Mathématiques du jeu et Jeu des mathématiques: des images d’hier aux idées d’aujourd’hui

Ferdinando Arzarello
Dipt. Matematica
Università di Torino

vent'anni vent'anni vent'anni vent'an

"[…] Il n'y a pas trop de différence entre le plaisir qu'un dilettante éprouve dans la solution d'un casse-tête ingénieux et le plaisir du mathématicien qui domine un problème plus difficile encore. Les deux semblent contempler la pure beauté, l'ordre certain, défini, mystérieux marquant toutes les structures. "

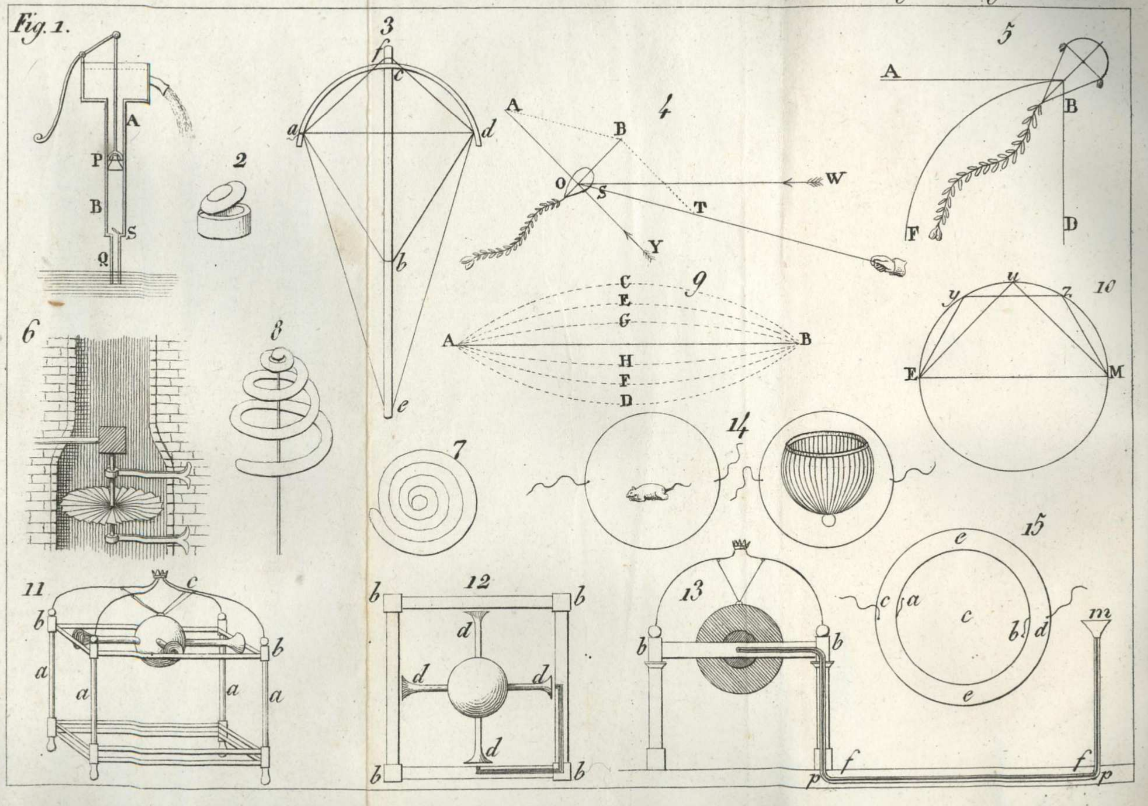
(M. Gardner, *Enigmi e Giochi Matematici*).

Aujourd’hui nous allons considérer quelques exemples qui, tout en tenant compte des matériels exposés au *Museo della Scuola e del libro per l’infanzia* , nous permettront de nous acheminer dans le jeu en tant que source de problèmes mathématiques intéressants et objet d’étude.

Cet itinéraire nous permettra d’entrer dans un nouveau secteur des mathématiques qui est étroitement lié aux sciences économiques.


Pompeo Vagliani
Direttore del Museo della Scuola
e del Libro per l'Infanzia


SRDCE
THE HEART OF BOYHOOD



LA SCIENZA

INSEGNATA

COL MEZZO DE' GIUOCHI

OSSIA

RAGIONE SCIENTIFICA

DI MOLTI GIUOCHI GENERALMENTE USATI

OPERETTA

Istruttiva e dilettevole di un Inglese professore di Matematica, la quale può meritare l' attenzione di ogni classe d' uomini e favorire la buona educazione de' ragazzi.

PRIMA TRADUZIONE ITALIANA

DI GIUSEPPE BELLONI

ANTICO MILITARE ITALIANO.

CON RAMI.

VOL. SECONDO.

MILANO

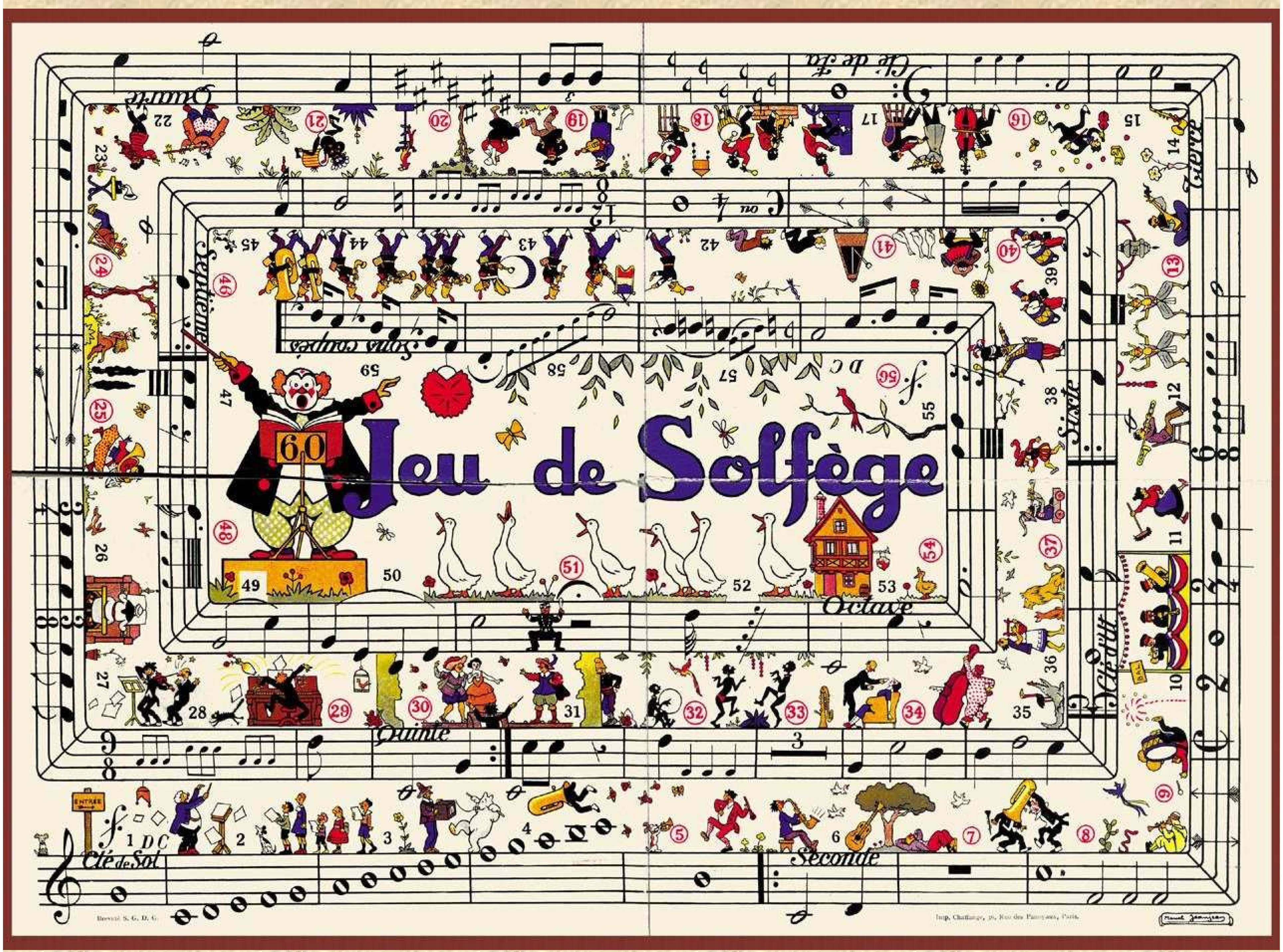
PRESSO L' EDITORE LORENZO SONZOGNO

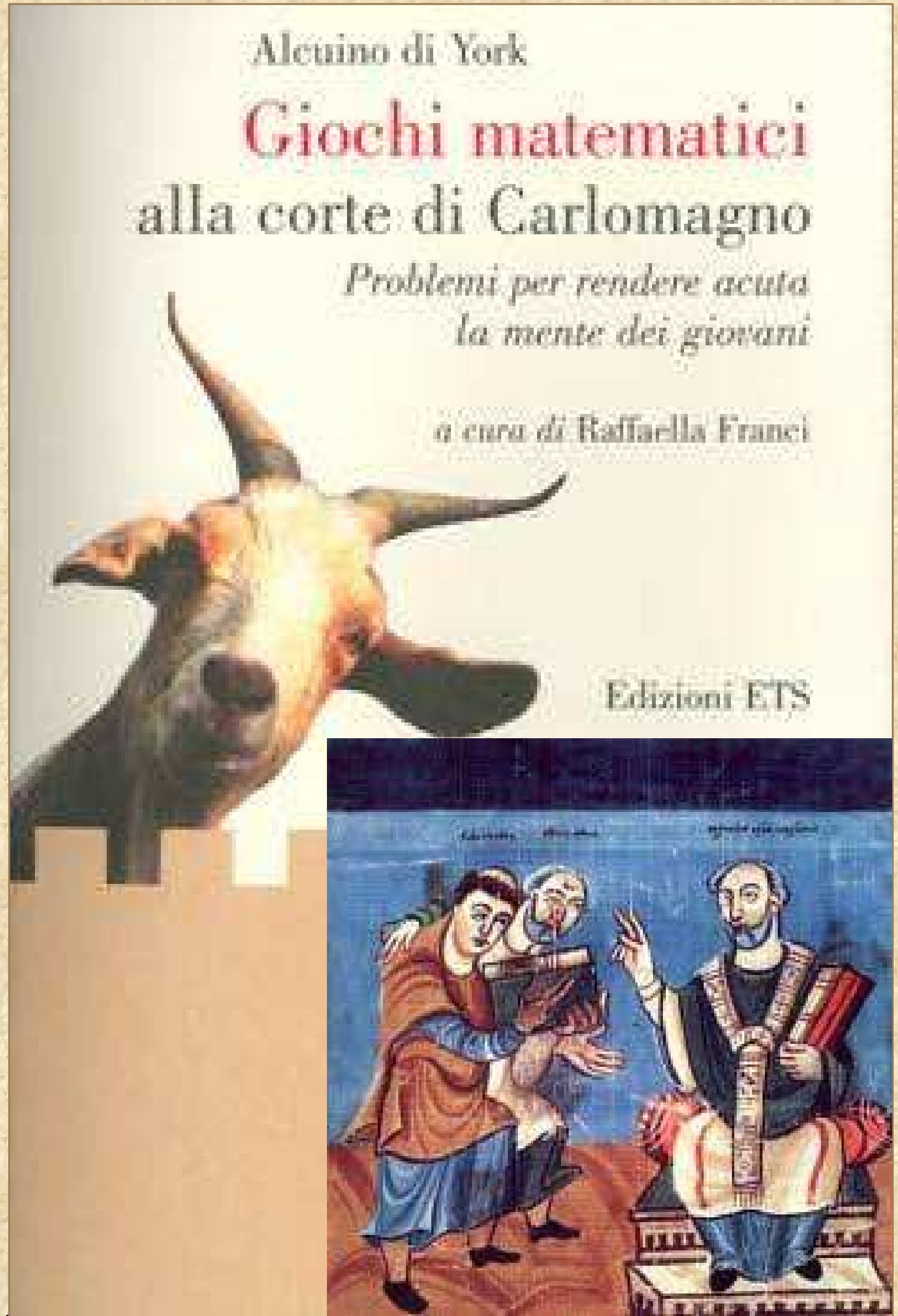
Libraio sulla Corsia de' Servi n. 602.

