

Matematica Senza Frontiere

Matematica a colori

Premiazioni
17 Maggio 2011

In occasione della premiazione si effettua una gara giocosa di selezione tra le classi con i migliori risultati.

Vi propongo la sintesi della presentazione, tema conduttore di sfondo ai quesiti e una spigolatura di questi.

Italia preunitaria



Questa antica mappa dell'Italia, oltre che per il suo significato storico-politico, è interessante da un punto di vista **matematico** perché fatta di linee, di aree, di zone colorate

Italia preunitaria

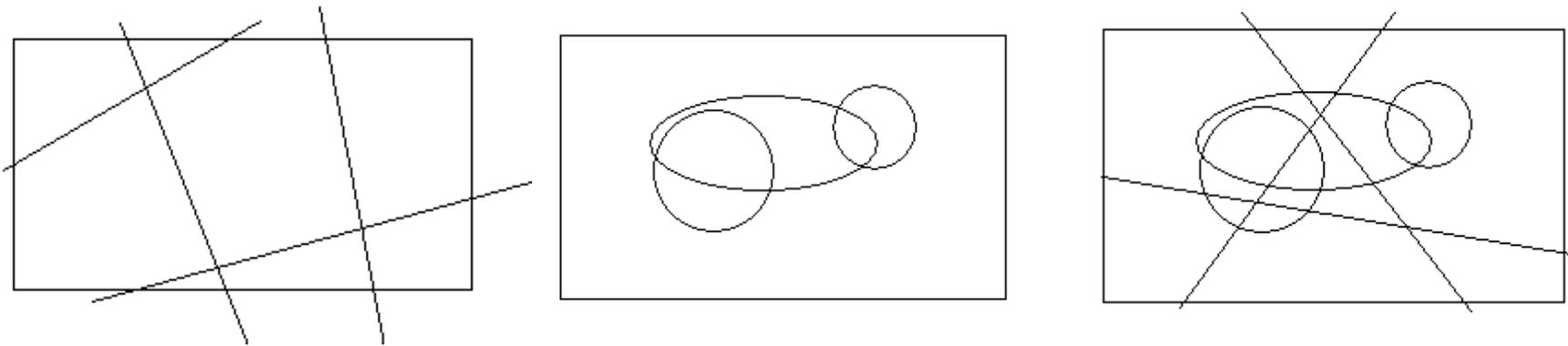


Ci chiediamo: qual è il numero **minimo** di colori **necessari** per colorarla?

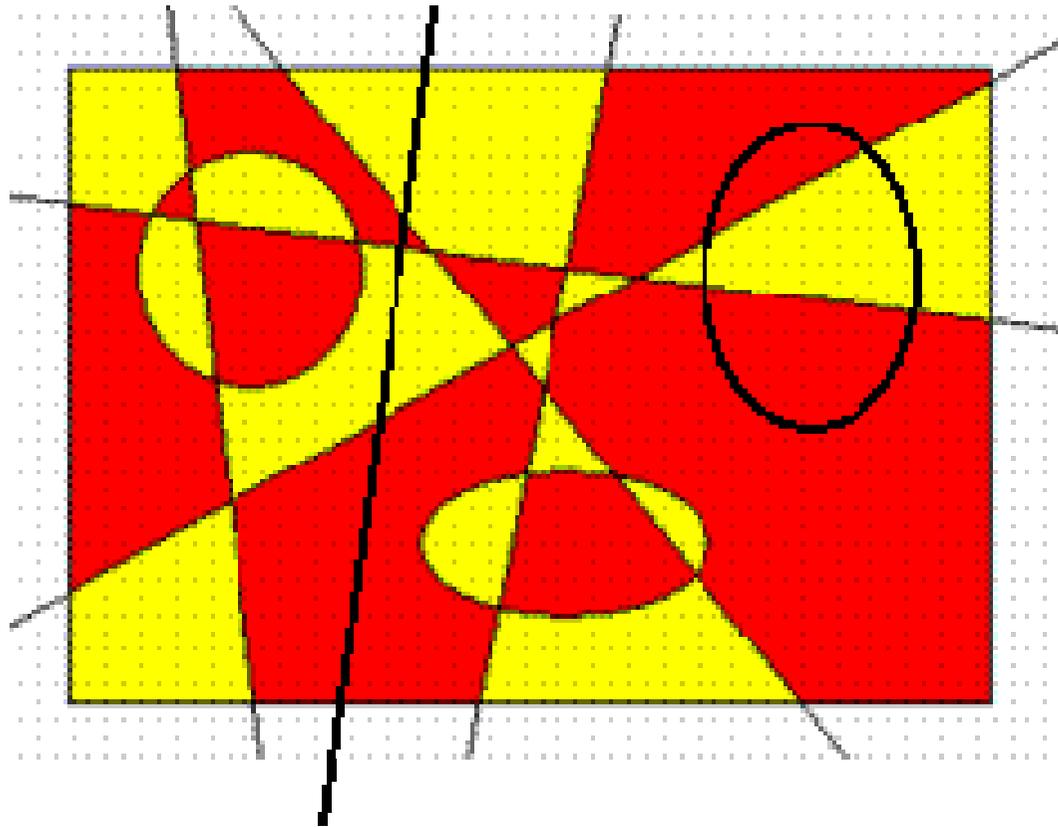
Per capirlo ci facciamo aiutare da altri matematici che prima di noi hanno affrontato il problema

