima colonna al comando diArithméticus enella settima al comando di Calculus.

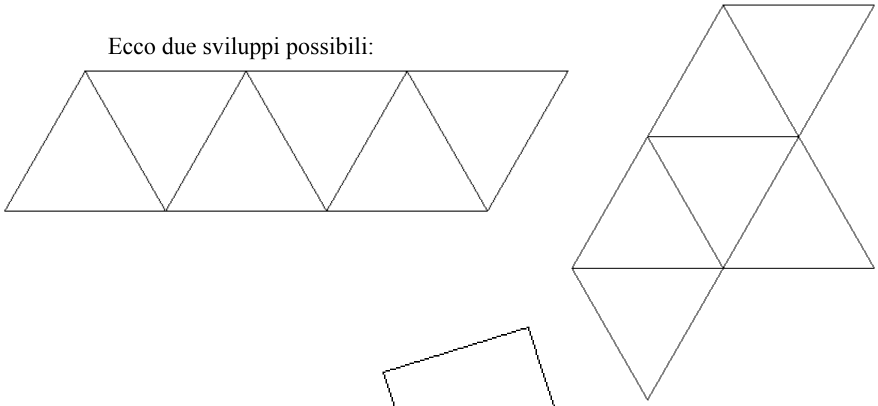
solution de cette variante : n° 271, 601 et 931.

Esercizio 8 :

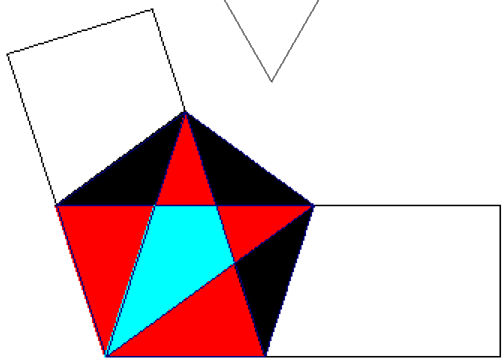
Il poliedro di Piero è un **esaedro non regolare**.



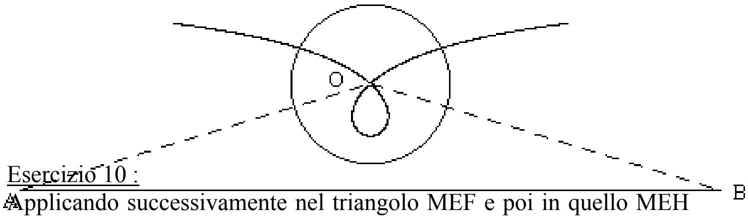
Ecco due sviluppi possibili:



Esercizio 4 :



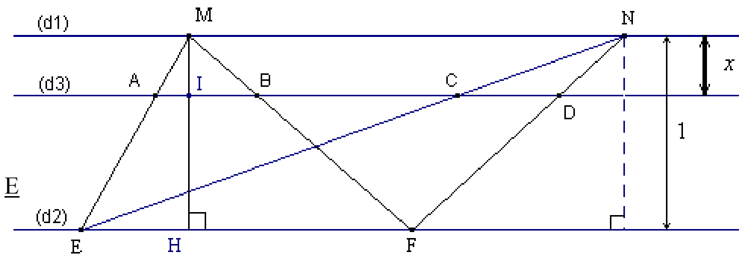
Esercizio 9 :



Esercizio 10 :

Applicando successivamente nel triangolo MEF e poi in quello MEH il teorema di Talete, si ottiene : $\frac{AB}{EF}=\frac{MA}{ME}=\frac{MI}{MH}=\frac{x}{1}=x$.

Considerando l'altezza tracciata da N nel triangolo NEF, si ha : $\frac{CD}{EF}=\frac{ND}{NF}=\frac{x}{1}=x$. De $\frac{AB}{EF}=\frac{CD}{EF}=x$, si deduce **AB = CD**.



Esercizio 11 :

I 23 secondi sono la misura della durata dell'attraversamento della stazione da parte del treno (dall'inizio della locomotiva alla fine dell'ultimo vagone) e anche la misura del tempo impiegato dal treno (dal primo all'ultimo vagone) a percorrere tutto il marciapiede.

Si devono togliere i 6 secondi che corrispondono al tempo di passaggio del treno. Si ha allora 17 secondi per l'attraversamento della stazione che corrisponde al percorso di 340 metri. La velocità del treno è dunque $v = \frac{340\text{ m}}{17\text{ s}} = 20\text{ m/s}$ = **72 km/h**

La lunghezza del treno è $d' = 20 \times 6 =$ **120 m**.

Esercizio 12 :

Chiamiamo *r il raggio e h* la altezza del mucchio di sabbia di forma conica.

Volume di sabbia scavata : $15 \times (\pi \times (2r)^2 - \pi \times r^2) = 15\pi\,(4r^2 - r^2)$
$= 15\pi \times 3r^2 = 45\pi\, r^2$.

Volume del cono : $\frac{\pi r^2 h}{3}$. Questi volumi sono $45\pi\, r^2 = \frac{\pi r^2 h}{3}$.

Quindi $45 = \frac{h}{3}$ e anche $h = 135$ cm. Alberto misura 135 + 15 = 150 cm

Nota : L'altezza del mucchio di sabbia è indipendente dal raggio. Infatti, se il cerchio esterno avesse un raggio diverso dal doppio del cerchiointerno, l'altezza dipenderebbe unicamente dal rapporto dei raggi

Exercice 13 :

AB = e : AC = R – e – (r – e)= R – r. Per il teorema di Talete $\frac{EB}{CD}=\frac{AB}{AC}$

$\frac{EB}{H}=\frac{e}{R-r}$; EB = $\frac{0,5 \times 18}{9-5}$ = 2,25 cm. 18 + 9 × 2,25=**38,25 cm**.