1832.

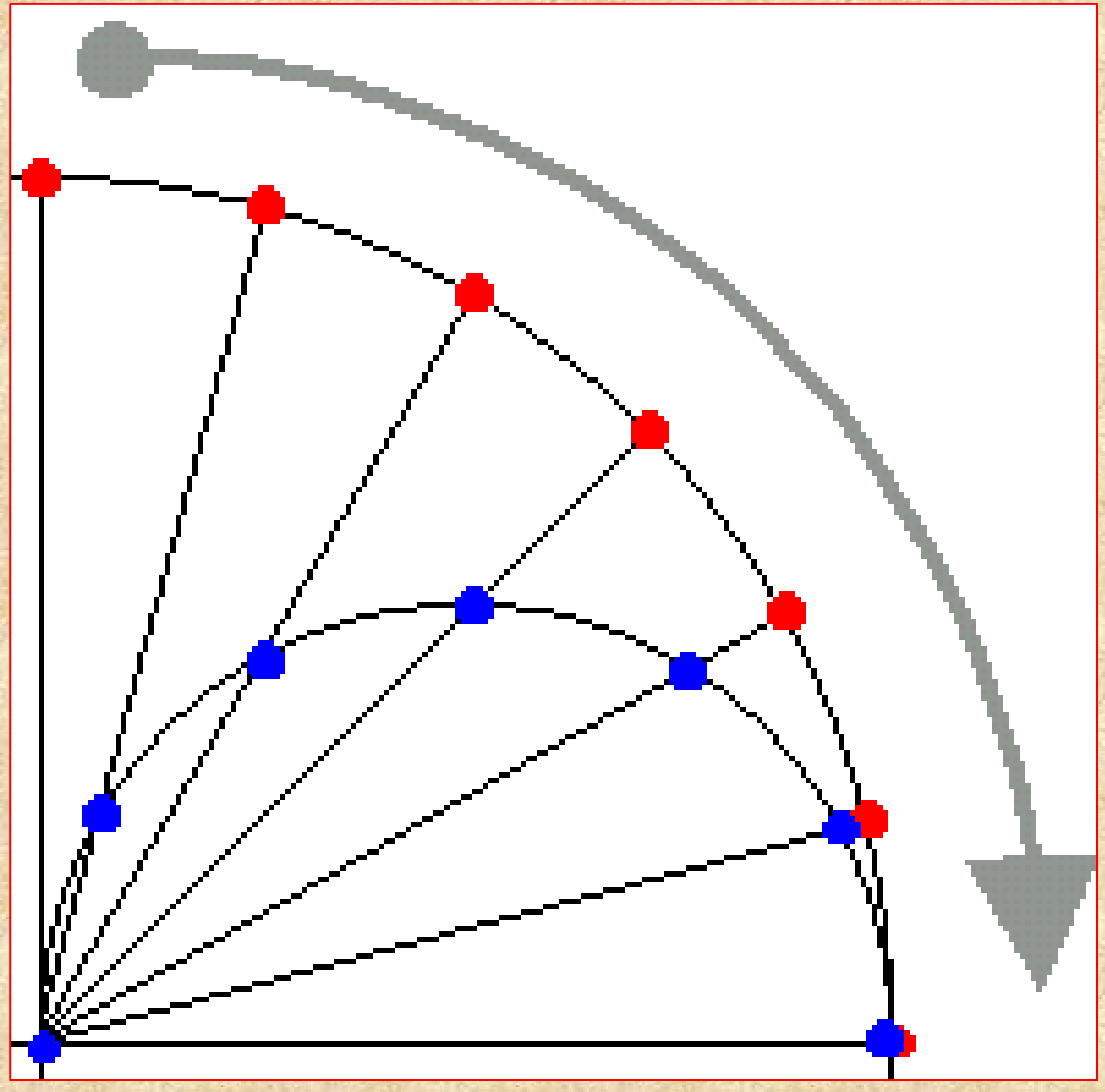
Sommaire

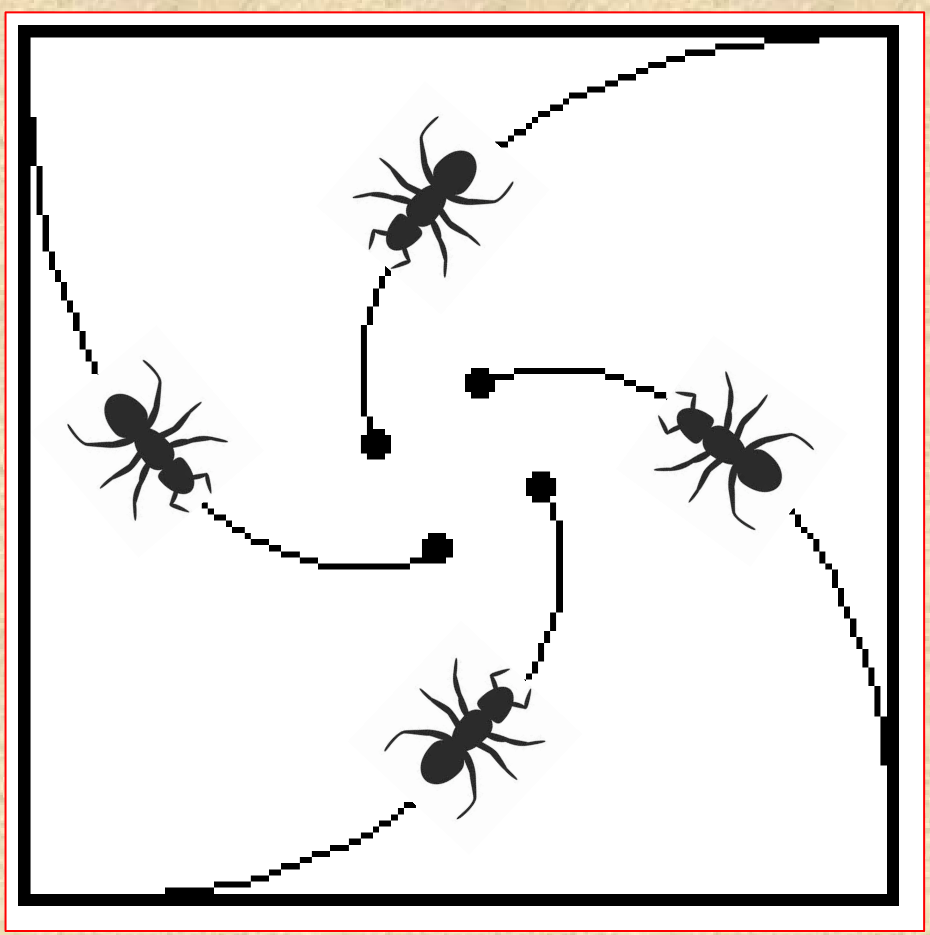
1) Jeux de parcours
2) Echiquier : quelle passion !
3) La théorie des jeux
4) En guise de conclusion

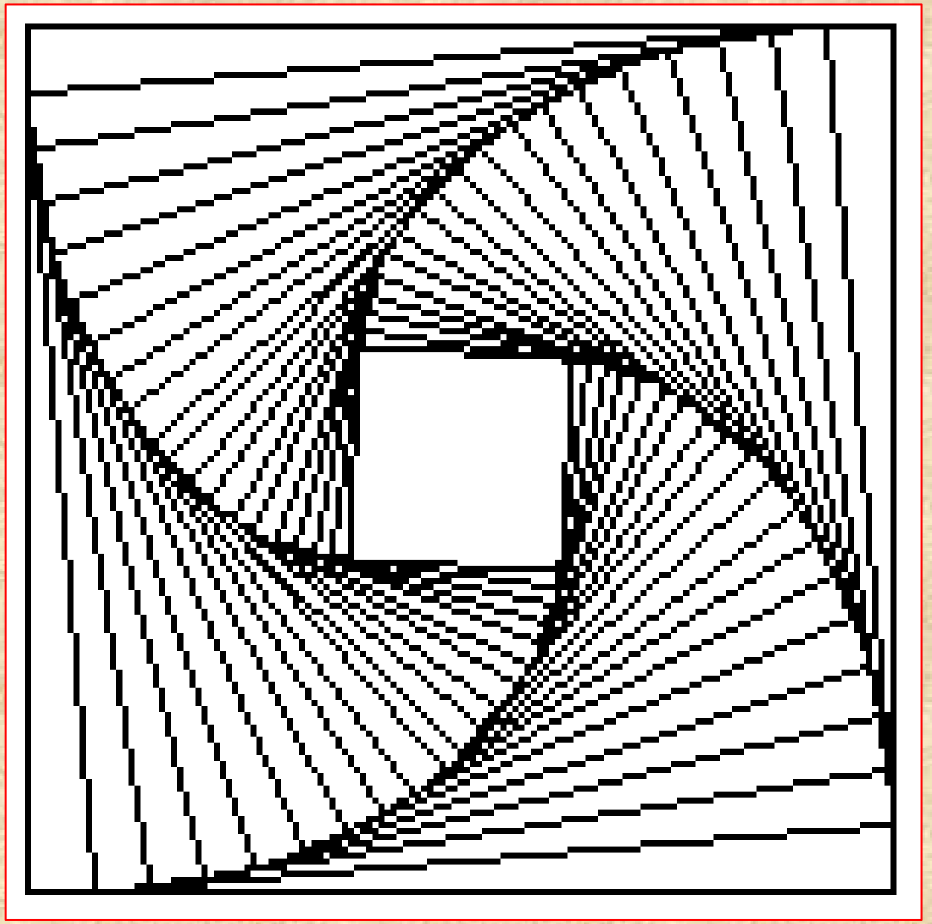

Jeu de Solfège
Clé de Sol
Seconde
Quinte
Octave
Sixte
Septième
Quarte
Tierce
Clé de fa
Clé d'ut
Sons coupés
ENTRÉE
D C
C ou 4


Alcuino di York
Giochi matematici
alla corte di Carlomagno
Problemi per rendere acuta
la mente dei giovani
a cura di Raffaella Franci
Edizioni ETS