Coloriamo una mappa

Problema: **quando sono sufficienti due colori?**



Già nel 1952 Dynkin – Uspenskii ha presentato sulla rivista *Mathematical discussions*, Mosca, questo teorema:

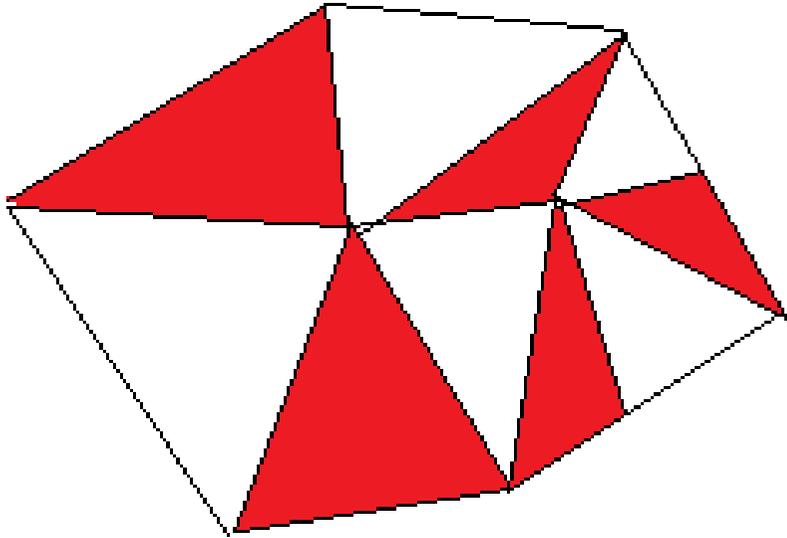


due colori sono sufficienti
per ogni mappa
**tracciata con linee
rette** che ne attraversino
l'intera superficie o **con
linee chiuse semplici**
interamente interne alla
mappa

Teorema dei due colori

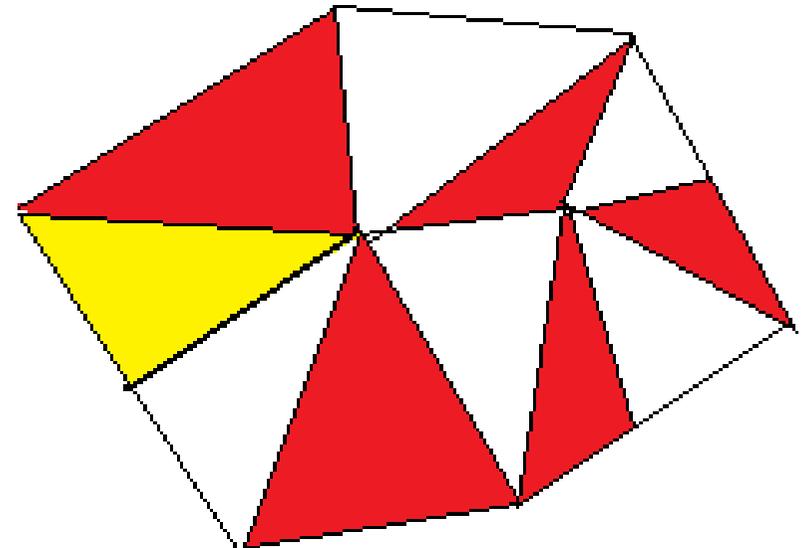
Il teorema vale in generale se si disegnano delle **linee chiuse interamente interne**, meglio se non si intrecciano, ma il teorema si può dimostrare anche se le linee chiuse si intrecciano.

Teorema dei due colori



Le figure in cui il **numero di linee** che convergono in un vertice è **sempre un numero pari** si possono colorare con solo due colori

Se in un vertice **le linee** che si congiungono **sono dispari** allora si deve **aggiungere un colore**



Italia

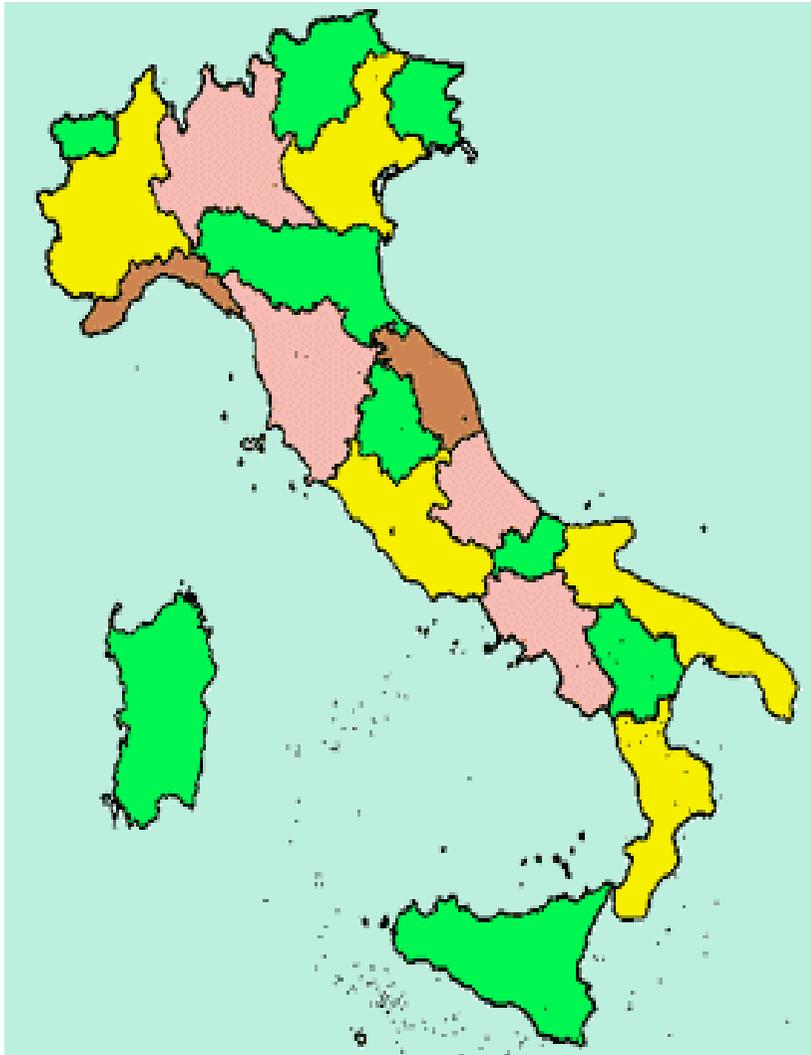


Questa è la mappa della nostra bella Italia, così come si presenta oggi.

Quanti colori sono stati usati?

Ne potevano essere usati in minor numero e quanti come minimo?

Italia



Ci siamo riusciti
usando solo 4 colori.

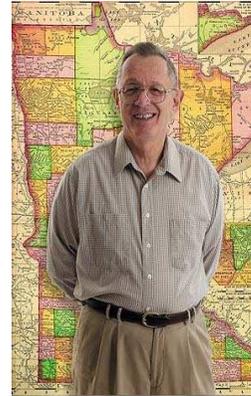
E' una regola generale?