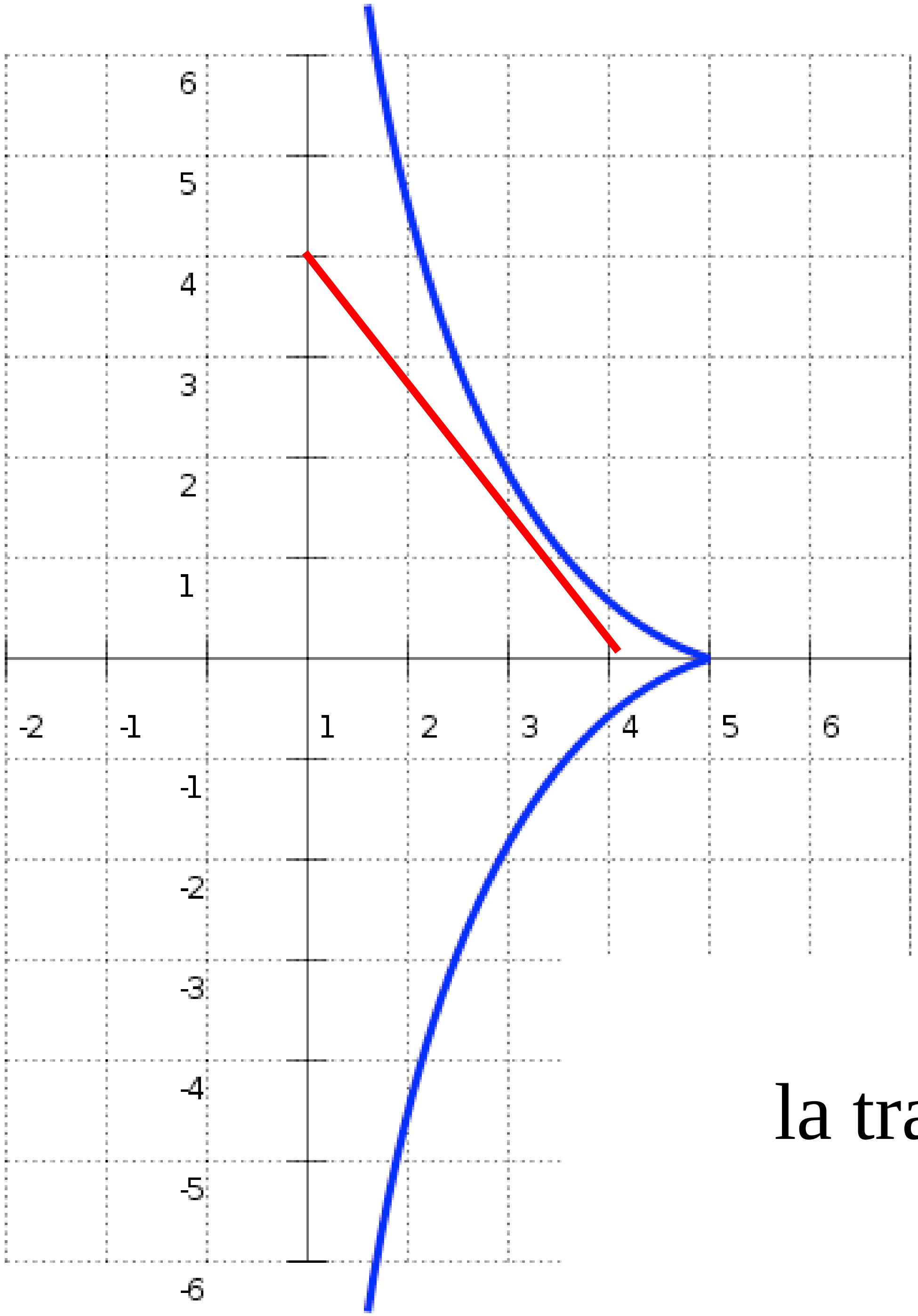
Un chien et un canard se trouvent dans un étang circulaire avec un rayon de 40 m et nagent à la même vitesse.
Le canard est près de la rive et nage en suivant la circonférence.
Le chien part du centre et nage de façon à aller toujours vers le canard.
De cette façon les deux animaux se trouvent toujours le long d'un même rayon.
Pour combien de mètres le chien devra nager avant de rejoindre le canard ?







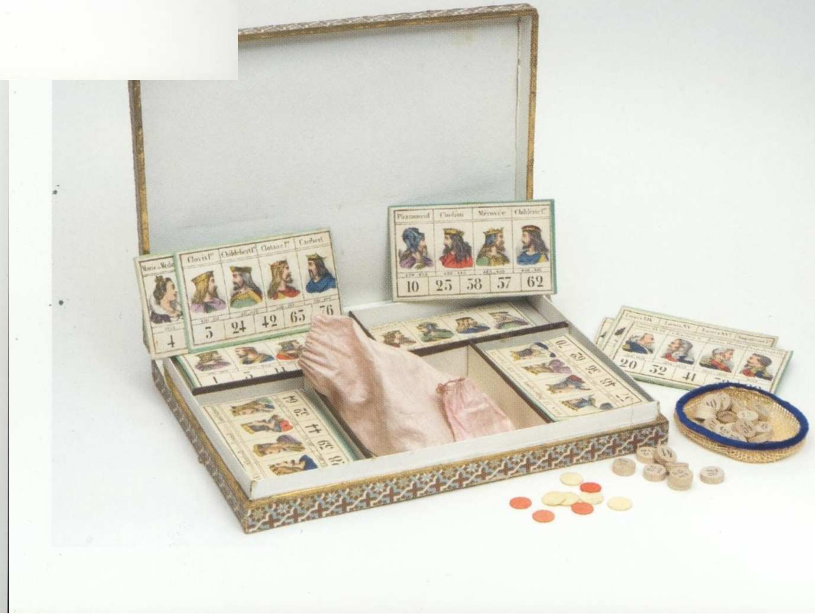
Quatre petites fourmis partent des quatre coins d’un carré qui fait 6 mètres de chaque côté. Chaque fourmi va vers sa consœur à sa droite, tout en bougeant vers le centre à une vitesse constante de 1cm/s.



Une courbe de poursuite:
la tractrice (Perrault, Newton, Huygens)


TOUS LES ENFANTS MUSICIENS
NOUVEAU LOTO MUSICAL
CLÉ DE SOL
CLÉ DE FA


UGO PASQUINELLI
A B C
DEL
GIOCO DEGLI SCACCHI
LA TECNICA DEL GIOCO
LO SPIRITO DEL GIOCO
NOZIONI SUL PROBLEMA SCACCHISTICO
TERZA EDIZIONE RIFATTA
1935-XIII, in-16, di XII-283 pagine, legato Lire 12
Editore • ULRICO HOEPLI • Milano


10 25 58 57 62
5 24 42 65 76
20 52 41

«Tout pays civilisé compte un grand nombre de passionnée au jeu des échecs. Ce sont des personnes qui savent apprécier la beauté du jeu ou d'un problème. Ben, il faut dire qu'un problème d'échecs n'est rien d'autre qu'un exercice de mathématiques pures.

[…]

Les problèmes des échecs sont les hymnes populaires des mathématiques.»

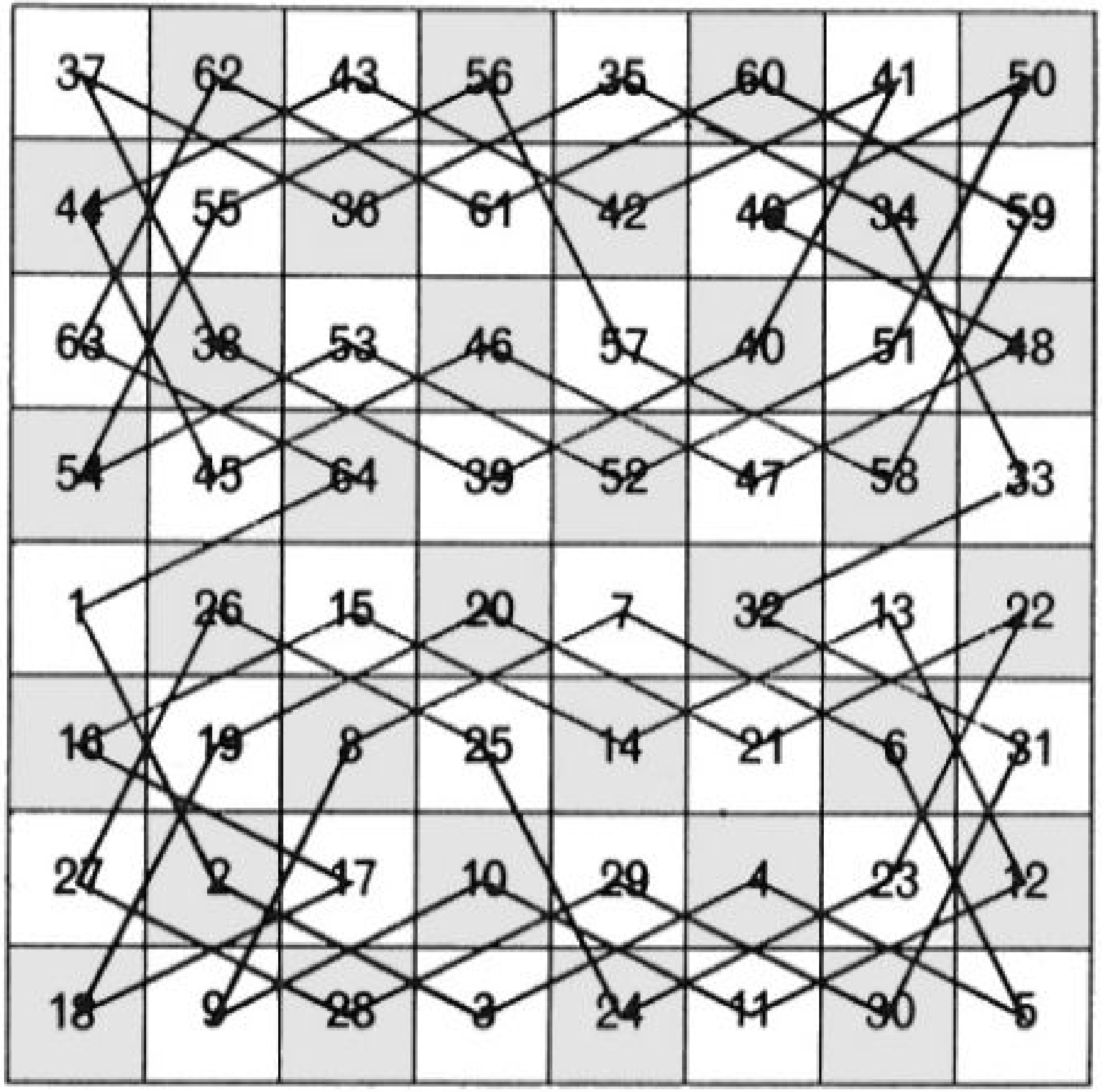
(G. Hardy, Apologia di un Matematico)