dopo un excursus storico da



De Morgan
1852

a

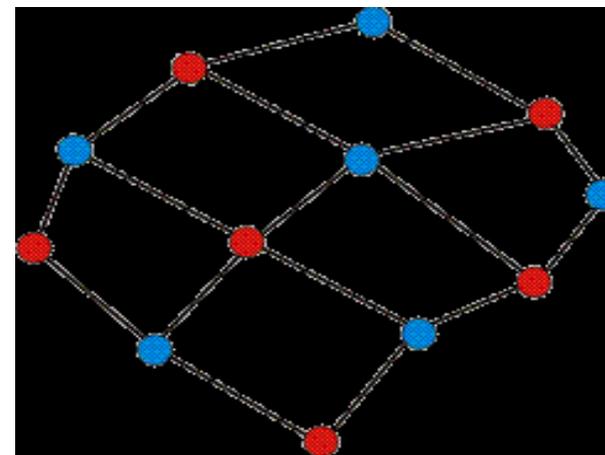
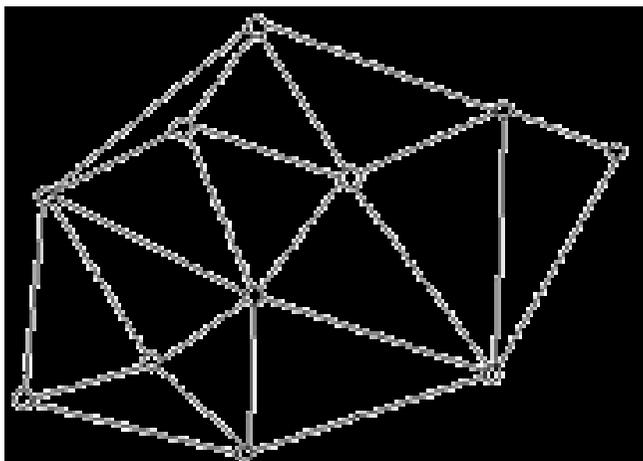
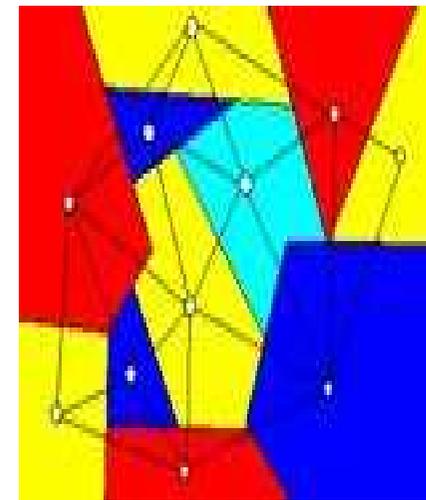
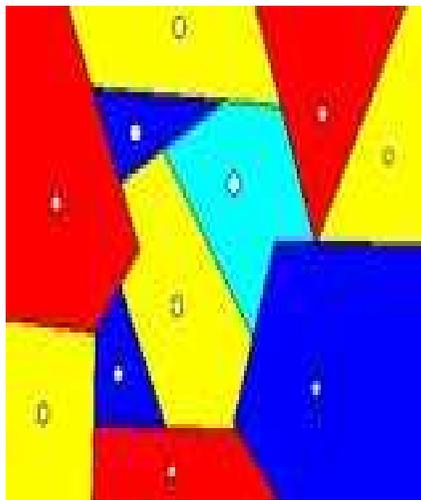
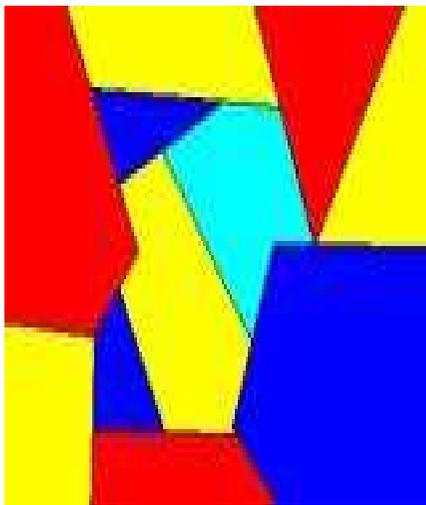


Wolfgang Haken
1976

si è illustrato che le varie configurazioni delle mappe possono venir descritte, attraverso **la teoria dei grafi**, dalla dimensione della configurazione, espressa dal numero di vertici del bordo dell'anello esterno.

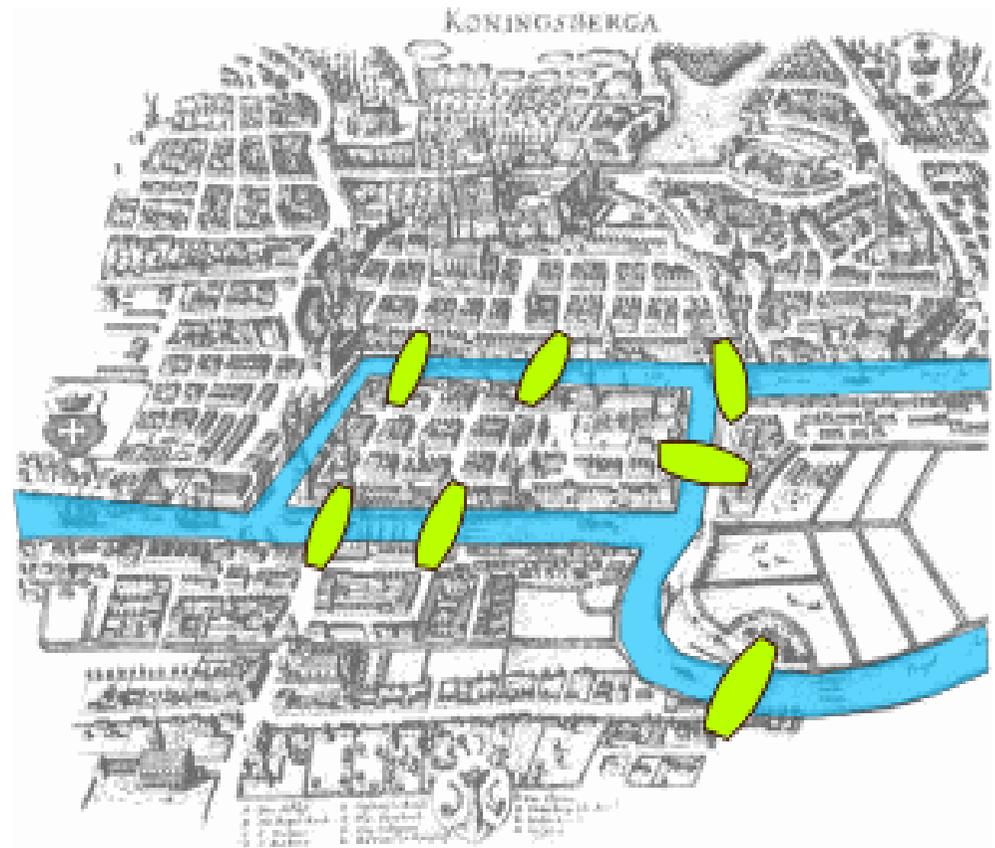
Si è accennato anche al fatto che il rivoluzionario **utilizzo di algoritmi informatici per verificare l'esattezza** della congettura scatenò grandi polemiche sull'affidabilità di questi metodi.