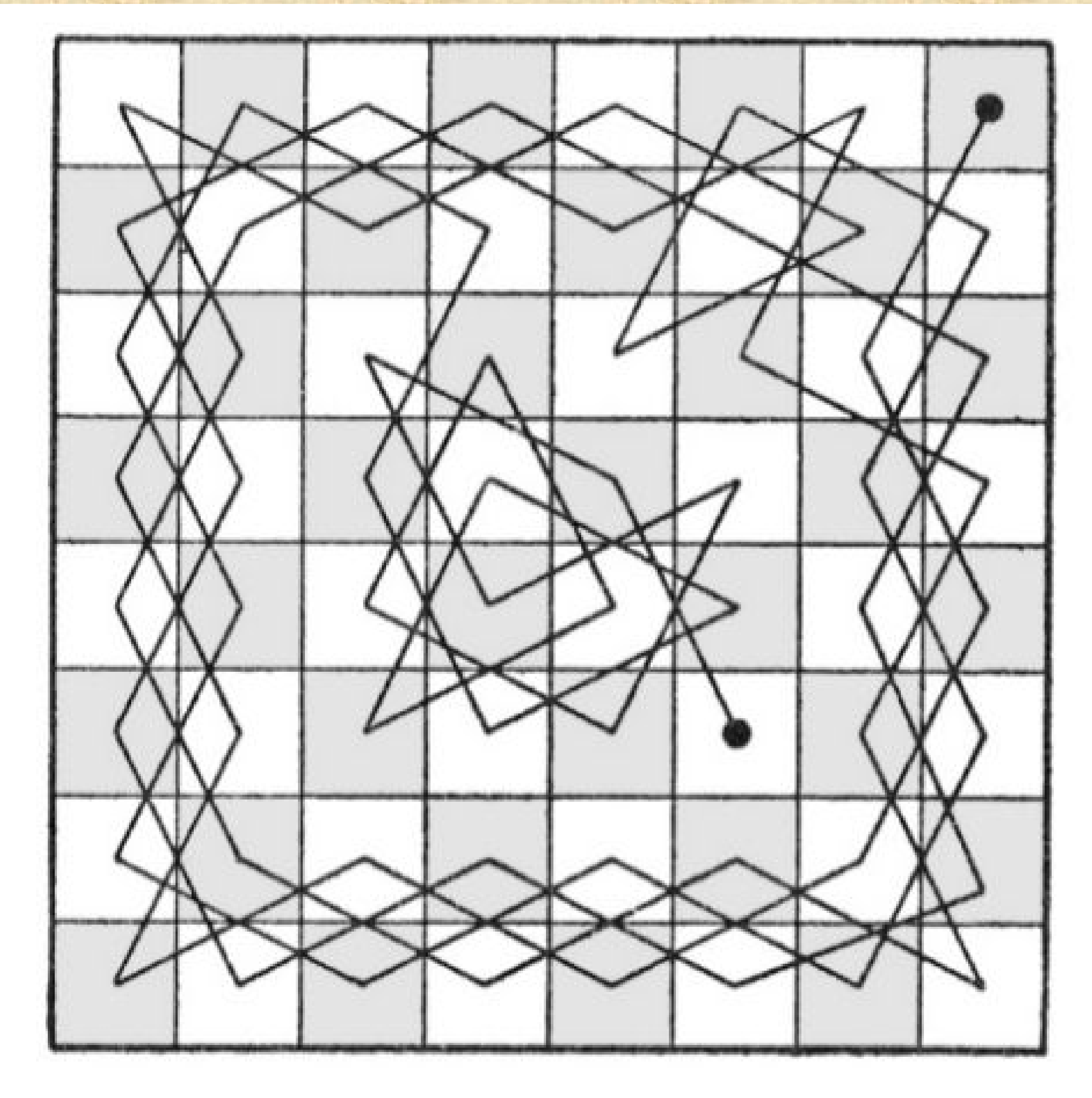
2							
		3					
10	1						
		9	4				
	5						
			8				
6							
		7					

Von Janisch, 1863

Le tour du cheval

2	11						15
		3	12		14		
10	1				29	16	
		9	4	13			
	5	24				28	17
23			8	25	20		
6			21			18	27
	22	7		19	26		

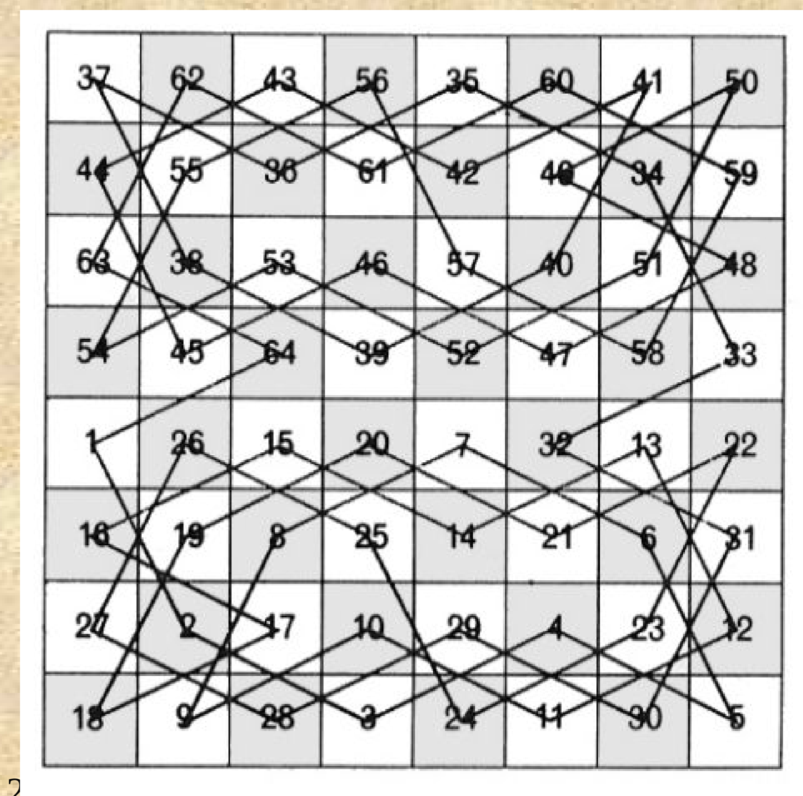

37 62 43 56 35 60 41 50
44 55 36 61 42 49 34 59
63 38 53 46 57 40 51 48
54 45 64 39 52 47 58 33
1 26 15 20 7 32 13 22
16 19 8 25 14 21 6 31
27 2 17 10 29 4 23 12
18 9 28 3 24 11 30 5

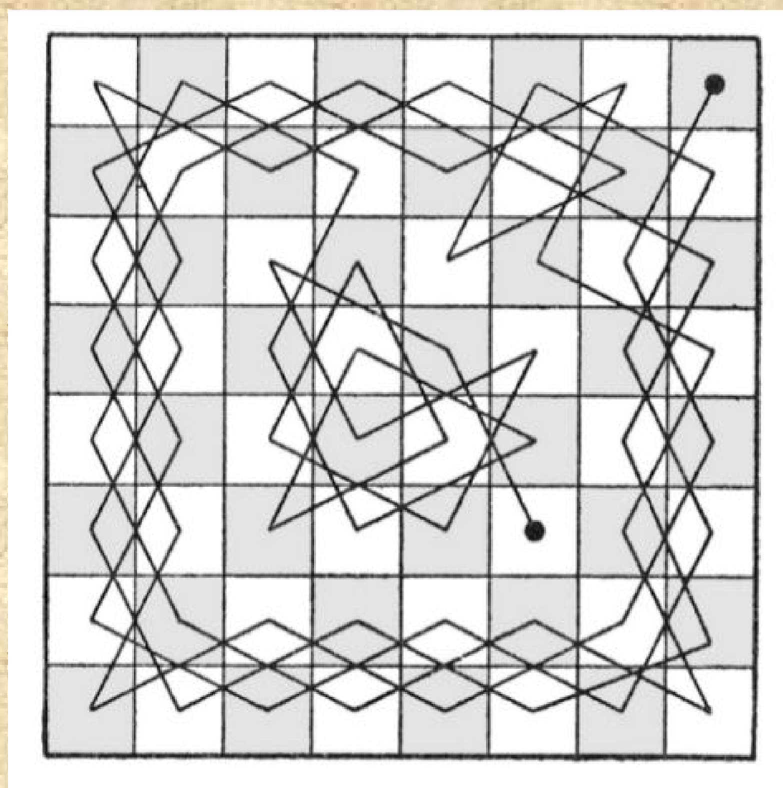



ISTRUZIONE
ATLANTE GEOGRAFICO
GIUOCO DI PAZIENZA
G. B. PARAVIA E COMP.
TORINO-ROMA-MILANO-FIRENZE-NAPOLI

OCHETTE OVIDE"
FIN

Le nombre de solutions possible est quelque peu inférieur aux combinaisons de 168 objets pris de 63 en 63, qui est de l’ordre de grandeur de 10^47.





Le carré construit avec le cheval est presque magique

2	11	58	51	30	39	54	15
59	50	3	12	53	14	31	38
10	1	52	57	40	29	16	55
49	60	9	4	13	56	37	32
64	5	24	45	36	41	28	17
23	48	61	8	25	20	33	42
6	63	46	21	44	35	18	27
47	22	7	62	19	26	43	34

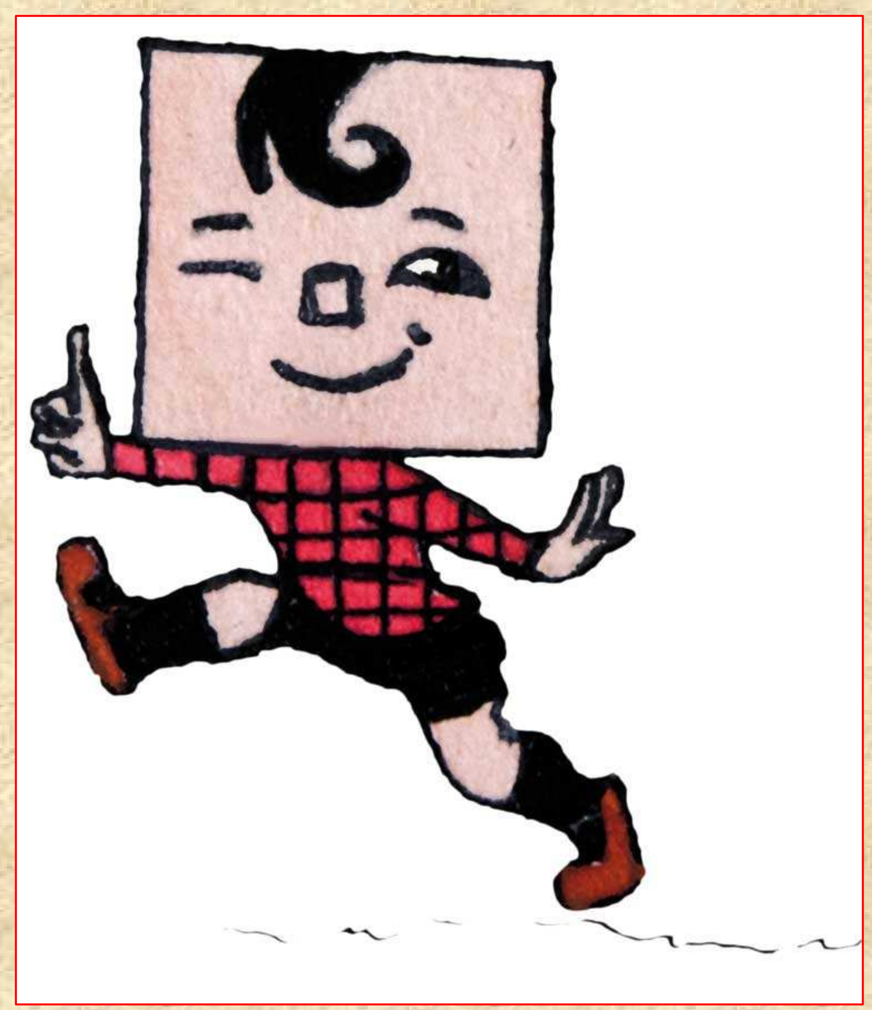
LA SOMMA E' 260

Un carré est magique quand la somme des nombres de chaque ligne (horizontale, verticale et dans les deux diagonales principales) est toujours la même. Elle correspond à la constante magique n(n2+1)/2 avec n l’ordre du carré considéré.

Albrecht Dürer

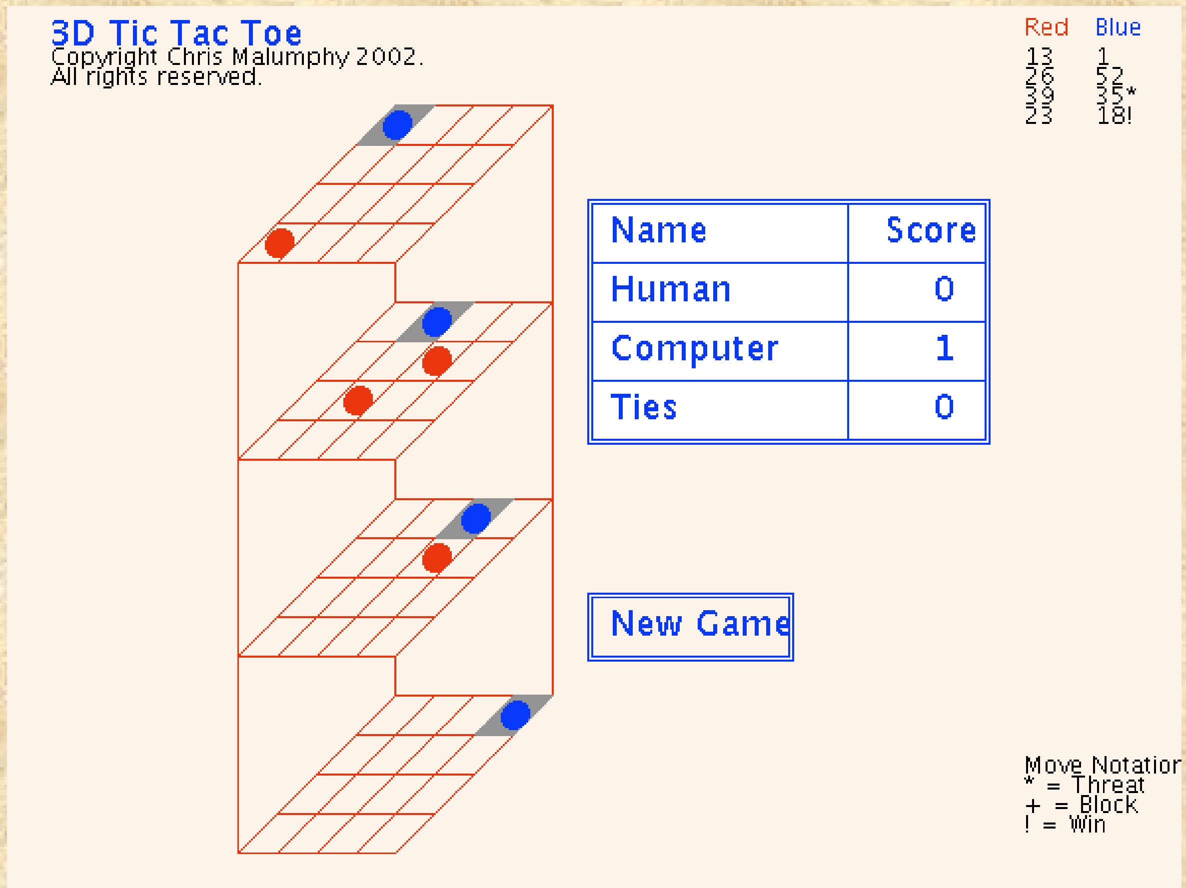
1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	3	2	16

Melancolia



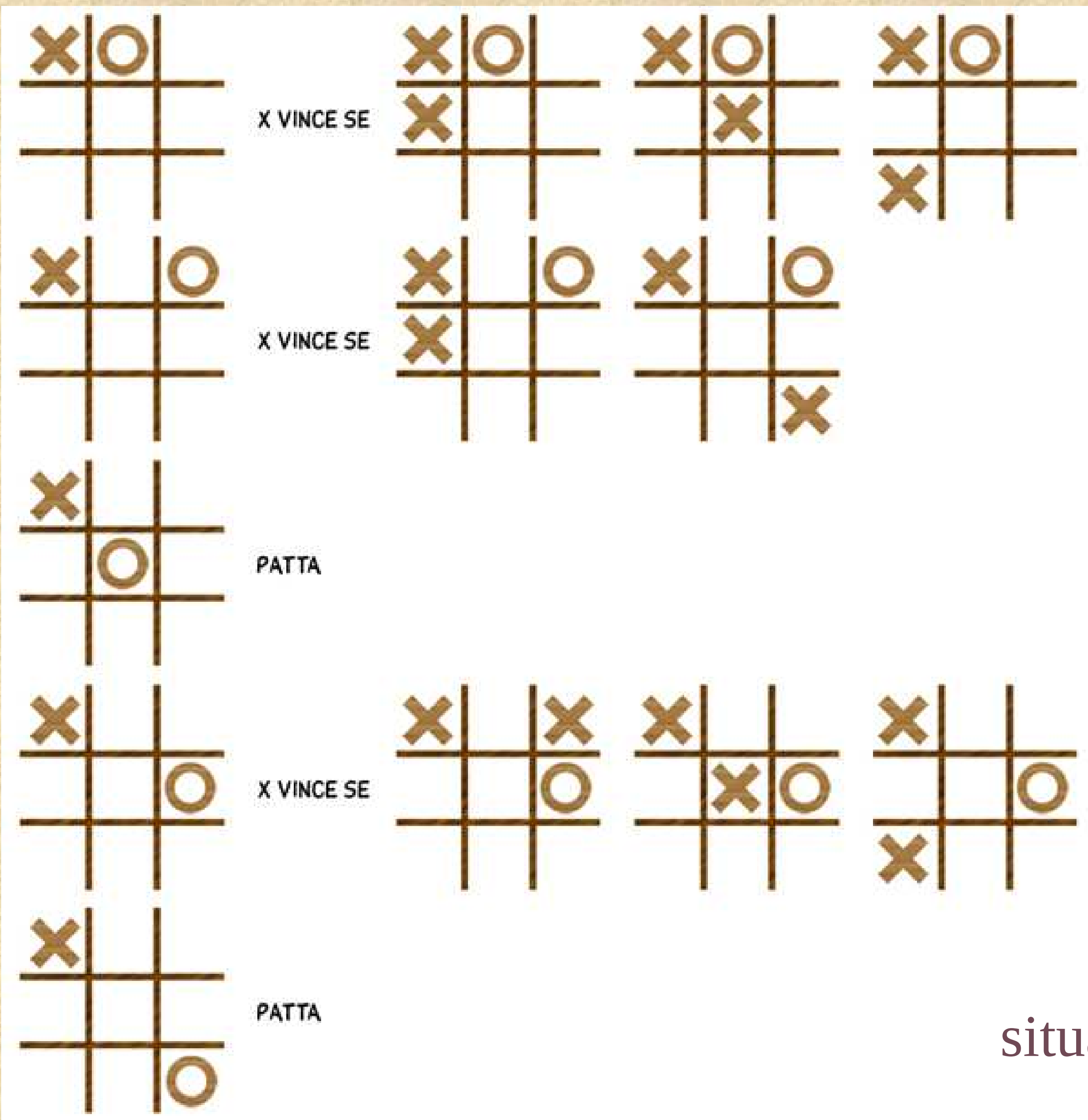
Numeretta e Quadratino

Tris



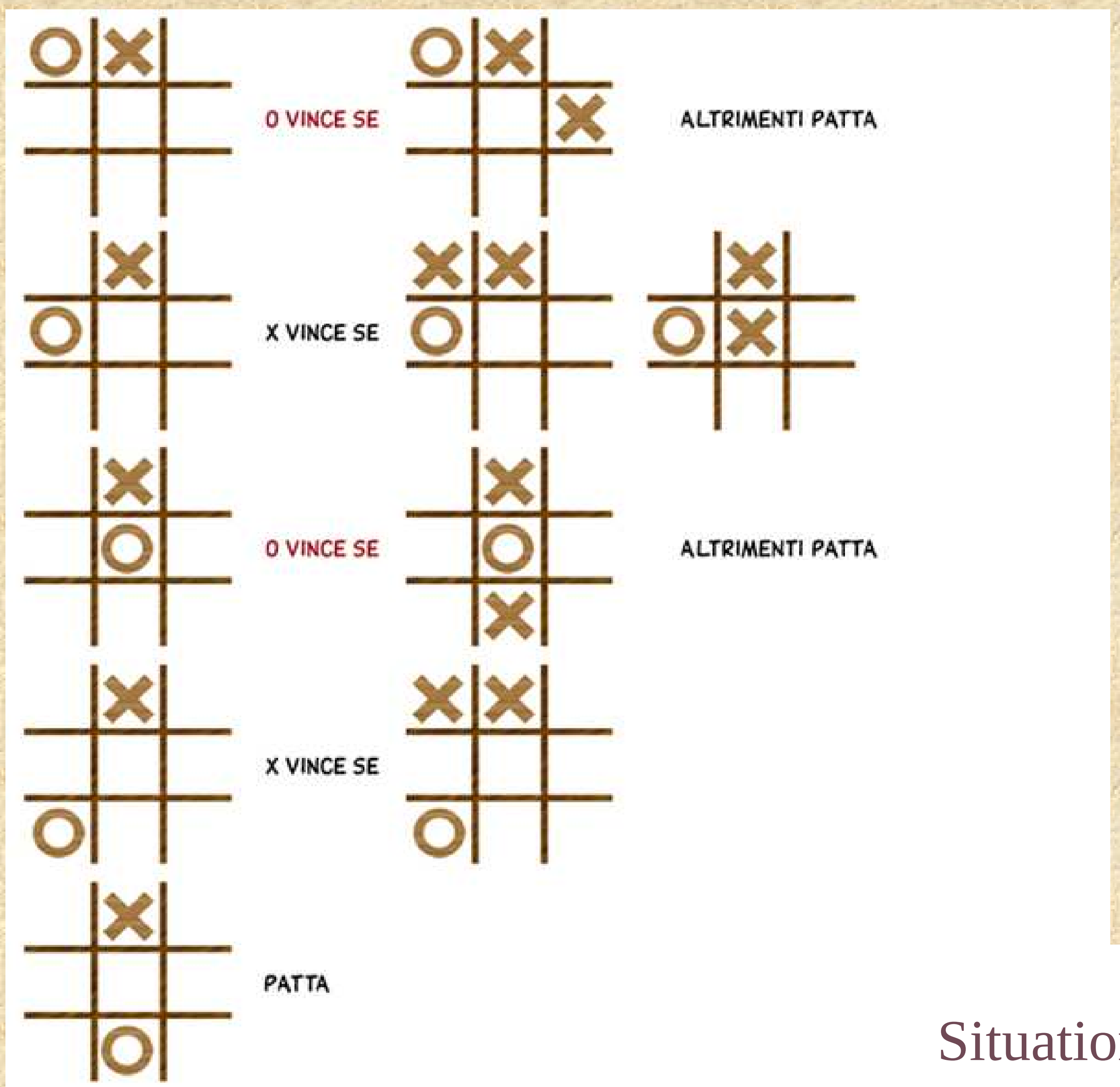
3D Tic Tac Toe
Copyright Chris Malumphy 2002.
All rights reserved.
Red Blue
13 1
26 52
39 35*
23 18!
Name Score
Human 0
Computer 1
Ties 0
New Game
Move Notation
* = Threat
+ = Block
! = Win