dai 4 colori ai grafi



quindi,abbiamo attraversato metaforicamente i ponti di
Königsberg

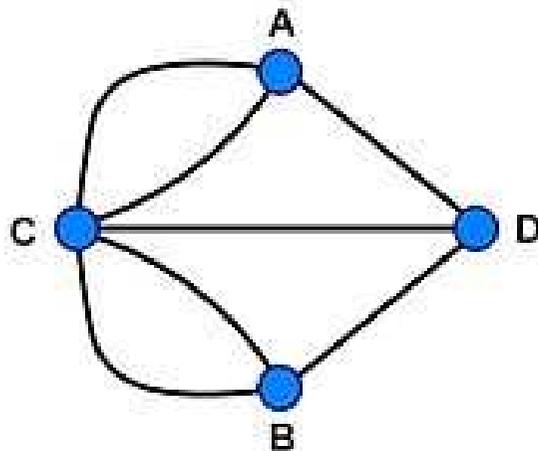
nota per aver proposto un
quesito che solo Eulero
riuscì a risolvere (1732)



Eulero contò il numero di linee (ponti) che si concentrano in ogni punto (terra)

3, 3, 5 e 3 e dimostrò il seguente teorema:

Un qualsiasi grafo è percorribile se e solo se ha tutti i nodi di grado pari, o due di essi sono di grado dispari



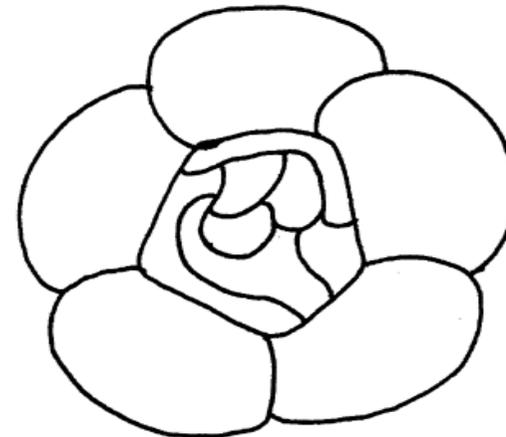
Perché è interessante la teoria dei grafi?

- stabilire la rotta di un veicolo postale in modo da distribuire la posta in maniera efficiente: Chinese Postman's Problem
- problemi di ispezione e manutenzione di sistemi distribuiti: reti elettriche, telefoniche, stradali
- problema dei quattro colori
- testi di circuiti elettronici stampati, allocazione di variabili e registri della CPU, assegnazione di frequenze radio-televisive
- e...IL COMMESO VIAGGIATORE: dato un insieme di città, qual è il percorso più breve che le attraversa tutte una sola volta ?

spigolatura di quesiti proposti

Mappe e colori

Colorate le due mappe

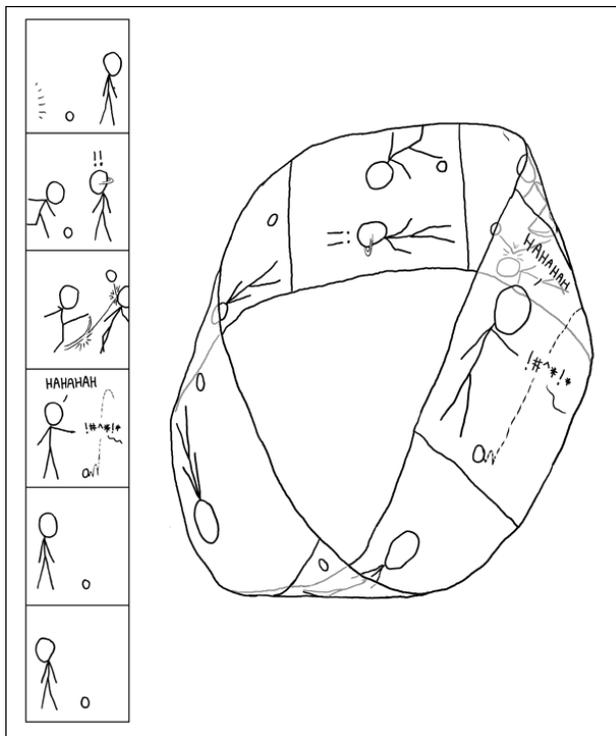


rispettivamente con 3 e 4 colori.