Les trois cas possibles



situation 1

Situation 2


O VINCE SE
ALTRIMENTI PATTA
X VINCE SE
O VINCE SE
ALTRIMENTI PATTA
X VINCE SE
PATTA

Situation 3

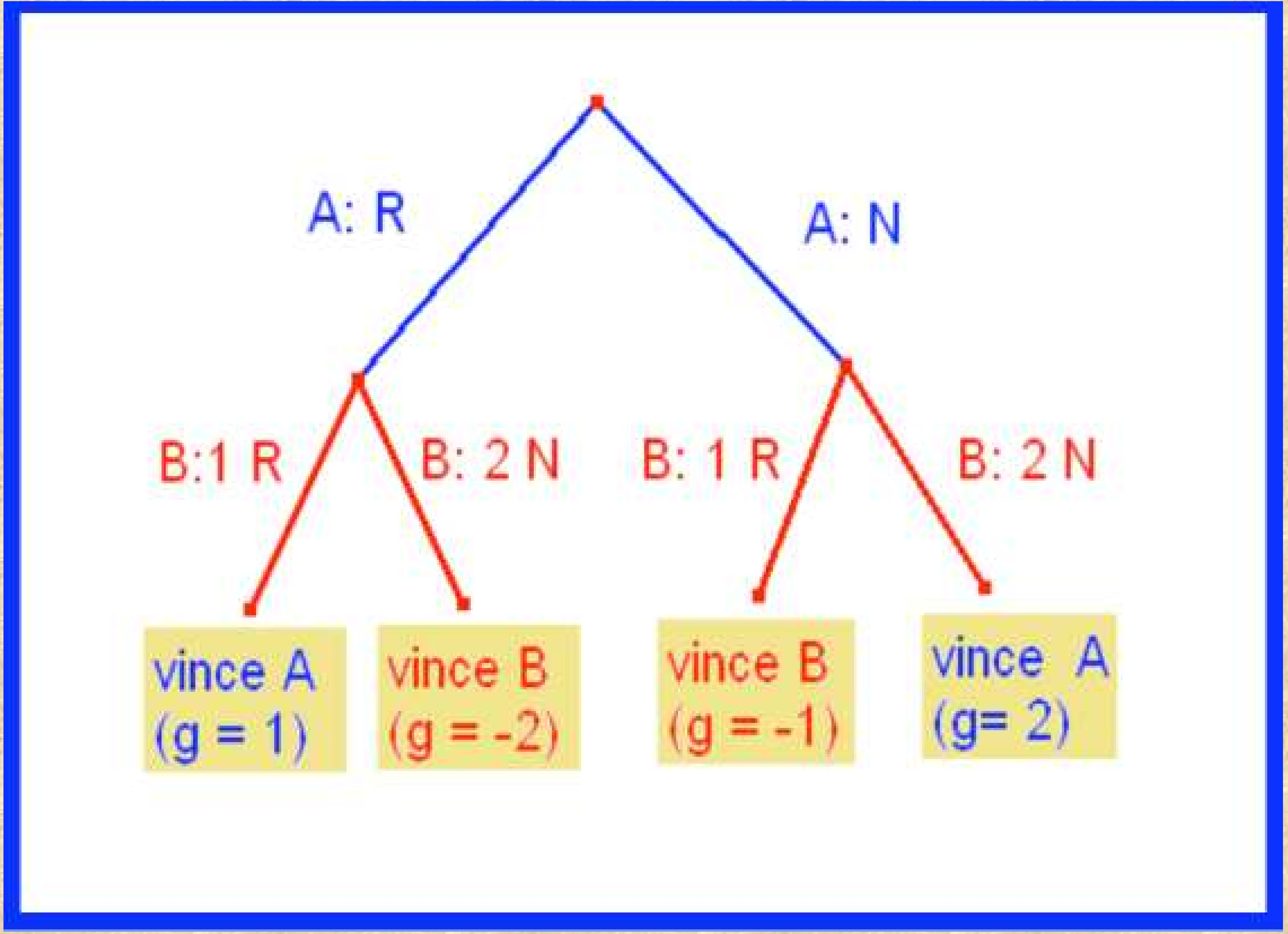
Ou l’on gagne si…. ou bien on fait match nul !

Si les deux joueurs procèdent de façon rationnelle il n’y a pas de stratégie gagnante

Coulors et nombres

Règles du jeu

- On joue à deux, A et B
- A possède deux cartes, une est rouge et une est noire. Il choisit laquelle jouer.
- B possède deux cartes, un as rouge et un deux noir. Il choisit laquelle jouer.
- A gagne si son choix se combine avec la couleur de la carte choisie de la part de B, dans le cas contraire il perd
- Le numéro de la carte que B choisit, indique la valeur du gain.

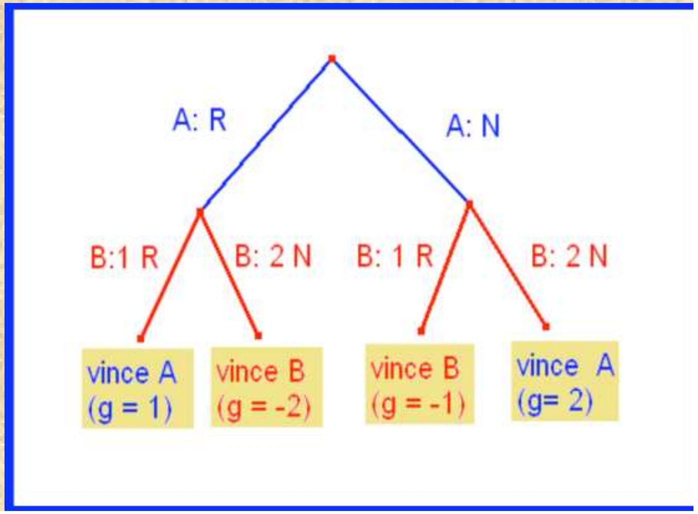

A: R
A: N
B:1 R
B: 2 N
B: 1 R
B: 2 N
vince A
(g = 1)
vince B
(g = -2)
vince B
(g = -1)
vince A
(g= 2)

La table du jeu

		B		
		1R	**2N**	min
A	R	**1**	**-2**	-2
	N	**-1**	**2**	-1
	max	1	2	

Giocando più partite ripetutamente, si trova che al giocatore **A** conviene scegliere una volta su due la prima mossa (R), mentre al giocatore **B** conviene scegliere due volte su tre la prima mossa (1 R).

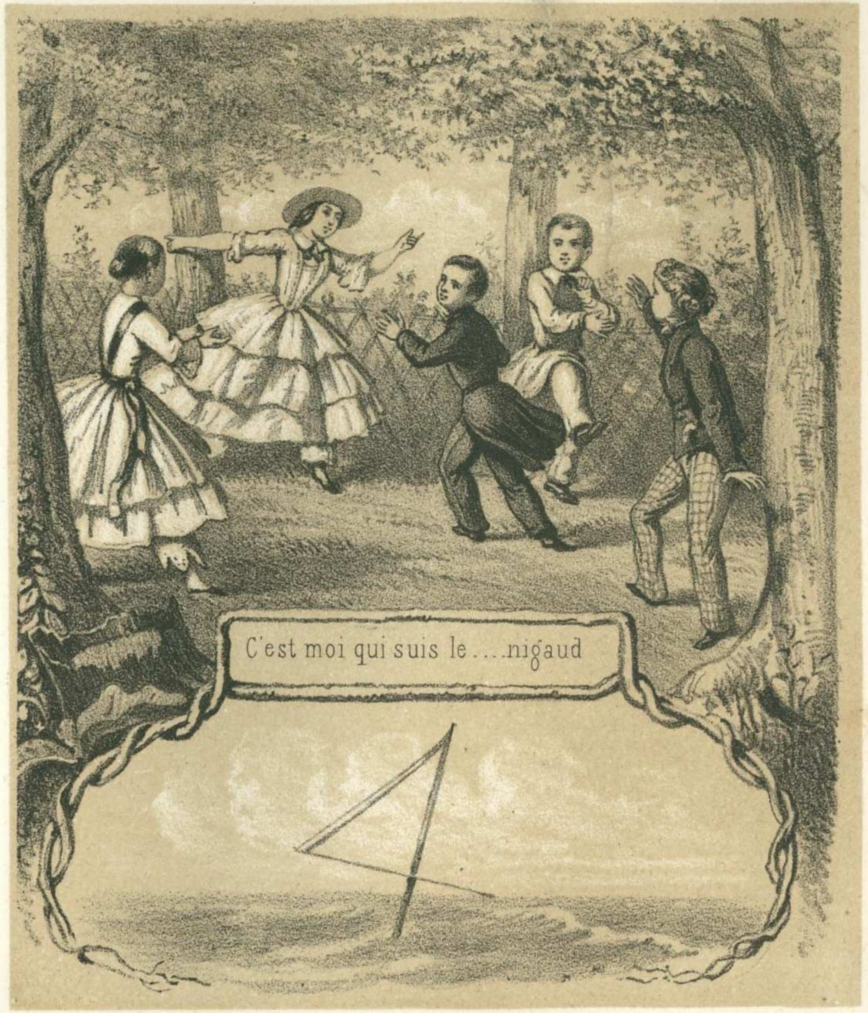
In tal modo la vincita media dopo molte partite ripetute sarà 0. Mediamente nessuno dei giocatori perde.



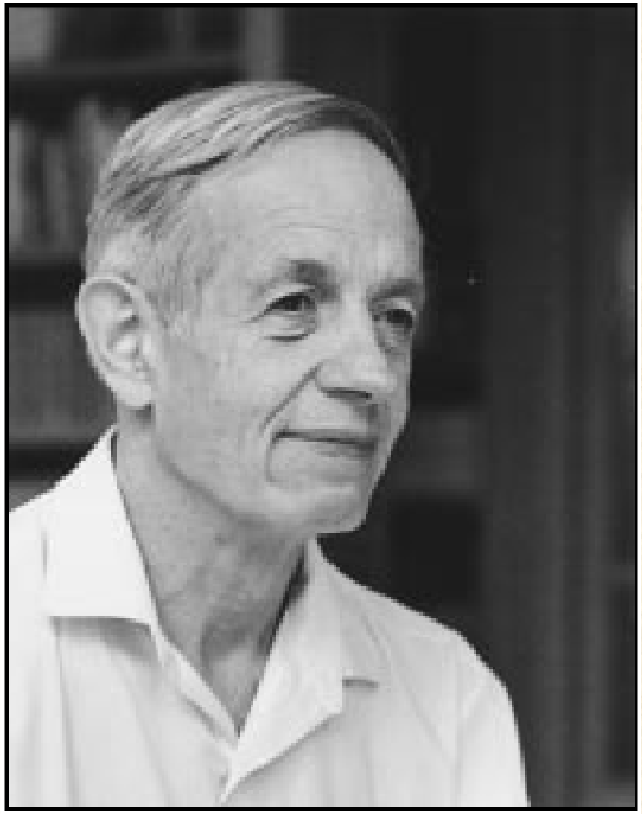
QUAND **TROIS** CANES VONT AUX CHAMPS.

3 **TROIS** III

LES **QUATRE** COINS



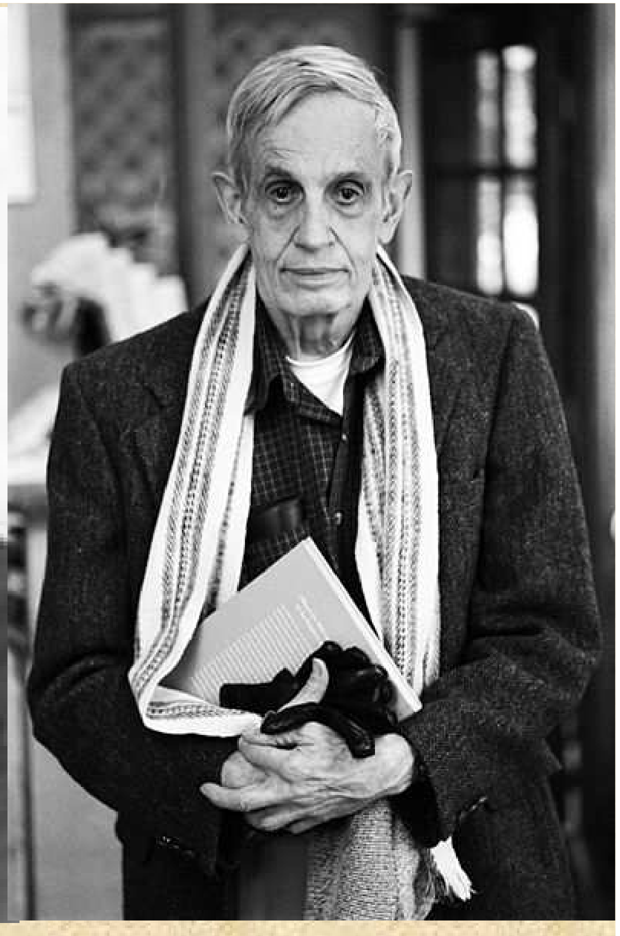
4 QUATRE IV



John Forbes Nash Jr., 1994.

J. F. Nash

a beautiful mind



V. Pareto (1844-1923)

J. Von Neumann (1903-1957)

J. Nash (n. 1928)

Le mathématicien John F. Nash a gagné en 1994 le prix Nobel pour l'Economie avec J.C. Harsanyi et R. Selten ""for their pioneering analysis of equilibria in the theory of non-cooperative games".

Quelques années après, Nash a eu l'honneur de devenir le premier mathématicien prix Nobel a su inspirer, dès son vivant, une biographie et, par la suite, un film recensé aussi dans des revues de mathématiques.***Sylvia Nasar*****, A beautiful mind: A biography of John Forbes Nash Jr.,** ***Simon & Schuster, 1998, $25.00, (traduction italienne***

auprès de la maison d'édition Bompiani)

Sylvia Nasar, **A beautiful mind: A biography of John Forbes Nash Jr.*****, Simon & Schuster, 1998, $25.00, (trad. italiana presso Bompiani)***

Le succès du film, qui a obtenu en 2002 quatre Academy Awards (soit quatre Oscar), a familiarisé le grand public avec Nash et son travail sur la théorie des jeux.

Dans la théorie des jeux, le nom de Nash est associé à trois notions qu'il a lui-même théorisées :

- **L'équilibre de Nash**
- **La solution de Nash**
- **Le problème de Nash**

Le grand intérêt que le film a suscité dans les média s’est focalisé sur le premier concept notamment. Les deux autres concepts, ainsi que ses contributions à l’analyse et à la géométrie ont été ignorés.

"I believe in assigning value to things."

Beaucoup de personnes ont cherché dans le film *Un homme d’exception (A beautiful mind)* un repère quelconque au travail de Nash concernant la théorie des jeux.

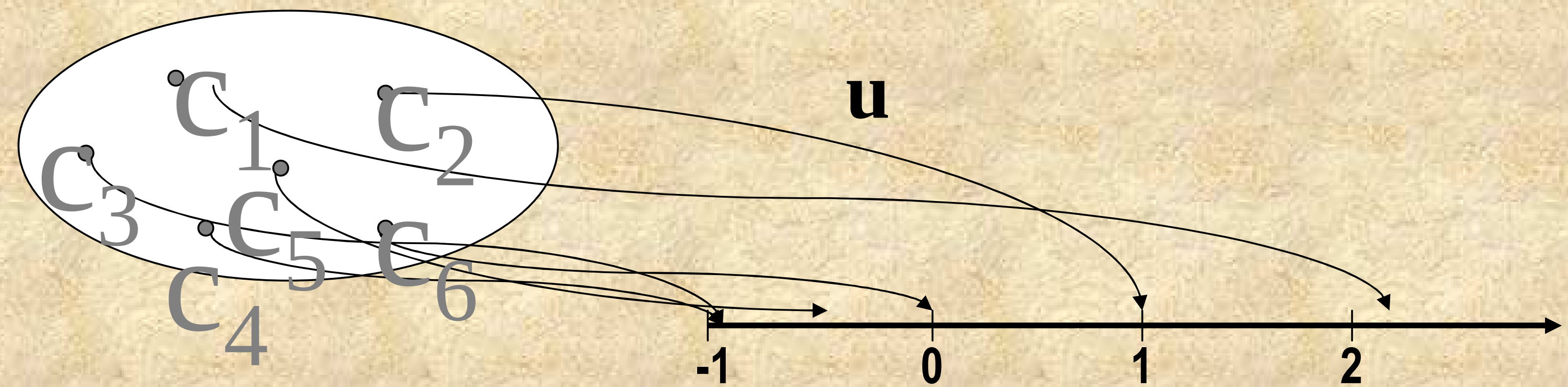
Quand il fait la cour à Alicia, il affirme:

“No. I don’t believe in luck. But I do believe in assigning value to things”

« c'est-à-dire que non, je ne crois pas à la chance. Je crois en l'importance de donner une valeur aux choses ».

D'ailleurs, la théorie des jeux suppose qu'une personne rationnelle puisse attribuer une évaluation numérique à quoi que ce soit et s'en sert pour décider de la stratégie la meilleure.

Au point de vue formel, indiquons avec C l'ensemble des conséquences possibles associées aux actions qu'une personne peut entreprendre.
Supposons que notre agent ait une fonction d'utilité *u* qu'il associe à toute conséquence *c* en *C* un nombre réel *u* (*c*) décrivant l'utilité qu'il tire de la conséquence *c*.



Le but de l’action rationnelle est de choisir une action conduisant à une conséquence qui maximise l’utilité. Donc, les agents rationnels agissent de façon à maximiser leur fonction d’utilité.

L'existence d'une fonction d'utilité dans le cas des conséquences certaines a été démontrée par le mathématicien G. Debreu, prix Nobel pour l'Economie en 1983.Toutefois, dans plusieurs cas, le résultat de nos actions est déterminé par quelques incertitudes pouvant être résolues après avoir choisi comment agir.

Par exemple, l’utilité de miser sur le rouge à la roulette dépend de la case où s’arrête la bille.
Dans ce cas, quelle utilité devrait être attribuée à la mise avant même de connaitre la couleur du numéro ?

Pour faire face à cette difficulté, il suffit de trouver le moyen de définir l'utilité du loto qui associe le rouge à un gain équivalent à la mise et à tout autre issue une perte correspondante.

Si *p* représente la probabilité que le rouge sort, cela signifie que l'utilité attendue de miser 10€ sur le rouge peut être calculée comme

$$U = p \cdot u(10) + (1 - p) \cdot u(-10)$$

On peut attribuer une valeur même à la chance !

Si, comme il est naturel, nous identifions un loto dégénéré *dc* avec la conséquence correspondante *c1*, il résulte $U(dc) = u(c)$

Par conséquent, si l’on unifie le cas de conséquences certaines et le cas du loto, on pourrait affirmer que les agents rationnels agissent de façon à maximiser leur utilité attendue.

L’optimum parétien

La séquence du film *Un homme d'exception* que nous venons de citer à propos de la théorie des jeux, voit John Nash qui suggère à quatre amis comment organiser la cour à cinq filles, dont une seulement est blonde et particulièrement attrayante par rapport aux quatre autres qui sont brunes.Essayons de décrire la situation comme un jeu, soit comme un problème d'interaction stratégique.En général, un jeu se caractérise par un ensemble de joueurs *i*= 1,2, … *n* chacun desquels choisit simultanément quelle stratégie adopter dans l'ensemble *Si* Le vecteur s=(s 1,s2…) des stratégies adoptées par les joueurs détermine une conséquence c à laquelle chaque joueur *i*=1,2,.. associe une utilité *u1(c), u2 (c)*…

COUNTING DOWN

Essayons de décrire la situation comme un jeu, soit comme un problème d’interaction stratégique.En général, un jeu se caractérise par un ensemble de joueurs $i = 1,2, \ldots n$ chacun desquels choisit simultanément quelle stratégie adopter dans l’ensemble *Si*Le vecteur s=(s 1,s2…) des stratégies adoptées par les joueurs détermine une conséquence c à laquelle chaque joueur i=1,2,.. associe une utilité *u1(c), u2 (c)*…

Dans la séquence du film, les joueurs sont cinq : Nash et ses quatre amis. Chacun d’eux a la même fonction d’utilité, qui attribue la valeur 3 si l’on séduit la blonde, 2 si l’on séduit une quelconque des brunes et 0 si l’on est repoussé.

N \ M	b	m
b	(0,0)	(3,2)
m	(2,3)	(2,2)

Chacun d’eux peut adopter comme stratégie de faire la cour à n’importe laquelle des cinq filles, mais le succès est garanti uniquement s’il n y a pas de rivaux.

A qui les joueurs devraient-ils s’intéresser ?

L’idéal pour les cinq amis serait de faire la cour à une fille différente.De cette façon, comme Nash le souligne, personne ne constitue un obstacle aux autres et les cinq amis peuvent réaliser conjointement l’utilité maximale possible.Cette proposition visant à solutionner ce problème de marivaudage est connue en économie comme l’optimum parétien.

Un vecteur (ou combinaison) de stratégies s est un optimum parétien s’il n’existe aucune autre combinaison s’ telle que u1(s’) >*u1* (*s*) et *u2*(*s’*)   *u2* (*s*) et il vaut au moins une inégalité étroite(>)Adopter conjointement une stratégie qui n’est pas un optimum parétien signifie réduire l’utilité de quelqu’un sans augmenter l’utilité de personne.Jouer conjointement un optimum parétien signifie éviter de perdre l’utilité et, en conséquence, il résulte naturel de suggérer que l’action sociale s’oriente vers un optimum parétien.

Toutefois, tout en étant collectivement rationnel, l’optimum parétien pourrait ne pas l’être individuellement.
L’exemple le plus connu est le Dilemme des Prisonniers.

Le Dilemme des Prisonniers.

La police a arrêté deux malfaiteurs qui doivent purger un an de prison chacun pour un acte criminel mineur.
Le procureur soupçonne (mais il ne peut pas le prouver) que les deux malfaiteurs sont complices dans un crime majeur, pouvant être puni avec six ans de prison. Voulant les punir pour le crime majeur, le juge fait séparément une proposition à chacun d’entre eux.

Le Dilemme des Prisonniers.

« Si tu inculpes ton complice du crime majeur, je te gracie un an de prison pour le crime mineur. Et si ton complice ne t’implique pas dans le crime majeur (mais dans ce cas tu passeras cinq années en prison), je te libère tout de suite.

La situation peut être décrite comme un jeu entre les deux malfaiteurs, qui ont à leur disposition deux stratégies possibles (accuser ou ne pas accuser leur complice) et comme fonction d'utilité le nombre opposé d'ans de prison qu'ils risquent de faire.
Dans ce cas, toutes les combinaisons de stratégies sont des optimum parétiens, sauf quand les deux malfaiteurs s'accusent réciproquement. En effet, s'ils obéissent à la loi du silence, chaque criminel devrait passer uniquement un an en prison. Par contre, s'ils décident de s'accuser réciproquement, ils resteront

Toutefois, du point de vue individuel, la loi du silence n'est pas la solution la plus crédible. Voici la conduite que l'avocat suggère au premier malfaiteur :
« Tu as deux options : accuser ton complice ou ne pas le faire. Si tu l'accuses, tu resteras en prison un an de moins. Par conséquent, s'il ne t'accuse pas, tu sors de prison tout de suite (au lieu d'y passer un an). Si par contre il t'accuse, tu fais cinq ans (à la place de six). De toute façon, il vaut mieux l'accuser."