Una storia che si ripete

Guardate la figura, la potete ottenere incollando opportunamente un nastro di carta.

Dovete scrivere le strofe della filastrocca sul nastro in modo che rappresentino una storia che si possa leggere all'infinito.



*C'era una volta un re
seduto sul sofà
che disse alla sua serva
"Raccontami una storia."
E la serva incominciò.
C'era una volta un re
seduto sul canapè
che disse alla sua serva
"Raccontami una storia."
E la serva incominciò...*

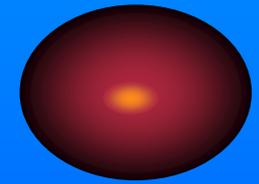
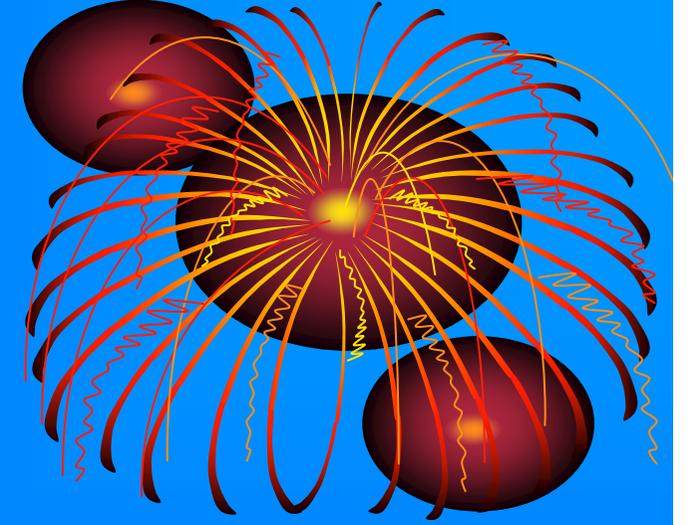
L'occasione della preparazione della premiazione è stata
opportuna per conoscere il lavoro della collega Angela
Aquilino effettuato nella sua scuola
all'interno del Progetto Matematica e realtà

Liceo Scientifico A. Romita



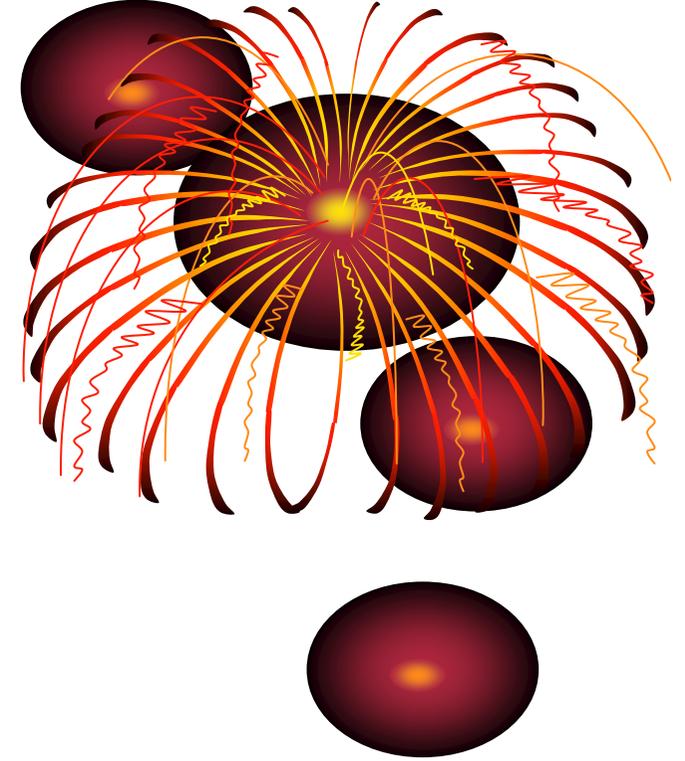
Classi 2^e

A.S. 2006/07



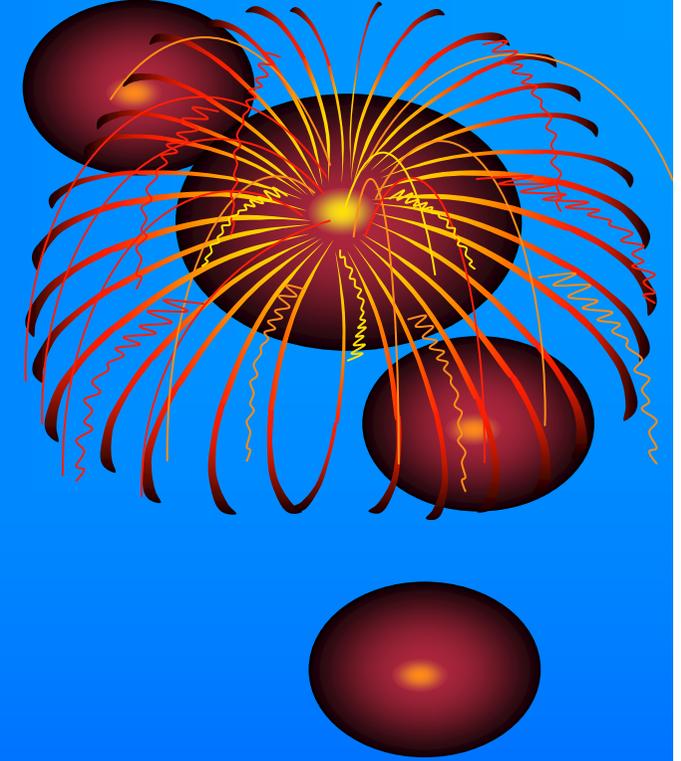
Coloriamo la cartina dell'Africa con il minor numero di colori in maniera tale che due Stati confinanti abbiano colori diversi.

La scelta dell'Africa è stata motivata dall'attività di beneficenza realizzata con vendita di oggetti prodotti dagli alunni della scuola e finalizzata ad una raccolta di fondi per consentire a due studenti di Gorè (Ciad) di proseguire gli studi universitari.