Naturellement, l’avocat du second malfaiteur suggère une conduite analogue et les deux prisonniers choisissent de s’accuser réciproquement et, de cette façon, de se condamner à cinq ans de prison chacun. Dans ce cas, les raisons individuelles ont le dessus sur la rationalité collective.

L’equilibrio di Nash

L’idée que la rationalité individuelle précède la rationalité collective est à la base et justifie le concept d’équilibre de Nash. Une fois le jeu choisi, le joueur i a le droit incontestable de choisir la stratégie qu’il préfère dans l’ensemble Si.
Supposons que quelqu’un propose aux joueurs la solution s* et puis qu’on les laisse libres de décider de façon autonome et en isolement s’il vaut le coup de suivre ou de ne pas suivre le conseil.

Naturellement on ne s’attendrait pas à ce que la recommandation soit suivie si un des joueurs – supposant que tous les autres se conforment au conseil – peut obtenir une utilité majeure en adoptant une stratégie différente par rapport à celle proposée.

Un agent rationnel, en effet, agit de façon à maximiser sa fonction d’utilité.

Par conséquent, la condition *nécessaire* pour que la solution proposée soit respectée de tout le monde réside dans le fait qu'elle maximise l'utilité de chaque joueur quand tous les autres respectent la solution proposée.

Nash a démontré que tout jeu avec un nombre fini de joueurs et de stratégies (*jeu fini*) admet tout au moins un équilibre.
Il faut étendre la définition au cas où les joueurs pourraient choisir leurs propres stratégies même au niveau des probabilités.

En ce qui concerne la situation décrite ci-dessus (faire la cour aux filles), toute combinaison de stratégies (chaque garçon fait la cour à une fille différente) est aussi bien un optimum de Pareto qu’un équilibre de Nash.
Le problème admet une pluralité de solutions possibles, auxquelles correspondent des utilités différentes : celui qui réussit avec la blonde parvient à obtenir une utilité majeure que les autres.

Dans la fiction cinématographique, Nash explique aux amis que si chacun d’eux convoite une brune différente, l’on réalise un optimum parétien.
Son explication se transforme naturellement en une recommandation implicite, car elle satisfait la condition nécessaire de rationalité individuelle.

Ce que Nash ne dit pas, c'est que ce procédé lui laisserait la possibilité de convoiter la blonde, et qu'il réaliserait de cette façon cet équilibre qui, à lui seul, lui permet de la conquérir sans entraves.

Tel un agent rationnel, Nash agit de façon à tirer profit de ses connaissances (supérieures) afin de maximiser son utilité, ne fût-ce qu'aux dépens de ses amis.

Cet exemple met en évidence un problème spécifique au cas où un jeu admettrait plusieurs équilibres de Nash.

Comment pourrait-on parvenir à sélectionner le « juste » équilibre ?

L’approche qui a suscité un intérêt majeur, puisqu’ il a produit des centaines d’ouvrages au cours des vingt ans précédant l’attribution du Nobel à Nash, a été directement inspiré de son travail.

En effet, les théoriciens des jeux de la génération suivante ont étudié comment renforcer le critère associé à l’équilibre de Nash en engendrant des conditions nécessaires plus strictes que celles de Nash.

Le concept le plus diffusé est connu sous le nom de perfection dans les sous-jeux et l’on doit à Selten, un des deux co-gagnants du Nobel attribué également à Nash.

Le concept peut être appliqué aux jeux qui se développent en plusieurs phases, où les joueurs doivent tenir compte de stratégies renvoyant à ce qui est arrivé avant que leur tour de jeu n’arrive.

Voici un exemple.
Imaginons que le jeu cité ci-dessus (faire la cour aux filles) se déroule de façon dynamique : les garçons laissent la table les uns après les autres, suivant un ordre préétabli, et s'approchent de la fille convoitée.
Pour faire simple, faisons semblant qu'il y ait uniquement deux filles (une blonde et une brune) et deux prétendants (John Nash et son ami Martin) et que c'est à Martin d'agir le premier.
On pourrait envisager la solution suivante : le premier garçon choisit la blonde et laisse la brune à Nash.
C'est cela l'équilibre de Nash.

Considérons maintenant la situation suivante. Avant que Martin ne se lève, Nash lui murmure « Si tu tranches pour la blonde, sache que je ferais échouer tes projets ». Si Martin croit en cette menace, il vaut mieux pour lui de trancher sur la brune et obtenir une utilité de 2 au lieu de 0 qu’il aurait en luttant contre Nash pour gagner l’ attention de la blonde.

Quant à Nash, si Martin lui fait confiance et lui permet d’agir comme bon il lui semble, il peut trancher pour la blonde et avoir une utilité 3 au lieu de 2.

Puisque aucun de deux ne peut obtenir une utilité majeure à travers la modification de sa propre stratégie, cela aussi constitue un équilibre de Nash.

Toutefois, du moment que l’équilibre tient uniquement si Martin croit en la menace de Nash, Martin devrait se demander si cette menace est tout à fait crédible ou bien si Nash est en train de bluffer.

Si Martin se lève et va vers la blonde, Nash a deux choix possibles: soit il fait semblant de se contenter de la brune et obtient une utilité2, soit il réalise sa menace et obtient une utilité 0.

Du moment que Nash est rationnel, il ne sera pas intéressé à achever la menace et il devra se contenter de la brune.

Successivement, si Martin exploite la « prévisibilité » du comportement rationnel de Nash, il peut détruire le second équilibre et rétablir la solution intuitive.

Le critère de perfection dans les sous-jeux de Selten vérifie systématiquement la crédibilité des menaces et des promesses des joueurs et élimine les équilibres de Nash qui ne passent pas ce test de crédibilité.

Si l’on ajoute quelques formalismes, l’existence des équilibres parfaits dans les sous-jeux pour un jeu fini est un corollaire du théorème de Nash.

La solution de Nash

Revenons à notre jeu simplifié (faire la cour) où Nash et Martin doivent décider comment approcher les deux filles.

Les deux amis sont en train de discuter sur la démarche à suivre: non sans une certaine surprise, Nash insiste avec l'équilibre qui le pousse à trancher pour la blonde, tandis que Martin insiste pour jouer l'équilibre où Nash choisit la brune.

La discussion traine quand le barman propose aux deux amis : « Eh, les gars! Soyez moins barbares! Vous ressemblez à deux marchands qui discutent pour un tapis! Ce n’est pas possible que vous ne réussissez à vous mettre d’accord! »

Sollicité par la critique, Nash laisse la blonde à Martin et s’assied pour réfléchir sur ce qui vient d’arriver.

Il y a deux antagonistes qui désirent trouver un accord de coopération pour surmonter leurs divergences.

Peut-on leur suggérer une mesure adéquate pour résoudre leur conflit de façon raisonnable?

Par exemple, s’il y a un bras de fer entre le gouvernement et les syndicats en matière de droit des travailleurs, pouvons-nous les aider à saisir les aspects saillants du conflit qui les oppose et leur suggérer un critère pour résoudre leur différend?

En d’autres termes, comment pouvons-nous décrire un problème de négociation et quelle solution envisager ?

Notre problème consiste en la nécessité de trouver un critère général pour résoudre les problèmes liés à la négociation.

Du point de vue mathématique, il nous suffit d'associer à tout problème de négociation une solution acceptable.

Est-ce qu'il existe des conditions nécessaires et suffisantes qui garantissent une solution raisonnable du problème lié à la négociation?

L'axiome de rationalité individuelle impose qu'un accord de coopération garantisse à chacun des agents une utilité non inférieure à celle qu'on pourrait obtenir en rompant les négociations et en provoquant le désaccord.
L'axiome de l'optimum parétien exige qu'un accord de coopération ne gaspille pas les ressources, comme il arriverait s'il existait une stratégie assurant, à un agent au moins, une utilité supérieure sans réduire l'utilité obtenue de l'autre

Malheureusement, ces deux conditions nécessaires ne suffisent pas à déterminer une solution.
Ce qui naturellement suggère une deuxième question: pouvons- nous indiquer des conditions suffisantes ?
Nash a répondu affirmativement en caractérisant une première solution au problème de la négociation.

Une fois déterminée la possibilité de résoudre via les mathématiques les problèmes liés à la négociation, Nash a sollicité l’expression d’une vaste littérature intéressée à interroger les systèmes alternatifs d’axiomes afin de produire des règles raisonnables visant à la solution des conflits.
Sa contribution a ouvert la voie à l’étude et à la formalisation de principes généraux auxquels les agents intéressés à la solution d’un problème de coopération peuvent se rapporter pour justifier leurs propositions et défendre leurs droits.

John Milnor Director of the Institute for Mathematical Sciences at the State University of New York:

Although equilibrium theory, as developed by Nash and his successors, seems to provide the best-known description of what is likely to happen in a competitive situation, an equilibrium is not necessarily a good outcome for anyone.

In contrast to the classical economic theory of Adam Smith, where free competition leads to best-possible results, and in contrast to classical Darwinian theory, where natural selection always leads to improvement in the species, the actual dynamics of unregulated competition can be disastrous.

We all know that political conflict between nations can lead to an arms race, which is bad for everyone concerned, and in extreme cases can lead to totally unnecessary war.

Similarly, in evolutionary theory an arms race within a species or between competing species over geological periods of time can be extremely detrimental.

Indeed, it seems perfectly conceivable that natural selection may sometimes lead to a dead end and eventual extinction.

1861 > 2011 > >
150° anniversario Unità d'Italia

en guise de conclusion

Les mathématiciens créatifs rarement expriment des réserves vis-à-vis de leur intérêt en matière de sujets récréatifs. La topologie tira son origine d'un énigme d'Euler concernant le passage de ponts (…). David Hilbert, le grand mathématicien allemand, démontra un des théorèmes fondamentaux dans le domaine des énigmes sur la division (…). L'intérêt manifesté par ces génies au sujet du divertissement en mathématiques n'est pas sans justifications, puisque l'activité créative de la pensée qui se passionne pour cela est la même qui

conduit à la découverte mathématique et scientifique.

Qu'est-ce que les mathématiques après tout sinon la solution d'une devinette ? Et qu'est-ce que la science sinon l'effort systématique pour obtenir des réponses de plus en plus adéquates aux énigmes posés par la nature ?(M. Gardner, Enigmi e Giochi Matematici, 2000)

Games are no longer just for fun; they offer potentially powerful learning environments. Today's students have grown up with computer games. In addition, their constant exposure to the Internet and other digital media has shaped how they receive information and how they learn. There are many attributes of games that make them pedagogically sound learning environments.

An increasing number of faculty are using games as enhancements to the traditional learning environment
with encouraging results. While the interactivity and engagement of games are highly positive a number of questions remain about how games will be developed, deployed and accepted in higher education.

Oblinger, D. (2004). *The Next Generation of Educational Engagement.* Journal of Interactive Media in Education.

Grazie!

vent'anni
MATEMATICA
SENZA FRONTIERE 2011

vent'anni
MATEMATICA
SENZA FRONTIERE 2011

vent'anni
MATEMATICA
SENZA FRONTIERE 2011

vent'anni
MATEMATICA
SENZA FRONTIERE 2011