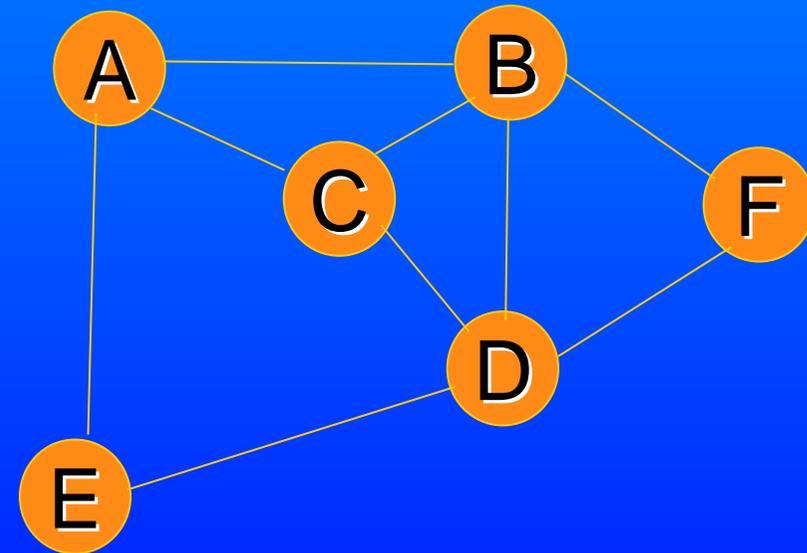


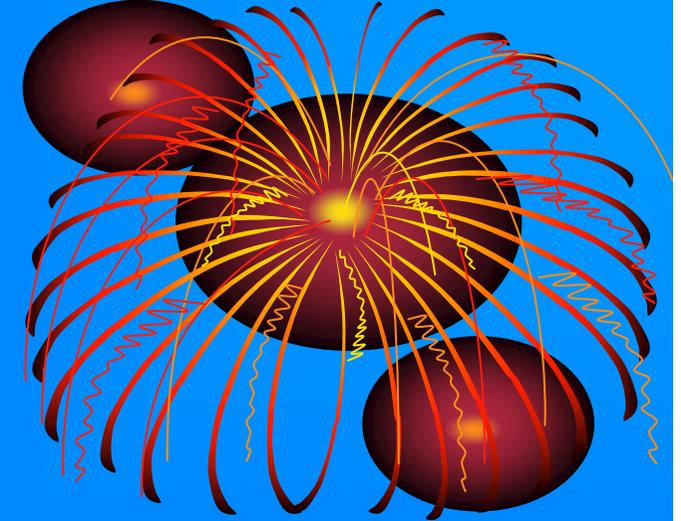
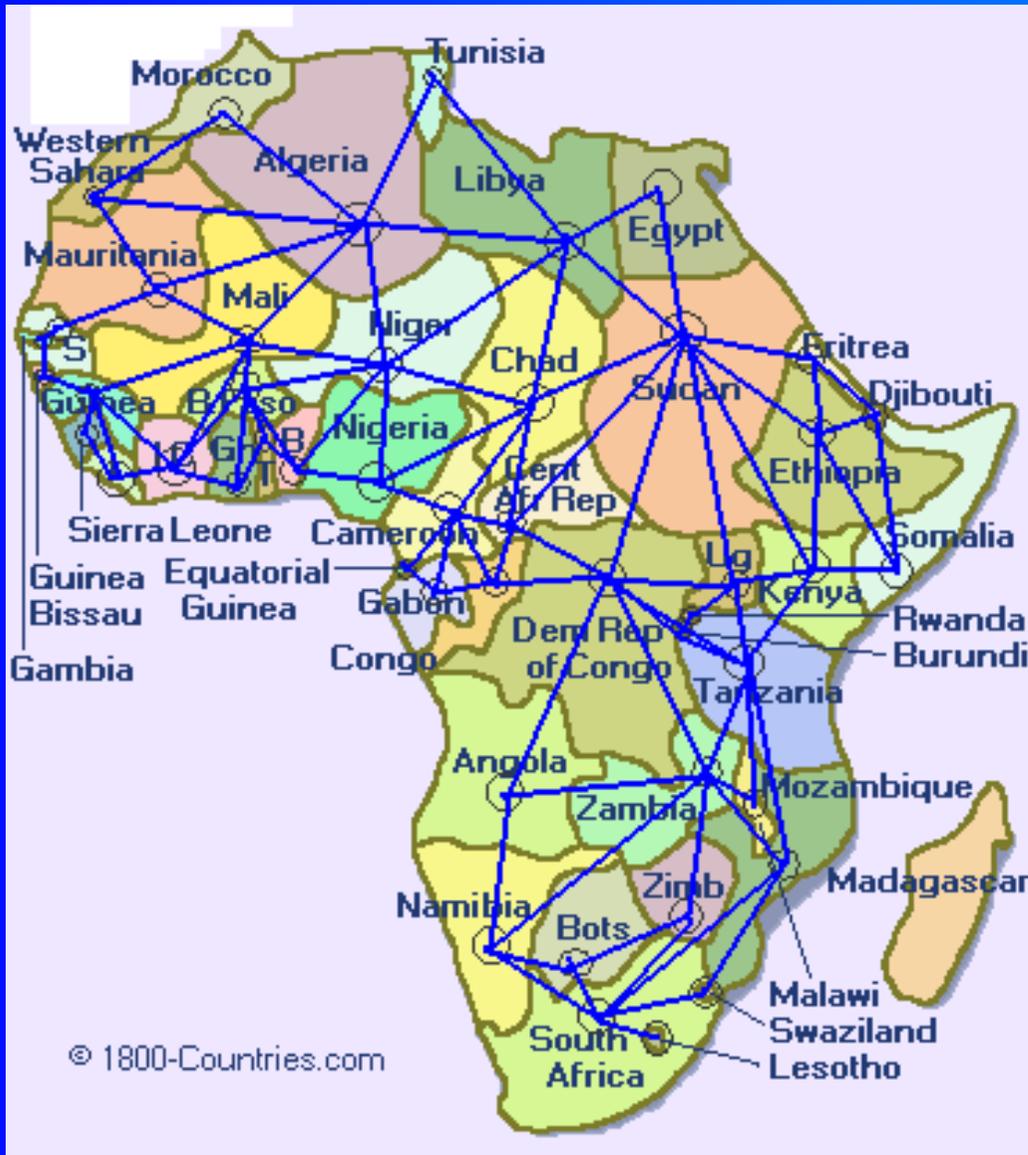
Possiamo anche rappresentare il grafo con la matrice booleana ad esso equivalente.

Nella matrice booleana i nodi del grafo contrassegnano le righe e le colonne: nella casella (x, y) compare 1 se il nodo x è collegato al nodo y , 0 altrimenti



	A	B	C	D	E	F
A	0	1	1	0	1	0
B	1	0	1	1	0	1
C	1	1	0	1	0	0
D	0	1	1	0	1	1
E	1	0	0	1	0	0
F	0	1	0	1	0	0





*Grafo sulla
cartina
dell'Africa*



Confini Africani

	marocco	algeria	tunisia	libia	egitto	sahara	mauritania	mali	niger	chad	nigeria	benin	togo	burchinafaso	costa d'avorio	iberia	sierra leone	ghana	guinea	abisau	senegal	camerun
marocco	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
algeria	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
tunisia	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
libia	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
egitto	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
sahara	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
mauritania	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
mali	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0
Niger	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
chad	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
nigeria	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
benin	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
togo	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0
burchinafaso	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0
costa d'avorio	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0



Soluzione

*Dall'analisi
del grafo e
della matrice
booleana
risultano
necessari
almeno 4
colori.*

